VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

VIJFDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1871.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

VIJFDE DEEL,

TWEEDE REEKS.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

BIJDRAGEN TOT DE FLORA VAN JAPAN

DOOR

F. A. W. MIQUEL.

(VERVOLG VAN VERSL. EN MEDED.
DEEL IV, BLZ. 16).

IV. SALICINEËN.

SALIX LINN.

KAEMPFER was de eerste die eene soort van dit geslacht in Japan ontdekte, welke hij onder den inlandschen naam *Janagi* in zijne *Amoenitates Exoticae p.* 903 vermeldde, volgens THUNBERG dezelfde die deze als *S. japonica* beschreef. THUNBERG verzamelde vier soorten, waarvan hij drie beschreef (*Fl. Jap. p.* 24—25), de vierde wegens onvolledigheid der exemplaren onbestemd liet (*ibid. p.* 369). Van gene hield hij twee voor nieuw, *S. japonica* en *S. integra*, de derde bragt hij tot de bekende *S. alba*. SIEBOLD had eene door hem in Japan opgespoorde soort naar den botanischen tuin te Buitenzorg gezonden, die BLUME onder den naam van *S. Sieboldiana* in zijne Bijdragen publiceerde. Na dat tijdvak werd de kennis der Japansche Wilgen nog vermeerderd door de verzamelingen der Amerikaansche Botanisten, waarvan N. J. ANDERSSON als nieuw beschreef: *Salix padifolia*, *S. viridula* en *S. subfragilis*, en tevens als in Japan inlandsch deed kennen *S. purpurea* LINN. en *S. repens* LINN.

Toen ik het onderzoek begon van de soorten, die in onze Japansche verzamelingen voorkomen, deden zich niet weinig moeielijkheden voor, niet enkel uit den ingewikkelden aard van dit geslacht, maar vooral ook omdat mij geene authentieke exem-

plaren der nieuwe soorten ten dienste stonden Hierbij kwam het gemis van voldoende aanteekeningen omtrent de groeiplaatsen onzer exemplaren, waardoor het niet zelden groote inspanning kostte, de bladdragende, bloeiende en vruchtexemplaren in gewenschten zamenhang te brengen. De uitkomsten van dit onderzoek heb ik in de *Annales Musei botanici L. B.* III, p. 24—29 en daaruit in de *Prolusio Florae Japonicae* medegedeeld. Maar spoedig daarna ontving ik de uitstekende Monographie der Salices van N. J. ANDERSSON, een der voortreffelijkste systematische werken die in nieuweren tijd het licht zagen Niets was mij nu duidelijker dan dat mijn arbeid eene revisie behoefde, en om de meest juiste bestemming onzer soorten te verkrijgen, verzocht ik mijnen vriend, zich met die taak te belasten. Wat ik dus hier mededeel, bevat hoofdzakelijk de uitkomsten van ANDERSSON's onderzoek, waarbij ik tevens verwijs naar de door hem onlangs in DECANDOLLE's *Prodromus* gepubliceerde Synopsis van dit geslacht.

§ 1. *Pleiandrae. Amygdalinae.*

1. *Salix padifolia* ANDERS. *ap.* A. GRAY *in Memoirs of the Americ. Acad.* VI. *p.* 451. DC. *Prodr.* XVI. *p.* 256. *S. Oldhamiana* MIQ. *Ann. Mus. Bot. L. B.* III. *p.* 25. *Prolus. Fl. Jap. p.* 213 (ubi male flores diandri nuncupati). Et *Salix padifolia var. β viridula* AND. *l. c.* (olim species).

De vrouwelijke exemplaren van Simoda door ANDERSSON beschreven verschillen van onze door meer zeegroene bladen, bijkans ongesteelde katjes en ongesteelde zaaddozen, terwijl die van Jokohama, door WILLIAMS en MORROW en door OLDHAM verzameld, met onze overeenkomen. Overigens vereenigt ANDERSSON thans de twee vroeger door hem onderscheiden soorten, waarvan de eene naar mannelijke, de andere naar vrouwelijke exemplaren beschreven was, die hij tot de *Salices hastatae* rekende, maar die volgens zijn tegenwoordig gevoelen juister eene plaats onder de *amygdalinae* innemen. De vorm door mij als *S. Oldhamiana* beschreven, wijkt door eenige kenmerken af, zoodat ook deze soort meerdere spelingen schijnt voort te brengen.

§ 2. *Fragiles seu albae.*

2. *Salix babylonica* LINN., MIQ. *Annal. l. c. p.* 25, *Prolus. p.* 213. *Var. japonica* AND. *l. c. p.* 213. *S. japonica* THUNB. *Fl. Jap. p.* 24. MIQ. *l. c. p.* 24, *Prol. p.* 212.

Volgens ANDERSSON kan deze japansche vorm niet van de eigenlijke treurwilg gescheiden worden. „Vix autem nisi modificatio hujus speciei dicenda," zegt hij, maar, hoezeer ik dit gevoelen gaarne aanneem, moet ik opmerken dat hare kenmerken zoowel in Java, waar zij ingevoerd werd, als ook in de europeesche tuinen standvastig blijven, hetwelk echter voor eene meer constante varieteit, die door stekken wordt voortgeplant, niet onverklaarbaar is. Onder onze japansche exemplaren bevinden zich eenige die meer met den gewonen vorm der *babylonica* overeenstemmen en die ik onder dezen naam vroeger vermeld heb. — De gewone vorm met lange hangende takken schijnt ook een voortbrengsel der kultuur te zijn, want de in Kurdistan en Mesopotamië gevonden wilde exemplaren hebben bijkans regtopgaande takken.

§ 3. *Cinerascentes seu Capreae.*

3. *Salix Caprea* LINN., ANDERSS. *l. c. p.* 222.

Tot deze ver verspreide en door MAXIMOWICZ ook in Amurland gevonden soort brengt ANDERSSON exemplaren die ik tot de volgende als „sub anthesi lecta" gerekend had (*Annal l. c. p.* 28, *Prol. p.* 217), hij voegt er evenwel bij dat zij zeer naderen aan *S. Wallichiana* AND. *l. c. p.* 223, eene continentaal-indische soort. Onze exemplaren stemmen echter met die van MAXIMOWICZ zoo volkomen overeen, dat indien deze onder de vormen van *S. Caprea* behooren, ook onze daartoe moeten gebragt worden.

4. *Salix Buergeriana* MIQ. *Annal. l. c. p.* 28 *Prolus. p.* 216 (femin.). Verisimiliter huc *Salicis species incerta* MIQ. *l. c. p.* 16, *n.* 7, *Prol p.* 214 (mas).

ANDERSSON houdt deze soort, die ik met *S. Caprea* vergeleken had, voor zeer verwant aan *S. Sieboldiana*, eene in Japan zeer verspreide en niet weinig variabele soort, die even als *S.*

tetrasperma in Indië, zeer vele spelingen aanbiedt. Moet *S. Buergeriana* werkelijk tot de vormen der *Sieboldiana* gebragt worden, blijft zij nogtans door onderscheidene karakters gekenmerkt, die ik t. a. p. vermeld heb, waarbij ik vooral hecht aan de bekleeding der capsulae, den stijl en de splitsing der stigmata. Omtrent dit laatste kenmerk doet ANDERSSON echter opmerken, dat ook bij andere soorten, bijv. bij onze *S. viminalis* de stigmata zeer onstandvastig van vorm zijn, en onverdeelde, tweetandige en tot aan den voet gespleten vormen voorkomen.

5. *Salix Sieboldiana* BL. *Bijdr. p.* 517. MIQ. *Ann. l. c. p.* 28. *Prolusio p.* 216. AND. *Monogr. Salic. p.* 84, *fig.* 47. DC. *Prodr. l. c. p.* 225. *S. caloptera* MIQ. *Ann. l. c. p.* 26. *Prolus. p.* 214 (sterilis).

Indien men de voorgaande soort niet afscheidt, treedt *S. Sieboldiana* onder drie vormen op: 1° met kortere smalle ongesteelde vrouwelijke katjes; ovale bijkans kogelronde grijsviltige zaaddozen, die de zeer kleine bracteën bedekken; bijkans geen stijl, gespleten stempels; 2° met langere meer of minder gebogen vrouwelijke katjes; zaaddozen eirond-kegelvormig, naar boven spits toeloopend, naar beneden witachtig behaard, overigens rijper wordend bruinachtig en onbehaard, met eenen korten doch duidelijken stijl, kortere tweespletige stempels: langere bleeke eenigzins spitse de beharing bijkans verliezende bracteën; deze vorm, zegt ANDERSSON, nadert zeer aan *Buergeriana*, naar mijne opvatting behoort zij daartoe werkelijk en de geheele vraag berust op de al of niet standvastigheid der genoemde karakters: 3° exemplaren die BLUME met n° 1 voor *Salix Sieboldiana* verklaard heeft, met korte bogtige katjes, ronde sterk witachtig-grijs behaarde bracteën; smalle dunne fijn grijs behaarde bijkans onbehaard wordende zaaddozen, met duidelijken stijl en tweespletige als kruisgewijze stempels. Deze nadert tot *S. padifolia.* De vraag of men hier drie soorten of slechts vormen eener soort moet aannemen, laat ANDERSSON voor als nog onbeslist. De exemplaren door WRIGHT bij Simoda verzameld en door A. GRAY als *Sieboldiana* bestemd, houdt hij voor twijfelachtig, wellicht tot *S. padifolia* of *Buergeriana* te brengen. *S. caloptera* van Japan vertegenwoordigt bladdragende weelderig

ontwikkelde exemplaren van *Sieboldiana*, waarvan de in Java gekultiveerde exemplaren niet verschillen.

§ 4. *Argenteae seu repentes.*

6. *Salix repens* LINN., AND. *in* DC. *Prodr. l. c. p.* 237, *Varietas japonica* AND. *in litt.* — *S. subopposita* MIQ. *Annal. l. c. p.* 28. *Prolus. p.* 216. *S. integra* THUNB. *Fl. Jap. l. c.* (*S. purpurea* AND. *ap.* A. GRAY *in Mem. Amer. Acad. l. c. p.* 451?).

Ik heb deze eigenaardige verscheidenheid vroeger breedvoerig beschreven. Zij treedt in Japan in allerlei vormen op; sommige zeer smalbladige vertegenwoordigen geheel de *var. β rosmarinifolia* AND. *l. c.* (*S. rosmarinifolia* LINN.), andere hebben grootere en breedere van onder sterk geaderde bladen met zeer ontwikkelde blijvende stipulae en herinneren aan *S. ambigua* EHRH., door ANDERSSON ook tot de vormen of bastaarden van *S. repens* teruggebragt. *S. repens* werd door MAXIMOWICZ ook in Amurland gevonden.

§ 5. *Rigidae seu hastatae.*

7. *Salix Miquelii* ANDERSS. *Monogr. p* 166. DC. *Prodr. l. c. p.* 256, *et var. β vulpina* AND. *l. c.* (*ap.* A. GRAY *l. c. species*).

Deze soort, waartoe *S. vulpina* thans als eene varieteit door ANDERSSON gerekend wordt, heb ik volgens zijne Monographie in de *Prolusio p.* 217 *en* 372 (*Annal. l. c. p.* 208) reeds vermeld, zonder echter *S. vulpina*, die ik alleen volgens de beschrijving kende, met haar te vereenigen

AFBEELDING.

Fig. a. een bloeiende vrouwelijke tak, nat. grootte; *b.* onrijpe zaaddoos of stamper, met schutblad en nectarium, vergroot; *c.* schutblad, van achter gezien en sterker vergroot; *d.* nectarium, vergroot als *c*; *e.* stijl, sterk vergroot; *f.* blad in natuurlijke grootte: *g.* bladrand vergroot.

§ 6. *Micantes seu viminales.*

8. *Salix gracilistyla* MIQ. *Annal.* III. *p.* 26. *Prolus. p.* 214

(*a.* 1867). *S. Thunbergiana* BL. *mss. in herb. berol., ex* AND. *in* DC. *Prodr. l. c. p.* 271 (*a.* 1868). *S. alba* THUNB. *Fl. Jap. p.* 25 *ex* BL. *l. c., qui hanc antea* (*in Bijdr.*) *ad S. Sieboldianam retulit.* In Herb. BUERGERI tanquam *S. Sieboldiana* prostat.

Aan de vroeger door mij vermelde groeiplaatsen kan nog toegevoegd worden: in de bergwouden bij Suso-Katogi in Nippon: BUERGER; in Maart 1829 bloeiend: SIEBOLD. *Riu Janagi* der Japanezen

§ 7. *Purpureae.*

9. *Salix purpurea* LINN., AND. *in* DC. *Prodr. l. c. p.* 306.

Onder de talrijke exemplaren van *S. repens* van ons Museum zag ANDERSSON een dat ontwijfelbaar tot deze soort behoort, die HOST ook reeds *oppositifolia* noemde. Dezelfde vermenging van deze beide soorten ontmoette ANDERSSON ook in het Herbarium te Kew, vermoedelijk ten gevolge van de gelijke groeiplaats.

10. *Salix Pierotii* MIQ. *Annal. l. c. p.* 27. *Prolus. p.* 215.

Volgens ANDERSSON is deze eene geheel afwijkende soort, die tusschen *S. purpurea* en *S. fragilis* behoort geplaatst te worden. Zij groeit volgens SIEBOLD menigvuldig op het gebergte van Iwagama Imo, ook in de valleien; bloeit in April.

Omtrent *Salix subfragilis* AND. *ap.* A. GRAY *l. c. p.* 450 vind ik in zijne latere schriften niets vermeld, noch over de soort die *t. a. p.* als twijfelachtig tot *S. acutifolia* WILLD. gerekend werd. Of de *onbestemde soort* van THUNBERG (*Fl. Jap. p.* 369) tot *S. gracilistyla* behoort, kan alleen door de vergelijking van een authentiek exemplaar bepaald worden.

POPULUS LINN.

Aan de twee soorten, tot nu toe in Japan gevonden, valt niets toe te voegen. *Populus Sieboldi* is buiten Japan nog niet ontdekt; dat *P. tremula*, die van Europa naar Klein-Azië, tot in Ciliciё, Kabylie en Davurie en over Noord-Azië verspreid is, in Japan ook optreedt, werd door MAXIMOWICZ aangetoond.



Salix Miquelii And.

Lit

ON THE

LUNAR ATMOSPHERIC TIDE

AT BATAVIA,

BY

P. A. BERGSMA.

Since January 1st, 1866, hourly observations of the barometric pressure of the Atmosphere have been made at the Batavian Observatory every day except on Sunday. The observations made from January 16th, 1866, to January 12th, 1869 have been discussed with the view of investigating the influence of the moon's position, relatively to the meridian, upon the barometric pressure.

General SABINE discussed, with the same object, the hourly observations of the barometric pressure made at St. Helena from October 1843 to September 1845 inclusive, and decidedly proved the existence of the Lunar Atmospheric Tide at St. Helena (See Phil. Trans. for 1847, I, 45).

The method used by General SABINE in the discussion of the St. Helena observations was the following: —

If b be called the height of the barometer at 0° C at any hour of observation, and b' the mean height of the barometer at the same hour during the month to which the day belongs, then $b—b'$ is a quantity which remains, after the approximate diurnal variation has been eliminated. The amount of $b—b'$ depends on many causes, amongst others on the influence of the moon upon the barometer, if this influence be not the same at the corresponding solar hours of the different days. The values of $b—b'$ were calculated for each hour of observation.

The mean solar hours, which were respectively nearest to the several lunar hours, were then computed for every lunar day, a lunar day being the time between two successive superior passages of the moon, and a lunar hour being the 24th part of a lunar day.

The values of $b—b'$ found for each solar hour were then inscribed in tables of the lunar days and the lunar hours, in such a way, that the value of $b—b'$ found for a particular solar hour was inscribed on the lunar hour, the nearest to that solar hour. The means of $b—b'$ at the several lunar hours in each month were then taken and these means were finally arranged in periods of six months, yielding mean values of the barometrical variation at the several lunar hours for each half year.

The final results obtained by General SABINE showed the existence of a barometrical maximum at the lunar hours of 0 and 12, the hours of the moon's superior and inferior passage, and a minimum at 6 and 18, the hours of the rising and setting of the moon, with a corresponding progression at the intermediate hours.

Captain ELLIOT deduced nearly the same result from observations made at Singapore from the beginning of 1841 to the end of 1845 (Sec. Phil. Trans. for 1852, I, 125). The method employed by Captain ELLIOT in the discussion of the Singapore observations was the same as General SABINE's.

Dr. NEUMAYER discussed in the same way a series of hourly observations of the barometer made at Melbourne from March 1st, 1858, to February 28th, 1863, (See Proceed. Royal Society, XV, 489). But the results obtained by Dr. NEUMAYER are not decisive.

For the two stations St. Helena and Singapore the existence of the Lunar Atmospheric Tide, dependent on the hour angle of the moon, may be taken as having been proved beyond all doubt. But nothing more than this has been proved; the particular features of the phenomenon, the relation existing between the different positions of the moon, relatively to the meridian, and the variation of the barometric pressure in the lunar day could never be brought to light by a method of

discussion as that employed by General SABINE and Captain ELLIOT.

The hours of observation, for which the differences $b—b'$ are found, do not coincide, in most cases, with the lunar hours, but partly precede and partly follow them. The distance between the hours of observation and the lunar hours sometimes amounts to half an hour. The effects of this want of synchronism are compensated at the lunar hours where the influence of the moon increases as much to the following hour as it has decreased from the preceding, and at the lunar hours where the inverse takes place. But this is neither the case at the hours of the maxima and the minima, nor at the hours preceding and following them. This has the effect that the range of the Lunar Atmospheric Tide is found less than it really is, and that the phenomenon can never be known in its true state, for at least at 12 of the 24 lunar hours. General SABINE made notice of this defect of his method in his paper on the Lunar Atmospheric Tide at St. Helena.

For this reason I have employed an other method of discussion than General SABINE's.

The mean times of the superior culminations of the moon at Batavia were calculated, and from these mean times the mean times at the commencement of the several lunar hours of each lunar day were deduced. Then the barometric pressures at the several lunar hours of each lunar day were calculated, by interpolation between the observed values at the solar hours. The observations at the solar hours had been corrected beforehand for the solar diurnal variation; this was necessary in order to be able to examine the variation of the Lunar Atmospheric Tide at different periods of the synodical revolution of the moon.

The lunar days were arranged in periods of 28 or 29 days, beginning with the lunar days of New Moon, except when these days were partly Sundays, in which case the preceding or the following day was taken as the first of the period. These periods were united by 12 or 13 in epochs, each nearly corresponding with a year of observation. The means of the barometric pressures at the several lunar

hours for every year and for the three years together were then taken.

The results are contained in Table I. The means for 1866 are deduced from the observations made from January 16th, 1866, to January 5th, 1867; those for 1867 from the observations made from January 5th, 1867, to December 26th 1867; those for 1868 from the observations made from December 26th, 1867, to January 12th, 1869.

TABLE I.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Lunar hours.	Hourly Means for 1866.	Hourly Means for 1867.	Hourly Means for 1868.	Hourly Means for the three years.	Differences between the Means for each of the lunar hours and the Mean for the lunar day.	Differences between the Means for each of the lunar hours and the lowest hourly Mean.	Differences between the Means for each of the lunar hours and for the next following hour.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
0	758.89	758.89	759.32	759.040	+ 0.056	0.118	+ 0.014
1	8.90	8.90	9.34	9.054	+ 0.070	0.132	— 0 008
2	8.91	8.89	9.33	9.051	+ 0.067	0.129	— 0.018
3	8.89	8.87	9.32	9.033	+ 0.049	0.111	— 0.035
4	8.85	8.85	9.27	8.998	+ 0.014	0.076	— 0.036
5	8.83	8.81	9.22	8.962	— 0.022	0.040	— 0.014
6	8.82	8.79	9.21	8.948	— 0·036	0,026	— 0.006
7	8.83	8.79	9.20	8.942	— 0.042	0.020	0.000
8	8.84	8.78	9.19	8.942	— 0.042	0.020	+ 0.017
9	8.86	8.79	9.21	8.959	— 0.025	0.037	+ 0.029
10	8 90	8.81	9.24	8.988	+ 0.004	0.066	+ 0 024
11	8.91	8.84	9.27	9.012	+ 0.028	0.090	+ 0.010
12	8.92	8.86	9.27	9.022	+ 0.038	0.100	+ 0.001
13	8.94	8.86	9.25	9.023	+ 0 039	0.101	— 0.012
14	8.92	8.85	9.25	9.011	+ 0.027	0.089	— 0.023
15	8.90	8.82	9 23	8.988	+ 0.004	0.066	— 0.028
16	8.86	8.81	9.20	8.960	— 0.024	0.038	— 0.028
17	8.84	8.77	9.17	8.932	— 0.052	0.010	— 0·016
18	8.83	8.76	9.17	8.926	— 0.058	0.004	— 0.004
19	8.83	8.75	9.17	8.922	— 0.062	0.000	+ 0.008
20	8.83	8.76	9.18	8,930	— 0.054	0.008	+ 0.029
21	8.84	8.80	9.22	8.959	— 0.025	0.037	+ 0.031
22	8.86	8.83	9.26	8.990	+ 0.006	0.068	+ 0.031
23	8.90	8.86	9.28	9.021	+ 0.037	0.099	+ 0.019
Means	758.87	758.82	759.24	758.984			

The 5th column of Table I contains the means of the barometric pressures for the several lunar hours deduced from observations made during three years. These numbers show that the Lunar Atmospheric Tide at Batavia has two maxima and two minima. The two highest barometric pressures are those for the hours 1 and 13, the hours following the hours of the two passages of the moon through the meridian; the two lowest are those for the hours 7 and 19, the hours following the hours of the two passages of the moon through the horizon. The means for the hours 7 and 8 are the same, but by the means for the hours 6 and 9 it is evident that the minimum is nearer to 7 than to 8. The means found for each of the years 1866, 1867 and 1868 show nearly the same features as the means for the three years.

The regularity of the variation of the barometric pressure from hour to hour between the hours of the maxima and the minima is shown by the numbers contained in the 8th column.

The difference between the two extremes at the hours 1 and 19 is $0^{mm}.132$. The difference between the mean of the two maxima and the mean of the two minima is $0^{mm}.107$. The latter difference was found for St. Helena $0^{mm}.094$; for Singapore $0^{mm}.145$.

In order to examine whether any influence of the variation of the distance of the moon to the earth, and of the phases of the moon on the range of the Lunar Atmosperic Tide exists, the means of the barometric pressures on the lunar hours for the days of the apogee and the days preceding and following these have been calculated; the same has been done for the days of the perigee, New Moon, first Quadrature, Full Moon and second Quadrature.

The differences between the means of the maxima and the means of the minima for these six periods of lunar days are given in Table II.

TABLE II.

	For the periods of					
	Apogee	Perigee	New Moon	1st Quad.	Full Moon.	2d Quad.
Differences between the means of the Maxima and the means of the Minima.	mm 0.122	mm 0.137	mm 0.130	mm 0.132	mm 0.124	mm 0.117

As each of the periods comprehends only a small number of days, the same calculations have been made for periods comprehending the days of apogee with the two preceding and the two following days; the same has been done for the other periods. The results are contained in Table III.

TABLE III.

	For the periods of					
	Apogee	Perigee	New Moon	1st Quad.	Full Moon	2d Quad.
Differences between the means of the Maxima and the means of the Minima.	mm 0.100	mm 0.122	mm 0.141	mm 0.131	mm 0.102	mm 0.102

These numbers show that the range of the Lunar Atmospheric Tide is larger for the days of the perigee than for the days of the apogee. The same result was found by General SABINE. The numbers contained in the 4th, 5th, 6th and 7th columns show that this range is also very different at the different periods of the phases of the moon. General SABINE has only communicated the range of the Lunar Atmospheric Tide for the periods of syzygy and of quadrature; for these two periods the range was nearly the same. The mean of the numbers of the 4th and 6th columns is $0^{mm}.1215$; that of the numbers of the

5th and 7th columns is $0^{mm}.1165$; the difference between these two means is $0^{mm}\,005$.

I think it necessary to add that not much value should be attached to the results contained in the Tables II and III; to decide these questions a much longer series of observations than one of three years must be discussed.

From the numbers contained in the 5th column of Table I I have deduced a periodic formula representing the variation of the mean barometric pressure during the lunar day. This formula is:

$$B = \overset{mm}{758.9839} + \overset{mm}{0\,0184}\sin(\theta + 39°31') + \overset{mm}{0.0553}\sin(2\theta + 64°20')$$
$$+ \overset{mm}{0.0029}\sin(3\,\theta + 326°\,1') + \text{etc.}$$

In this formula B is the mean barometric pressure at that time of the lunar day, at which the hour angle of the moon is θ.

The mean barometric pressures at the several lunar hours have been calculated by means of this formula, firstly, taking into account only three terms, secondly, taking into account four terms. The calculated barometric pressures are given in the 2^{d} and 4th columns of Table IV.

TABLE IV.

Lunar hours.	Calculated barometric pressures.	Calculated — Observed.	Calculated barometric pressures.	Calculated — Observed.
	mm	mm	mm	mm
0	759.045	+ 0.005	759.044	+ 0.004
1	9.054	0.000	9.055	+ 0.001
2	9.047	— 0.004	9.049	— 0.002
3	9.026	— 0.007	9.029	— 0.004
4	8.998	0.000	8.999	+ 0.001
5	8.969	+ 0.007	8.969	+ 0.007
6	8.948	0.000	8.946	— 0.002
7	8.940	— 0.002	8.937	— 0.005
8	8.945	+ 0.003	8.943	+ 0.001
9	8.962	+ 0.003	8.962	+ 0.003
10	8.985	— 0.003	8.988	0.000
11	9.008	— 0.004	9.010	— 0.002
12	9.022	0.000	9.024	+ 0.002
13	9.024	+ 0.001	9.023	0.000
14	9.012	+ 0.001	9.010	— 0.001
15	8.990	+ 0.002	8.987	— 0.001
16	8.962	+ 0.002	8.960	0.000
17	8.936	+ 0.004	8.937	+ 0.005
18	8.920	— 0.006	8.922	— 0.004
19	8.918	— 0.004	8.921	— 0.001
20	8.932	+ 0.002	8.933	+ 0.003
21	8.958	— 0.001	8.958	— 0.001
22	8.991	+ 0.001	8.989	— 0.001
23	759.023	+ 0.002	759.020	— 0.001
Sum of the Positive differences		+ 0.033		+ 0.027
Sum of the Negative differences		— 0.031		— 0.025

The differences between the calculated and observed barometric pressures are contained in the 3[d] and 5[th] columns of Table IV. These differences are small and do not show a distinct periodicity; those contained in the 3[d] column are not much less than those contained in the 5[th] column. Therefore I think it sufficient to take only three terms into account, and think it very probable that the mean barometric pressures at different times of the lunar day at Batavia are represented by the formula:

$$B = \overset{mm}{758.9839} + \overset{mm}{0.0184} \sin(\theta + 39^\circ 31') + \overset{mm}{0.0553} \sin(2\theta + 64^\circ 20')$$

The mean barometric pressure of the lunar day is represented by the first term; the variation of the barometric pressure during the lunar day is represented by the two last terms; the 3[d] term represents a line with two maxima and two minima, the 2[d] term a line with one maximum and one minimum. By the 3[d] term a regular tide is represented; by the 2[d] term is represented that the tidal movement in the atmosphere is larger when the moon is above, than when it is under the horizon.

In how far the Lunar Atmospheric Tide at Batavia is really represented by this formula, must be decided by the discussion of a longer series of observations: it is likely that the coefficient of the 2[d] term will be found to have too great a value, because the difference between the two maxima is greater than could be expected by the range of the variation of the distance of the moon to the place of observation during a lunar day.

The maxima and minima of the mean barometric pressures during the lunar day, and the times when they occur, according to this formula, are contained in Table V.

TABLE V.

	Lunar time.	Barometric pressures.
	h	mm
1[st] Maximum	1.04	759.054
1[st] Minimum	7.12	758.939
2[d] Maximum	12.65	759.025
2[d] Minimum	18.62	758.917

Batavia, March 7[th], 1870.

OVER NATUURMATEN.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN,
Lid der Afdeeling Natuurkunde.

1. HUYGENS schreef reeds in zijn *Horol. Oscill.* *): „Caeterum penduli longitudinem, rotis quemadmodum diximus ordinatis, eam esse oportet ut scrupula secunda singulis recursibus metiatur, quae longitudo tripedalis est, et commode in schemate exhiberi non potuit. Tripedalem dico, non alicujus respectu pedis qui apud Europae gentem hanc illamve in usu sit, sed certo aeternoque pedis modulo ab ipsa hujus penduli longitudine desumpto, quem *Pedem Horarium* in posterum appellare liceat, ad illam enim omnium aliorum pedum mensurae referri debent quas incorruptas posteris tradere voluerimus. Neque enim, verbi gratiâ, ignorabitur unquam venturis saeculis Parisini pedis modus, dum constabit eum ad Pedem Horarium esse ut 864 ad 881" Hier hebben wij dus reeds het voorstel om de lengte van den secunde-slinger als *tijdmaat*, of beter gezegd als standaard, ter vaststelling van den *voet* aan te nemen. In 1664 schijnt dit voorstel reeds onder de geleerden besproken te zijn. Tevens geeft HUYGENS hier de lengte van den secunde-slinger, gelijk 440.5 Parijssche lijnen, eene bepaling die reeds op 2 of 3 tienden eener lijn naauwkeurig is. HUYGENS was lid der Fransche Academie bij hare oprigting in 1666, en op dit voorstel doelt het gezegde in een *Exposé* †): „c'est dans le sein de cette compagnie qu'un homme d'un grand génie, HUYGENS, en a conçu et préparé la première idée il y a plus d'un siècle." Hierop wijst op nieuw VAN SWINDEN, in zijn Rapport fait à l'Institut

*) *Opera. Edidit* 's GRAVESANDE. Vol. I, p. 86.
†) *Mémoires de l'Académie.* 1788. p. 20.

National le 29 Prairial an VII, waar hij de pogingen van HUYGENS en LA CONDAMINE tot invoering eener natuurmaat herinnert *).

HUYGENS wist toen nog niet, dat de lengte van den secundeslinger niet overal op aarde even lang was. Dit feit werd in 1672 door RICHER ontdekt.

Verschillende breedte-graadmetingen volgden nu elkander op. Als eerste, die tevens een voorbeeld van naauwkeurigheid was, stond hier bovenaan die welke door WILLEBRORD SNELLIUS reeds in 1615 tusschen Alkmaar en Bergen-op-Zoom werd uitgevoerd †). Men wilde nu daardoor de afplatting der aarde aantoonen, die de wiskundigen al terstond uit de verandering in de lengte van den secunde-slinger hadden afgeleid. Om dit punt voor goed te onderzoeken, werden in 1735 twee nieuwe graadmetingen aangevangen: eene door BOUGUER en LA CONDAMINE onder den aequator en eene andere door MAUPERTUIS en CLAIRAUT zoo hoog doenlijk in het Noorden. Deze werden met bepalingen der lengte van den secunde-slinger op verschillende breedten verbonden. BOUGUER en LA CONDAMINE beiden drongen aan op de invoering van de lengte van den secunde-slinger als grondmaat. Bij het einde der graadmeting in Peru werd de onder den aequator te Quito gevonden lengte van den secunde-slinger aldaar in steen gehouwen §) met het onderschrift: Mensurae naturalis exemplar, utinam et universalis. HATTON en WHITEHURST in Engeland trachtten evenzeer in 1774 en 1787 de lengte van den secunde-slinger als standaard voor de lengtematen in te voeren.

Voor de metingen in Peru en in het Noorden werden door LANGLOIS twee toisen vervaardigd, kopieën van de standaard-toise van 1668 **). De eerste toise, die onder het opzigt van GODIN vervaardigd was, werd naar Peru medegenomen en is ongedeerd teruggekomen. De tweede, die onder het opzigt van DE LA CON-

*) DELAMBRE, *Base du système métrique*. III, p. 593.

†) *Eratosthenes Batavus*. L. B. 1617.

§) DE LA CONDAMINE, *Nouveau Projet d'une mesure invariable*. *Mémoires de l'Académie*. 1747. p. 504, waar men die maat vindt afgebeeld.

**) *Base du système métrique*. III, p. 405 en *Mesure des trois premiers degrés du méridien*, par DE LA CONDAMINE. 1751. p. 75 et 85.

DAMINE vervaardigd en door MAUPERTUIS naar het Noorden mede genomen was, leed schipbreuk in de Bothnische golf en roestte daardoor — beiden waren van gepolijst ijzer —; de commissie voor het Métrique stelsel vond aan deze toise duidelijk een klein stukje ter correctie aangebragt, waaromtrent zij niet konde uitmaken of het vóór, dan wel na de reis naar Lapland er was aangehecht; hierdoor verloor dus deze tweede toise hare authenticiteit, en naar aanleiding hiervan zeide BESSEL *) kortweg: dat deze tweede toise door schipbreuk verloren was gegaan.

Behalve deze twee bestond nog eene derde kopie, insgelijks door LANGLOIS vervaardigd, die MAIRAN bezigde bij zijne bepaling der lengte van den secunde-slinger †). De commissie van het Métrique stelsel had dus drie toisen tot hare dispositie, die oorspronkelijk, natuurlijk binnen zekere grenzen van naauwkeurigheid, aan elkander gelijk waren geweest. De toisen du Pérou, du Nord et de Mairan.

Sints den tijd van HUYGENS heeft men zich dus meer dan eene eeuw lang bezig gehouden met het denkbeeld om den secunde-slinger als standaard voor lengte-maat in te voeren, en de lengte die als standaardmaat tot ons gekomen is, is de maat van zes voet, de toise, die, mogelijk ook wel op zijn aanraden en dat van PICARD §), die met hem bij de oprigting lid der Fransche Academie was, in 1668 op nieuw vastgesteld, aan het Châtelet werd vastgeklonken en waarvan de drie genoemde toisen kopieën zijn.

2. Hoe kort ook, men heeft in het gezegde een beknopt overzigt van den ontwikkelingsgang der vaststelling van de lengtemaat. PICARD ijverde met HUYGENS reeds voor de lengte van den secunde-slinger als natuurmaat. Verlangt men nog meer omtrent die toisen te weten, die zulk eene groote rol gespeeld hebben, dan vindt men dit in de verhandeling van DE LA CONDAMINE van 1758: *Remarques sur la Toise étalon du Châtelet* **). Dezelfde geleerde spreekt ook nog op eene andere plaats

*) *Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche durch die Einheit des Preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind.* Berlin, 1839. p. 6.

†) *Base du système métrique.* III. p. 406.

§) *Mémoires de l'Académie.* Tom. VI. p. 432.

**) *Mémoires de l'Académie.* 1772. Part. II. p. 482.

over die natuurmaat *). In 1788 begon de groote beweging in Frankrijk ter verkrijging van eenheid en vastheid in maat, gewigt en munt. In 1790 bragt TALLEYRAND-PERIGORD de zaak in de Constituante, en reeds den 22sten Augustus van dat jaar werd door den koning het voorstel goedgekeurd, hetwelk hiertoe strekte dat, ook met goedkeuring van den koning van Engeland, door vereenigde Fransche en Engelsche geleerden de lengte van den secunde-slinger op 45° noorder breedte, of op eenig ander punt, bepaald zoude worden, en dat daarop een stel van maten zoude worden gegrondvest. Men ziet derhalve, dat toen bepaald de lengte van den secunde-slinger nog altijd de hoofdgedachte bij het ontwerpen van een stelsel van maten uitmaakte. Als commissarissen werden benoemd DE BORDA, LAGRANGE, LA PLACE, MONGE en CONDORCET; hiermede was de eerste commissie van het Métrique stelsel geconstitueerd; den 19den Maart 1791 bragt zij haar eerste rapport uit; het einde van het mandaat dezer commissie, die gedurig met nieuwe leden werd aangevuld en waaraan ten slotte ook buitenlandsche commissarissen deel namen, kan men gevoegelijk stellen op den 23sten Junij 1799, toen voor het wetgevend ligchaam (van wege het Institut des sciences) rapport werd uitgebragt †) en standaardmeter en kilogram in de Nationale archiven gedeponeerd werden.

In dat rapport van 19 Maart 1791 §) werd reeds terstond, gelijk ook door VAN SWINDEN in het laatste algemeene rapport, dat voor het vereenigde Instituut gelezen werd, wordt opgemerkt **), de secunde-slinger als eenheid van maat verworpen. Terwijl men het 40millioenste gedeelte van den aard-meridiaan als eenheid van maat voorstelde, werd echter de lengte van den secunde-slinger behouden, als middel om die nieuwe eenheid daaraan ten allen tijde te kunnen toetsen. Hierdoor werd als met een enkel woord het standpunt geschapen waarop wij ons tegenwoordig nog bevinden — een standpunt, waarop zich vervolgens SABINE, HANSTEEN, BESSEL, SCHUMACHER en zoo vele an-

---

*) *Mémoires de l'Académie.* 1745. p. 486.

†) *Base du système métrique.* III. p. 581.

§) *Mémoires de l'Académie.* 1788. p. 9.

**) *Base du système métrique.* III. p. 594.

deren plaatsten, dat van eene willekeurige maat namelijk, gecontroleerd door de lengte van den secunde-slinger op eenig punt der aardoppervlakte. BONNÉ sloeg in 1790 een gedeelte van den aequator der aarde als normaal-maat voor en noemde die aequatoriaalvoet *).

Er behoort juist niet veel scherpzinnigheid toe om op te merken, dat juist het beginsel der commissie om den secunde-slinger eenvoudig als middel van verificatie te gebruiken, maar hemzelven als eenheid van maat los te laten, hoe rationeel het ook wezen moge, meer dan iets anders aan de algemeene invoering van den meter als maat voor alle volken heeft in den weg gestaan en zal blijven in den weg staan. Wij kunnen hier het citaat repeteren van BAUDIN, president van den Conseil des Anciens, in zijn antwoord aan de commissarissen van het Instituut †), waar hij het gezegde van ROUSSEAU aanhaalt: „Les hommes préféreront toujours une mauvaise manière de savoir à une meilleure manière d'apprendre." Immers door op den secunde-slinger als middel tot contrôle te wijzen, was het voor ieder volk het eenvoudigst, om bij zijne eigen maten te blijven en die door die natuurmaat juist te bepalen, in stede van eerst eene andere geheel ongebruikelijke dusgenaamde natuurmaat in te voeren, die dan toch weêr op dezelfde wijze moest worden geverifieerd. Uit dit oogpunt is het wel de grootste fout die men begaan kon, toen men de lengte van den secunde-slinger op 45° breedte, die toch zoo digt bij den meter kwam, als eenheid van maat losliet.

3. Hiermede is tevens het oogpunt gepreciseerd, waaruit ik de eischen aan eene natuurmaat te stellen wil beschouwen. Ik wil eenvoudig deze dubbele vraag beantwoorden: is de naauwkeurigheid waarmede oorspronkelijk de meter werd vastgesteld, en waarmede de lengte van den secunde-slinger toen en nu bepaald wordt, in goede verhouding met de naauwkeurigheid waarmede twee lengte-maten tegenwoordig kunnen worden vergeleken — en is ten tweeden de voor den secunde-slinger bereikbare naauw-

---

*) MUNCKE, in GEHLER's *Physikalisches Wörterbuch*. VI. p. 1264 en zijne daar aangehaalde *Principes etc*. 1790.

†) *Base du système métrique*. III. p 651.

keurigheid voldoende, om ons die eventuëele veranderingen in standaard-maten en étalons te leeren kennen, waarvoor men teregt bevreesd is. Men zal zien dat, zoowel op het eene als op het andere punt, ons antwoord bepaald ontkennend behoort te zijn.

De naauwkeurigheid door de commissie van het Métrique stelsel, bij het meten en vergelijken van lengte-maten verkregen, reikte met behulp van een vernier tot $\frac{1}{200000}$ van een modulus van 12 voet *), dat is tot $\frac{1}{100000}$ eener toise of tot $\frac{1}{50000}$ van een meter. Een tweehonderdste deel van eene lijn wordt door PRONY †) voor onmerkbaar verklaard, dit is $\frac{1}{88339}$ van een meter; 3 duizendsten van eene lijn §), dat is 7 duizendsten van een millimeter, of $\frac{1}{150000}$ van een meter, worden door hem als nul beschouwd. BORDA zegt **), dat nog gemakkelijk halve en zelfs derde gedeelten op den vernier zullen kunnen worden geschat, dat is dus hoogstens $\frac{1}{150000}$ van een meter.

De mate van naauwkeurigheid der geodetische operaties blijft geheel buiten de beschouwing. Maar in zooverre wij hier de grenzen van naauwkeurigheid vinden aangewezen, met welke de modulus of dubbele Toise, dat is de grondmaat waarmede de bases gemeten werden, met de Toise du Pérou en ook weder de meter met die Toise en zoo al verder, konden worden vergeleken, neem ik aan dat de oorspronkelijke meter hoogstens tot op $\frac{1}{100000}$ of uiterlijk $\frac{1}{150000}$ zijner waarde naauwkeurig is, dat is zoo omtrent tot op 0.01^{mm}. De naauwkeurigheid der eigenlijke bepalingen van de lengte van den secunde-slinger door BORDA en CASSINI ††) weder evenzeer geheel buiten

---

*) *Base du Système Métrique.* III. p. 313, 314, 346, 347, 404 en 607.

†) Ibid. p. 404.

§) Ibid. p. 408.

**) Ibid. p. 314.

††) Ibid. p. 337.

rekening gelaten, zal van dit standpunt de uitkomst ook al niet meer dan op $\frac{1}{100000}$ harer waarde zeker kunnen zijn.

BORDA en CASSINI bezigden bij hunne metingen een slinger die 12 voet lang was; het kenschetsende in de methode van BORDA is, dat hij een mes aanbragt, dat alleen op zijne stalen plaat schommelende reeds denzelfden schommeltijd bezat als de slinger zelf; hierdoor rekende hij zich ontslagen van alle verdere correcties ten gevolge van dat mes, en bepaalde nu den afstand tusschen den onderkant van het mes en het laagste punt van den slinger-bol. De schommeltijd werd met behulp der gemeten amplituden op oneindig kleine bogen teruggebragt. De gevonden lengte werd vooreerst gecorrigeerd voor de verandering in lengte van den ijzerdraad, ten gevolge van het temperatuurs-verschil tusschen den tijd waarop de schommelingen bepaald werden en het oogenblik waarop de lengte met den maatstaf gemeten werd. Die lengte werd verder gecorrigeerd voor het gewigt van den draad en van het koperen verbindingsstukje tusschen den draad en den slinger-bol. De correctie voor den straal van den bol, dit spreekt wel van zelf, werd in de allereerste plaats ingevoerd. Ten laatsten werd de gevonden lengte nog op het luchtledige gereduceerd, waarbij BORDA meende te kunnen volstaan met alleen de vermindering der zwaartekracht in rekening te brengen, die geboren wordt uit het gewigts-verlies van bol, koper-stukje en draad in de lucht. De schommeltijd werd niet gecorrigeerd voor den weêrstand der lucht. Eigenaardig kan men deze wijze van bepaling van de lengte van den secunde-slinger naar BORDA de absolute bepaling noemen.

Eenige jaren later, in 1804, werd, behoudens eenige wijzigingen door BIOT, MATHIEU en BOUVARD, geheel naar de methode van BORDA *), op nieuw voor Parijs de lengte van den enkelvoudigen secunde-slinger bepaald. Zoowel de metingen van BORDA als die van BIOT hadden plaats in het observatorium. Gereduceerd tot het oppervlak der zee en op het luchtledige naar de zoo even omschreven wijze geven zij voor de lengte in quaestie †):

---

*) BIOT en ARAGO, *Recueil d'observations etc.* Paris, 1821. p. 441.

†) BIOT, *Traité d'astronomie physique.* 3e Edit. T. II. p. 467. Tableau A.

BORDA en CASSINI	993.846147^{mm}
BIOT, MATHIEU en BOUVARD	993.866780^{mm}
verschil	0.020633^{mm}.

De bepaling der lengte van den secunde-slinger voor Parijs is dus naar deze uitkomsten nog op $\frac{1}{100000}$ harer waarde of 0.01^{mm} onzeker.

BESSEL heeft de waarnemingen voor Parijs overgebragt op Königsberg, met behulp van bepalingen met den reversie-slinger van BOHNENBERGER of KATER èn te Parijs èn te Königsberg èn te Greenwich *); en daar de overeenstemming tusschen zijne eigene bepaling en de aldus uit de waarnemingen te Parijs afgeleide waarde voor Königsberg hem nog niet voldoende was, bragt hij aan de Parijssche bepalingen het nog ontbrekende deel der correctie voor den wederstand der lucht aan, bragt ze verder met behulp der voorhanden vergelijkingen van Parijs naar Londen over en reduceerde ze vervolgens van Londen op Königsberg, met behulp der formule van SABINE: $l = \overset{\text{lijnen}}{439.2975} + \overset{\text{lijnen}}{2.28174} \, Sin^2 \varphi$, waarin de lijnen Parijssche maat zijn en φ de poolshoogte beteekent. Maar zelfs naar deze reductie, waarbij hij aan de directe overdraging van Parijs op Königsberg, die hij bezat, alle waarde moest ontzeggen, verkreeg hij nog de verlangde overeenstemming niet. BESSEL's eigene bepaling voor Königsberg, gereduceerd op het oppervlak der zee, gaf:

440.8179 Parijssche lijnen; de beide genoemde bepalingen,

naar de eerste wijze overgebragt:		naar de tweede wijze overgebragt:	
BORDA	440.8349	BORDA	440.8215
en BIOT	440.8430	BIOT	440.8296.

Het verschil tusschen BORDA en BIOT van boven blijft hier natuurlijk bestaan; wij mogen alleen nog maar BESSEL vergelijken met BORDA, die hem het digste bijkomt, en vinden dan naar de eerste wijze een verschil van 0.0170 lijn of $\frac{1}{25000}$ der waarde en naar de tweede meest voordeelige wijze van re-

*) *Untersuchungen über die Länge des einfachen Secunden Pendels* Berlin, 1828. p. 58 et seqq.

ductie een verschil van 0.0036 lijn of $\frac{1}{122000}$ der waarde. De bepaling van BORDA blijkt dus ook hier nog wel op $\frac{1}{100000}$ harer waarde, dunkt mij, onzeker.

4. Hiermede stap ik van de Parijssche uitkomsten af en ik ga nu over tot het naauwkeurigste wat stellig de latere tijden in dit opzigt hebben opgeleverd, tot de bepalingen namelijk van BESSEL zelven en van SCHUMACHER, die te zamen behooren en elkander in zekeren zin voor ons kunnen controleren.

Het eigenaardige der methode van BESSEL, in tegenstelling met die van BORDA, bestaat hierin, dat zij eigenlijk eene differentiaal-methode is. Ten einde onafhankelijk te worden van den invloed van het ophangpunt, waarop door BORDA niet voldoende *) gelet was, liet BESSEL een korten en een langen slinger aan denzelfden ophangings-toestel schommelen, waarvan de lange juist eene Toise du Pérou langer was dan de korte. Ten einde het door BORDA verwaarloosde gedeelte van den invloed der lucht †) te kunnen elimineeren, hetwelk ontstaat uit de mede-beweging der omgelegen luchtdeeltjes, waarop DUBUAT reeds opmerkzaam maakte, liet BESSEL een zwaren en een ligten bol, een koperen en een ivoren, die dus onder gelijke uitwendige afmetingen een zeer verschillend gewigt bezaten, aan dezelfde draden schommelen; hierdoor werd het hem mogelijk den verlangden coëfficiënt k te bepalen. Eene enkele bepaling van de lengte van den enkelvoudigen secunde-slinger vorderde alzoo minstens vier reeksen van waarnemingen, twee met den zwaren bol, waarvan eene met den korten en de andere met den langen draad, en evenzoo twee met den ligten bol, de eene weder met den korten en de andere met den langen draad. In de einduitkomsten van BESSEL komen twee onbekende grootheden voor; de eene ε is vermenigvuldigd met een factor die hieruit ontstaat, dat het geometrisch zwaartepunt van den geheelen slinger, dat is het zwaartepunt der verdrongen luchtmassa, niet zamenvalt met zijn physisch zwaartepunt, eene omstandigheid, waarop men vóór BESSEL

---

*) BESSEL, in de geciteerde *Untersuchungen etc.* p. 79.

† Ibidem p. 32 et seqq.

ook niet gelet had; ε wordt eenvoudig door de waarnemingen met denzelfden koperen of ivoren bol aan den langen en korten draad geleverd, uitgedrukt in *k*; de andere grootheid is deze *k*, die door de verbinding der waarnemingen met den koperen en den ivoren bol onderling gevonden wordt. Op deze wijze zijn de waarnemingen van BESSEL ter bepaling van den secunde-slinger voor Königsberg in 1826 en 1827 gedaan; zij omvatten 44 bepalingen met den geel koperen bol en den langen draad, 22 bepalingen met den geel koperen bol en den korten draad, 16 met den ivoren bol en den langen draad en 16 met den ivoren bol en den korten draad *).

Van tijd tot tijd werd de slinger-draad nog omgekeerd en de hefboom van den micrometer bij de bepaling der lengte van den slinger omgezet, al weder naar het beginsel om de fouten te elimineeren, door ze zoo veel mogelijk beurtelings in tegengestelden zin te laten werken; hieruit ontstaat voornamelijk de disproportie tusschen de onderscheidene aantallen van bepalingen en het groote overwigt van het aantal bepalingen met den koperen bol en den langen draad. In 1828 †) kwam BESSEL op deze bepaling voor Königsberg, ten behoeve van een ander onderzoek, terug. De geel koperen en ivoren bol werden vervangen door een geel koperen hollen cylinder, 2 Parijssche duimen hoog en even zoo veel in middellijn; deze cylinder werd gevuld, nu eens met een passend afgedraaiden cylinder (van geel koper, ijzer, zink, meteoor-ijzer, marmer, klei) dan weder met op elkander gestapelde schijven (zilveren en gouden muntstukken) of met door was aan elkander klevende stukken (van quartz) en eindelijk met water; het spreekt van zelf dat b.v. ook bij de muntstukken door gesmolten hars of was verhinderd werd, dat de vaste stoffen zich in den cylinder konden bewegen. Voor ons hebben deze onderzoekingen uitsluitend gewigt door de nieuwe bepaling van de lengte van den secunde-slinger voor Königsberg, welke zij opleverden.

Vervolgens leende BESSEL zijn geheelen door REPSOLD vervaar-

---

*) BESSEL, in de geciteerde *Untersuchungen etc.* p. 52.

†) *Versuche über die Kraft mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht.* Berlin, 1832.

digden toestel aan SCHUMACHER in Altona, die er de lengte van den secunde-slinger in 1829 en 1830 op het slot Güldenstein mede bepaalde. Deze metingen zijn eerst lang daarna, na SCHUMACHER's dood, in 1855 door PETERS *) gepubliceerd. De kapitale verandering welke de toestel door SCHUMACHER onderging, was, dat de geel koperen en ivoren bollen van vroeger en de holle geel koperen cylinder, met de verschillende daarin passende massive cylinders van verschillende stoffen, vervangen werden eenvoudig door een hollen cylinder van platina, ruim 15 lijnen hoog en omtrent even zoo veel in middellijn, en een daarin passenden massiven van hetzelfde metaal.

In 1835 eindelijk ondernam BESSEL met zijn aldus gewijzigd apparaat, op last der Pruissische Regering, de bepaling der lengte van den secunde-slinger voor Berlijn †); deze bepaling had plaats met het doel om daarnaar den standaard van lengtemaat van Pruissen immer te kunnen terug vinden.

5°. Zoodoende zijn wij in het bezit gekomen van vier hoogst naauwkeurige bepalingen der lengten van den secunde-slinger. Ik laat die uitkomsten hier volgen; allen zijn gereduceerd tot het oppervlak der zee; zij zijn uitgedrukt in Parijssche lijnen; de geographische breedte van de plaatsen van waarneming voeg ik daaraan toe:

	λ	φ
Königsberg, waarnemingen 1826 en 1827	440.8179	54°42′50″7
Königsberg, waarn. 1826, 1827 en 1828 vereenigd	440.8186	„ „ „
Güldenstein 1829 en 1830	440.8076	55°13′ 9″3
Berlin 1835	440.7390	52°30′16″0

Het past mij niet een oordeel over de waarde en naauwkeurigheid dezer waarnemingen uit te spreken; dit komt hun alleen toe, die soortgelijke onderzoekingen hebben gedaan; uit hunnen mond heeft het alleen ook waarde. Ik hoop te eeniger tijd onder de meer bevoegden te behooren; daar ik mij voor-

---

*) *Astronomische Nachrichten*, Altona, 1855. Vol. XL. p. 1.

†) Bestimmung der Länge des einfachen Secunden-Pendels für Berlin. 1837. Alle drie de Verhandelingen van BESSEL komen voor in de *Abhandlungen der Berliner Akademie.*

stel binnen korter of langer tijd soortgelijke bepaling te ondernemen. Voorshands hebben wij wel het regt, om deze bepalingen voor de naauwkeurigste en meest uitstekende te houden die immer geleverd werden.

De beide uitkomsten voor Königsberg wijken 0.0007 lijn dus $\frac{1}{629740}$ harer waarde, of 0.0015 millimeter, van elkander af; wij zouden dus kunnen zeggen, dat het verschil tusschen de uitkomst der eerste metingen voor Königsberg en die der tweede metingen afzonderlijk genomen zoo omtrent $\frac{1}{300000}$ harer waarde bedraagt. BESSEL herinnert bij zijne bepaling voor Berlijn *) nadrukkelijk aan de onzekerheid die uit de temperatuur ontstaat. Van waarschijnlijke fouten van het eindresultaat kan bij deze metingen geen sprake meer zijn; wanneer het aantal der metingen toeneemt, worden deze ten slotte toch oneindig klein — en bij zulke naauw aan elkander sluitende afzonderlijke uitkomsten als wij in deze reeksen hier voor ons hebben, worden die waarschijnlijke fouten om zoo te zeggen eigenlijk ook reeds belagchelijk klein. Wanneer ik moet zeggen wat ik meen, dan geef ik niet veel om die miniaturen waarschijnlijke fouten van het eind-resultaat, zoodra zij buiten de grenzen van het werkelijk bij de waarnemingen meetbare of zigtbare vallen: de onderlinge vergelijking der afzonderlijke uitkomsten, die tot het eind-midden zamenwerken, heeft in mijn oog veel grooter waarde.

De grootste afwijking tusschen de uiterste afzonderlijke uitkomsten van BESSEL voor Königsberg in 1826—1827 met den koperen bol †) bedraagt 0.0075 Lijn, of $\frac{1}{60000}$, en die met den ivoren bol wijken 0.0104 Lijn of $\frac{1}{44000}$ harer waarde van elkander af. Voor de latere metingen van 1828 te Königsberg geeft BESSEL zelf op §), dat de met verschillende zelfstandigheden be-

*) l c p. 186.

†) Zie de geciteerde verhandeling. p. 55.

§) *Versuche über die Kraft*, etc p. 57 of *Abhandlungen der Berliner Akademie* aus dem Jahre 1889. p. 97.

paalde lengte van den secunde-slinger nog geen $\frac{1}{60000}$ van de gemiddelde waarde afwijken; dit geeft dus voor de grootste afwijking tusschen de uiterste uitkomsten hoogstens $\frac{1}{30000}$. De afzonderlijke bepalingen die tot het eind-resultaat medewerken, wijken in de metingen van Berlijn *) niet meer dan $\frac{1}{80000}$, of $\frac{1}{100000}$ van de waarde, van elkander af.

Er blijft mij nog een middel over, om eene greep te doen naar de naauwkeurigheid der verkregene uitkomsten; ik kan namelijk de in Art. 3 aangehaalde formule van SABINE $l = \overset{\text{L.}}{439{,}2975} + \overset{\text{L}}{2{,}28174} \sin^2\varphi$ bezigen om de slinger-lengte voor de drie gegeven plaatsen te berekenen; de poolshoogten zijn zeer naauwkeurig bekend; dus is het zeer belangrijk om eens na te gaan, wat deze formule oplevert.

Ik vond:

		L.	R—W.
Königsberg	$l = 439.2975 + 1{,}52035$	$= 440{,}8178$ ..	0,0008
Güldenstein	$l = 439{,}2975 + 1{,}50171$	$= 440{,}7992$ ..	0,0084
Berlijn	$l = 439{,}2975 + 1{,}43635$	$= 440{,}7339$ ..	0,0051

Vergelijkt men nu deze uitkomsten der berekening met de tweede algemeene uitkomst voor Königsberg en de beide anderen voor Güldenstein en Berlijn, dan vindt men de hiernevens opgegeven verschillen *Rekening-Waarneming*. Hoe komt het nu, dat die verschillen voor de beide laatste plaatsen in denzelfden zin zoo veel afwijken van dat voor Königsberg; men kan zich niet op eene eigenlijke fout van de formule beroepen, want Güldenstein en Königsberg, waarvoor de sprong in de differentie te groot is, hebben bijna dezelfde geographische breedte. Men zal zich beroepen op geologische verschillen †) in den bodem; hierover valt moeijelijk te oordeelen; ik geef gaarne toe, dat Königsberg veel digter aan zee ligt dan de beide andere plaatsen; maar daardoor is mij geen geognostisch

---

*) *Abhandlungen der Berliner Akademie* aus dem Jahre 1835. p. 185.

†) *Abhandlungen der Berliner Akademie* aus dem Jahre 1835, p. 164.

verschil van den ondergrond aangetoond. Hoe het ook zij, wij vinden hier weder eene onzekerheid die tot $\frac{1}{50000}$ der waarde opklimt. Men mag niet voorbijzien, dat de metingen in Güldenstein en Berlijn beiden met een anderen slingerbol werden gedaan dan die in Königsberg, namelijk met den hollen en massiven platina-cylinder. Die platina-cylinder konde niet worden omgekeerd *); meer dan waarschijnlijk zal de massive cylinder welke in den hollen geschoven werd, wel niet homogeen geweest zijn; ik zoude bijna denken, dat wij hier te doen hebben met de oorzaak eener constante fout. Hoe jammer dat BESSEL zelf zijne resultaten niet aan die formule getoetst heeft, zoo ver mij althans bekend is; hij zoude in dezen vrij wat bevoegder beoordeelaar dan ik zijn geweest.

6. Ik ga over tot de vierde en laatste verhandeling van BESSEL waarover ik spreken wil, die over den Pruissischen étalon, welke ik weêr als afzonderlijken afdruk bij de hand heb †). Het is mij te doen om de naauwkeurigheid te kennen waarmede BESSEL en BAEYER lengte-maten kunnen vergelijken. BESSEL geeft §) voor de lengte van den pruissischen étalon in Parijssche lijnen, uit 24 metingen van 1835:

$$417.38918 \pm 0.00011.$$

Daarna deed hij in 1837 de noodige onderzoekingen om de dilatatie van dezen étalon te bepalen, waarbij hij afwisselend aan warmte en koude moest worden blootgesteld. Vervolgens geeft BESSEL als resultaat van 48 in 1837 nog naauwkeuriger metingen **):

voor den étalon $417.38939 \pm 0.0000375.$

Beide uitkomsten wijken 0.00021 lijnen van elkander af; BESSEL doet opmerken, dat dit verschil het gevolg kan zijn van de tusschengelegen temperatuur-veranderingen. Deze uitkomsten zijn verkregen door vergelijking met dezelfde Toise du

---

*) *Abhandlungen der Berliner Akademie* aus dem Jahre 1835. p. 164.

†) *Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln*, etc. Berlin, 1839, reeds in art. 1 geciteerd.

§) l. c. p. 78.

**) l. c. p. 89.

Péron, die bij al de slingermetingen gediend had. De gemiddelde fout van elke der 24 eerste metingen is ± 0.00055 lijn en die der latere 48 is ± 0 000244 lijn. De gemiddelde fouten van de eind-resultaten zijn respectivelijk $\frac{1}{3800000}$ en $\frac{1}{11500000}$ der geheele lengte. Het is wel niet uit te maken, hoe die verschillende uitkomst voor de lengte van den étalon is geboren; maar zij werpt niettemin eene geduchte schaduw op de waarde van alle standaard-maten, in zooverre zij hare voortdurende onveranderlijkheid twijfelachtig maakt.

BAEYER *) heeft aan de meetstaven die BESSEL in 1834 voor de graadmeting in Oost-Pruissen bezigde bevonden, dat de coëfficiënten van dilatatie van die stangen van ijzer en zink in 20 jaren zeer sterk verminderd waren. Bij de vergelijkingen dezer stangen met BESSEL's toise in de normaal-temperatuur van 16°.25 C. vond hij de verschillen zóó klein, dat zij vielen binnen de grenzen der middelbare fouten, weshalve hij besluit, dat de lengten der staven bij die normaal-temperatuur onveranderd gebleven waren. Ik zal wel niet behoeven te zeggen, hoe toevallig het zoude zijn, dat juist onder alle duizenden mogelijke temperaturen, de staven bij die normaal-temperatuur onveranderd hare lengten zouden hebben behouden. Ik zoude dus liever zeggen dat BAEYER's metingen bewijzen, dat de lengten van ijzeren en zinken staven aan verandering onderhevig zijn en dat ook evenzoo de uitzettingen (liever dan de uitzettingscoëfficiënten) veranderen. BAEYER vermeldt de mogelijke verklaringen van het verschijnsel, die door PLATEAU aan de hand zijn gedaan, en besluit even goed als ik uit zijne metingen tot de veranderlijkheid der lengte van maatstaven in het algemeen. Hij geeft twee middelen aan de hand om de lengte der maatstaven na eenigen tijd te verifiëeren: vooreerst het hermeten van vroeger gemeten bases van geodetische operatiën en ten tweeden herhaalde bepaling van de lengte van den secunde-slinger op dezelfde wijze als die vroeger met behulp van denzelfden maatstaf heeft plaats

*) *General-Bericht über die mittel-Europäische Gradmessung für das Jahr* 1866. p. 34.

gehad; tot verduidelijking wil ik hier bijvoegen: op dezelfde plaats, naar dezelfde methode, onder dezelfde omstandigheden, met denzelfden toestel en kan het zijn door denzelfden waarnemer.

De algemeene vergadering van de graadmeting in *) 1867 heeft de quaestie over de veranderlijkheid der meetstaven blijkbaar ook uit het algemeene oogpunt opgevat.

De zinken Toise †), waarvan BAEYER spreekt, schijnt ook wel degelijk in het tijdsverloop van 1852 tot 1866 te zijn ingekrompen.

Wij hebben nog een uitstekend middel om over de bij comparatie van lengtematen tegenwoordig bereikbare naauwkeurigheid te oordeelen. JAMES §) had bij de vergelijking met onderscheidene standaards ook de kopieën N°. 10 **) en N°. 11 van de BESSEL'sche Toise du Pérou bij de hand. Bij de normaal-temperatuur 16.25 C. waren deze Toisen, door BAUMANN vervaardigd, naar de vergelijkingen van BAEYER, luidens hare certificaten:

de Pruissische N°. 10 = Königsberger Toise — 0.00019 P. L.
de Belgische N°. 11 = ... — 0.000202 〃 〃
dus N°. 10 — N°. 11 = 0.000012 P. L.

Volgens de door JAMES gegeven vergelijkingen, komen wij tot eene uitkomst, die hiervan maar zeer weinig afwijkt. Bij dezelfde normaal-temperatuur zoude volgens de bepalingen van CLARKE, die eigenlijk onder JAMES de metingen uitvoerde,

N°. 10 zijn = 863.99917 P. L.
en N°. 11 〃 = 863.99893 〃 〃

dus N°. 10 — N°. 11 = 0.00024 P. L.; hierbij is voor de Toise van 864 P. L. aangenomen die welke overeenstemt met de standaard-waarde van de Yard; maar dit doet niets ter zake, daar het alleen om het verschil van N°. 10 en N°. 11 te doen is. De eerste vergelijkingen van BAEYER zijn van het jaar 1852; die van CLARKE voor N°. 10 van 1863 en voor N°. 11 van 1864. Beide deze Toisen zijn van niet gehard ge-

---

*) *General-Bericht* für 1867. p. 124 et seqq.

†) *General-Bericht* für 1866. p. 40.

§) *Comparisons of the standards of length*, etc. Londen 1866. p. 14 en 284.

**) Zie den oorsprong dezer kopie *General-Bericht* für 1866. p. 39.

goten staal. Letten wij nu op het verschil, dan bedroeg dit oorspronkelijk 0.000012 en later 0.00024 in denzelfden zin: door de Engelsche metingen wordt het dus 0.000228 P. L grooter gegeven dan door de oorspronkelijke certificaten, dat is $\frac{1}{3800000}$ der geheele waarde Wanneer wij de lengten der beide staven voor geheel onveranderd sints 1852, of wel voor gelijkelijk veranderd aannemen, omdat beide staven immers uit hetzelfde metaal zijn vervaardigd, dan kunnen wij zeggen dat de Engelsche vergelijkingen op een driemillioenste der waarde, of op 0.0005 millimeter na, met de oorspronkelijke overeenstemmen.

7. De Heer STAMKART heeft met den Heer OUDEMANS *) bij de vervaardiging der kopieën van standaard-meter en kilogram, in deze Academie, met behulp van zijn spiegel-comparateur, meters met elkander vergeleken. De naauwkeurigheid daarbij door iederen waarnemer op zich zelf bereikt, mogen wij op 0.0004 Mill. of $\frac{1}{2500000}$ der waarde stellen. Maar de afwijkingen tusschen beider uitkomsten onderling bedragen 0.0013 Millimeter of $\frac{1}{770000}$ der waarde.

Ik heb mij hier in het geheel niet willen begeven in eene beschouwing der verschillende wijzen van compareeren; evenmin lag het op mijnen weg om onderscheid te maken tusschen maten à trait en maten à bout; het was mij slechts te doen om een overzigt te geven van de naauwkeurigheid, die tot heden bereikt was.

Ik wil nog enkele getallen hier vereenigen:

Het verschil door BESSEL boven bij de vergelijkingen van zijn étalon (Art. 6) in 1835 en 1837 gevonden bedraagt 0.00021 P. L. of $\frac{1}{2000000}$ der waarde. Het verschil der uitkomsten van CLARKE in 1866 en de opgaven van BAEYER in 1852 voor het onderscheid der zoogenoemde toisen N°. 10 en 11 bedraagt 0.000228 P. L. of $\frac{1}{3800000}$ der waarde.

BAEYER vond van 1834 tot 1854 eene verkorting der maat-

---

*) *Verslagen en Mededeelingen*. VII. 1858. p. 32.

staven van BESSEL (l c. p. 39) van 0.0042 P. L. of $\frac{1}{410000}$ der lengte, daar deze staven dubbele toisen waren.

De zinken toise van BAEYER (l. c. p. 40) had van 1852—1866 eene verkorting ondergaan van omtrent 0.04 P. L., dat is $\frac{1}{21800}$ der geheele lengte.

De dilatatie-coëfficiënten voor 1° C. zijn:

van glas en platina. . .	0.000008	of	$\frac{1}{125000}$	der lengte
van ijzer en staal. . . .	0.000012	〃	$\frac{1}{84000}$	〃 〃
van geel koper	0.000015	〃	$\frac{1}{67000}$	〃 〃
van zilver.	0.000020	〃	$\frac{1}{50000}$	〃 〃
van zink	0.000030	〃	$\frac{1}{34000}$	〃 〃

De zekerheid, waarmede de meter oorspronkelijk werd vastgesteld, stel ik $\frac{1}{50000}$ zijner waarde; de zekerheid der bepaling van de lengte van den secunde-slinger van BORDA schat ik op $\frac{1}{50000}$ en die van BESSEL op $\frac{1}{100000}$ harer waarde.

De naauwkeurigheid in het compareeren van maten der Fransche geleerden schijnt niet hooger te gaan dan 0.01 Millim.; die van BESSEL en BAEYER gaat stellig tot 0.0005 Millim. en misschien wel tot 0 0001 Millim.; die van CLARKE gaat, geloof ik, tot 0.0005 Millim.; die van STAMKART eindelijk tot 0.0004 Millim. of de persoonlijke fouten in aanmerking genomen tot 0.001 Millim. Het is minder gepast om deze naauwkeurigheid in het compareeren in deelen van de geheele lengte voor te stellen, omdat hare absolute waarde altijd dezelfde blijft; twee centimeters b. v. kunnen alleen maar met dezelfde absolute naauwkeurigheid vergeleken worden als twee meters; dan is de absolute onzekerheid voor den centimeter en den meter beide b.v. 0.001 Millimeter; maar de relative onzekerheid is voor den centimeter $\frac{1}{10000}$ en voor den meter $\frac{1}{1000000}$ zijner waarde.

8. Wanneer wij nu de zoo even geresumeerde getallen beschouwen, dan blijkt dat wij, van al de mogelijke of geconstateerde veranderingen in de lengte van maatstaven, alleen die van de zinken toise zouden kunnen ontdekken, door ons aan de lengte van den secunde-slinger te refereren; dat wil zeggen, dat alleen die verkorting aan 't licht zoude gekomen zijn, wanneer wij bij de eerste en bij de laatste vergelijkingen de toise werkelijk bij den secunde-slinger hadden vergeleken.

Ten tweeden blijkt uit die getallen ook, dat wij, lettende vooral op de dilatatie-coëfficiënten, om de lengte van den secunde-slinger tot op $\frac{1}{1000000}$ harer waarde naauwkeurig te bepalen, tot op 0°.1 C zeker moeten zijn van de temperatuur, ook van het inwendige der maatstaven. Ten derden is het ook duidelijk dat wanneer wij twee meters, b. v. van glas of van platina, ijzer of staal met onze beste middelen tot op 0.001 Millim. of 0.0005 Millim. willen compareeren, wij dan zeker moeten zijn van 0°.1 of 0°.05 in de temperatuur; voor zink wordt dan eene zekerheid van 0°.033 of 0°.017 geeischt.

Willen wij verder nog b. v. zekerheid bezitten omtrent eene lengte-verandering van eene ijzeren toise ter grootte van 0.00025 P. L., dan moeten wij de temperatuur kennen tot op 0°.06 C. *)

9. Ik heb getracht eene voorstelling te geven van den tegenwoordigen stand der wetenschap omtrent het punt in quaestie; ik heb daarbij getrouw al de gebezigde verhandelingen geciteerd, opdat men zeer gemakkelijk een en ander nader zoude kunnen onderzoeken.

Behalve de constante verschillen of fouten, die in de gevonden lengte van den secunde-slinger kunnen voorkomen, tengevolge van verschil in de gebezigde methode of in de constructie van den toestel, blijft die lengte steeds onderworpen aan de onzekerheid en de toevallige fouten, die van de temperatuur afhankelijk zijn. Zoo wacht de laatste mij bekende bepaling †) van de lengte van den enkelvoudigen secunde-slinger, die na-

---

*) Bessel, *Untersuchungen und Maasregeln etc.* p. 92.

†) *Mémoires de la société de physique et d'histoire naturelle* de Genève. T. XVIII. 1866. p. 309.

melijk welke PLANTAMOUR in 1865 met een reversie-slinger van REPSOLD volbragt, nog altijd op haar definitief eindresultaat, tengevolge van de volslagen onbekendheid der coëfficiënten van dilatatie, wier kennis voor de reductie noodzakelijk is.

Maar zelfs dan nog, wanneer die bepaling van den slinger met de grootst mogelijke naauwkeurigheid uitvoerbaar ware en geheel vrij van constante en toevallige fouten konde plaats hebben, blijft er eene moeijelijkheid over; wanneer men den lengtestandaard refereert aan die slinger-lengte en hem daarmede vergelijkt, dan heeft die vergelijking plaats met eene grootheid, die van punt tot punt op de oppervlakte der aarde veranderlijk is en elke waarnemer, die zulk eene vergelijking doet, levert voor de waarde van de standaardmaat eene uitkomst die alleen met behulp van eene juiste kennis van den vorm der aarde, vergelijkbaar wordt met die van zijnen buurman; wanneer wij dan de zwaartekracht daarenboven van punt tot punt op de oppervlakte der aarde veranderlijk willen denken, tengevolge van de geologische zamenstelling van den ondergrond, dan ontvalt ons zelfs die theoretische band, dien de vorm der aarde ons gaf, en elke vergelijking staat voor altijd geheel op zich zelve en nog wel in den letterlijken zin van het woord, daar niemand weet te zeggen welke veranderingen en verplaatsingen in de diepte der aarde onder onze voeten plaats hebben.

Dan blijft ons nog het andere door BAEYER (Art. 6) aan de hand gegeven middel ter verificatie onzer maatstaven over, namelijk de hermeting van eens gemeten bases op de aardoppervlakten of algemeener nog van twee astronomisch bepaalde punten met dezelfde maatstaven.

Vooreerst is deze wijze van verificatie zeer omslagtig, daar zulk eene hermeting wel steeds eene nieuwe missie van staatswege of van eenig wetenschappelijk ligchaam zal vorderen en eene zamenwerking van meerdere personen gedurende geruimen tijd eischt; zij valt dus niet onder het bereik van een ieder, die zich daartoe leenen wil, en is nog daarenboven aan die enkele punten op de oppervlakte der aarde gebonden, waar werkelijk bases zijn uitgemeten. Vóór en na iedere hermeting moest men dan zonder twijfel de coëfficiënten van dilatatie der staven bepalen; en hiermede hangt het tweede bezwaar, dat

deze handelwijze met zich voert, ten naauwste zamen, namelijk de moeijelijkheid die men ondervinden moet om op het vlakke veld voor kleine temperatuursverschillen te kunnen instaan. Ik geef gaarne toe dat uitkomsten zoo als die welke door BAUERNFEIND *) worden vermeld, wel geschikt zijn om een hoogen dunk van de naauwkeurigheid te geven, waarmede zulke metingen van bases kunnen worden uitgevoerd: de Beijersche en Wurtembergsche triangulaties geven voor dezelfde lijn waarden die slechts $\frac{1}{1700000}$ der totale lengte van elkander verschillen en de Beijersche en Oostenrijksche triangulaties geven voor eene andere lijn waarden, die slechts $\frac{1}{6000000}$ der totale lengte van elkander afwijken. Maar wie kan er ons voor instaan, dat zulk eene naauwkeurigheid immer bereikbaar is en dat men steeds zoo gelukkig zal zijn.

Onder deze omstandigheden kan het niet ondienstig zijn op eene andere in de natuur voorkomende lengte te wijzen, die overal en altijd onder ons bereik valt; die wáár of wánneer ook genomen steeds dezelfde lengte heeft en geheel onafhankelijk is van eenmaal geplaatste mijlpalen of van eenige astronomische meting; die grootheid is de lengte van undulatie van het sodium-licht en omdat de gele streep van dit licht in het spectrum bij eenige belangrijke dispersie al spoedig in twee gespleten wordt, is het beter te spreken van de gemiddelde golflengte van het sodium-licht, natuurlijk op het luchtledige gereduceerd. Wáár men zich ook op aarde bevindt en op ieder oogenblik, nu en over duizenden van jaren, zoo lang men nog maar een korreltje keukenzout ter zijner beschikking heeft, zal men de golflengten van die beide vibraties kunnen bepalen, daarvan het midden nemen en hiermede de voorhanden maatstaven kunnen vergelijken.

10. In de eerste plaats zal ik echter hebben aan te toonen, dat de genoemde grootheid in alle opzigten steeds onder ons bereik valt en wel, daar wij toch waarschijnlijk wel steeds in dampkrings-lucht zullen arbeiden, dat de reductie der golf-

---

*) *General-Bericht* für 1867. p. 32.

lengte op het luchtledige met de vereischte naauwkeurigheid uitvoerbaar is. Zij n de index van refractie der lucht; d hare digtheid; T hare temperatuur en H de barometer-stand; nemen wij, in plaats van $\frac{n^2-1}{d}$, deze andere uitdrukking $\frac{n-1}{d}$ voor haar brekend vermogen, dan mogen wij $\frac{n-1}{d} = C$ als eene constante grootheid beschouwen; is d_0 eindelijk de digtheid bij 0°C. en 760 millim. druk, dan is $d = d_0 \cdot \frac{H}{760} \cdot \frac{1}{1+0.00366\,T}$.

De golflengte in de lucht l is gelijk $\lambda\,\frac{1}{n}$, wanneer λ die in het luchtledige voorstelt, dat is

$$\lambda - l = \frac{n-1}{n}\,\lambda = \frac{d.C}{n}\,\lambda = \frac{d_0\,H.\lambda}{760.n(1+0.00366\,T)}.$$

Voor 1 millim. verandering in H verandert dus $\lambda - l$ $\frac{1}{760}$ harer waarde en voor 1° C. verandering in T verandert diezelfde grootheid $\frac{1}{270}$ harer waarde. Volgens de bepalingen van KETTELER *) is n voor sodium-licht, voor drooge koolzuurhoudende lucht bij $T = 0°$ en $H = 760$ mm. gelijk 1.00029537 en voor vochtige lucht 1 00029404 en dus gemiddeld $n = 1.00029470$. Hieruit volgt, $l = 58880.0$ honderd millioenste deelen van een millimeter nemende, voor λ de waarde 58897.3, dus $\lambda - l = 17.3$, $\frac{17.3}{760} = 0.023$ en $\frac{17.3}{270} = 0.064$. De zoo even gevonden waarde voor λ was berekend met den gemiddelden index. Dus is $n-1 = 0.00029470$ en de verandering in deze waarde van $n-1$, overgaande òf tot drooge koolzuurhoudende òf tot vochtige lucht, is 0.00000067, dat is $\frac{67}{29470} = \frac{1}{440}$ der waarde $\cdot\,\frac{17.3}{440} = 0.039$.

Wanneer men derhalve de golf-lengte in quaestie bepaalt in de lucht en ter reductie op het luchtledige de zooeven vermelde gemiddelde waarde van n bezigt, dan zal men, wanneer de dampkring op 't oogenblik niet al te vochtig of al te droog was, eene fout van minder dan 0.039 honderd-millioenste dee-

---

*) ED. KETTELER, *Beobachtungen über die Farben-Zerstreung der Gase.* Bonn, 1865.

len van een millimeter in die gereduceerde golf-lengte begaan, dat is $\frac{0.039}{58897.300} = \frac{1}{1910200}$ van de waarde.

Den barometer en thermometer onderstellen wij bij die bepaling tevens opgeteekend; eene fout van 1 millim. voor den eersten geeft eene fout van $\frac{0.023}{58897.300} = \frac{1}{2580800}$ in die gereduceerde waarde; eene fout van 1° C. voor den laatsten geeft $\frac{0.064}{58897.300} = \frac{1}{920270}$ in diezelfde waarde.

Wanneer men dus in geen al te drooge of al te vochtige lucht meet, den barometer tot op 1 millimeter naauwkeurig afleest en de temperatuur der lucht tot op 0°.3 C. naauwkeurig bepaalt, zal de golf-lengte in het luchtledige uit die meting tot op $\frac{1}{2000000}$ harer waarde naauwkeurig voor den dag kunnen komen; deze naauwkeurigheid schijnt al vrij wel overeen te komen met die welke men bij het vergelijken van maatstaven van één meter lang zeker bereiken kan. Er bestaat dus geen bezwaar in de omstandigheid dat wij niet in het luchtledige kunnen arbeiden.

11. Ik heb derhalve aangetoond, dat de natuurmaat, die ik voorstel, overal en zeer gemakkelijk met de vereischte naauwkeurigheid onder ons bereik valt. De tweede vraag, die misschien moeijelijker zal te beantwoorden zijn, is deze: hoe zullen wij die lengte materiëel voorstellen en hoe zullen wij onze kleine grootheid zonder fout ongeveer 1700000 maal vergrooten, zoodat er een meter uit groeit.

Het eerst viel hierbij mijne aandacht op de methode door FIZEAU gebezigd om de dilatatie van glas, quarts en dergelijken te bepalen; ik wilde namelijk even als die geleerde een vlak glas en een convex langzaam tot elkander laten, naderen en het aantal der in homogeen sodium-licht verplaatste NEWTON'sche ringen aftellen, ten einde uit de bekende toenadering der glazen tot de golf-lengte te besluiten, om dan door de verplaatsing van eenige duizendtallen van ringen, met veel geduld en groote oplettendheid eene stoffelijke lengte te verkrijgen die gelijk aan een bekend aantal golf-lengten was.

KETTELER *) echter had reeds vóór mij met vlakke glazen hetzelfde beproefd, doch geen bruikbaar resultaat verkregen; ik besloot dus voorloopig hiervan af te zien.

Deze methode zoude bestaan in eene eenvoudige sommatie van een zeker aantal golf-lengten; de fouten in de opvolgende golf-lengten te begaan komen niet in aanmerking; alleen de fouten van instelling bij het begin en het einde der aftelling van het begeerde aantal zouden als fouten in het eindresultaat opgaan. Het is wel te betreuren, dat deze methode voor het oogenblik nog niet uitvoerbaar is, daar toch de deugdelijkheid van het eind-resultaat eenvoudig afhankelijk is van eene goede mate geduld en vlijtige opteekening van den barometer, van de temperatuur der atmospheer en van den stoffelijken maatstaf. Ik geloof en hoop echter dat deze wijze van doen practisch uitvoerbaar zal kunnen worden gemaakt, wanneer men zich in ernst daarmede wil gaan bezig houden.

Voorloopig stap ik hiervan af om eventueel later bij den een of anderen gelukkigen inval daarop terug te komen; maar ik houd mij overtuigd, dat hier toch de ware oplossing van het probleem gelegen is. In afwachting hiervan heb ik mij gewend tot andere bekende verschijnselen, waar de golflengte van zelve eenige malen vermenigvuldigd voorkomt en dus de natuur zelve ons eene vergrooting voor die waarde geeft. Ik heb gedacht over de interferentie-spiegels van FRESNEL, over het interferentie-prisma van POUILLET en over quartz-platen in verschillende rigting uit een kristal te snijden; maar ik vond hier tot nog toe niet wat ik zocht.

12. Ik heb mij toen gewend tot de réseaux van NOBERT, waarmede ik reeds zoo vaak proeven had gedaan. Voor parallel-licht vindt men hier de golf-lengte door den afstand van twee opvolgende strepen van het réseau te vermenigvuldigen met de sinus der deviatie van het normaal invallende licht. Omgekeerd vindt men dien afstand van twee opvolgende strepen uitgedrukt in golf-lengten, door de eenheid door die sinus te deelen en hieruit vindt men de breedte van het geheele réseau,

*) Zie de aangehaalde verhandeling, p. 20.

eveneens in golf lengten uitgedrukt, door dien afstand met het aantal der sleuven te vermenigvuldigen.

Om de uitvoerbaarheid van zulke soort van bepalingen te beproeven, heb ik mijne metingen met réseaux nog eens geraadpleegd *). Ik heb drie réseaux gebezigd: een genoemd A, getrokken in zwart op glas nedergeslagen zilver, dat volgens NOBERT op eene breedte van 9.0155 Parijsche lijnen, 1800 sleuven heeft: een tweede genoemd B, een gewoon glas-réseau dat 6 zulke lijnen breed heet te zijn en op deze breedte 1800 sleuven heeft, en welks breedte ik naar mijne bepaling op 13.55108 millimeter stelde; eindelijk een derde genoemd C, eveneens een gewoon glas-réseau, dat 6 zulke lijnen breed heet te zijn en op deze breedte 3000 sleuven heeft, en welks breedte ik, naar mijne bepaling op 13.55315 millim. heb gesteld †). Ik mag vermoeden dat even als het eerste voor 9 lijnen geldende plaatje, eigenlijk 9.0155 lijnen breedte heeft, zoo de beide anderen voor 6 lijnen doorgaande réseaux eigenlijk eene breedte hebben van 6.01033 lijnen; anders gezegd, ik wil eens aannemen, dat de breedte der beide laatste réseaux juist $\frac{2}{3}$ van die van het eerste is, omdat denkelijk de oorzaak van die kleine vergrooting van 9 lijnen wel in den verdeel-toestel van NOBERT zal gelegen zijn en dus denkelijk alle breedten wel in dezelfde verhouding zal vergrooten. Voor réseau A gebruik makende van de bekende verhouding tusschen Parijsche lijnen en millimeters heb ik aangenomen $\frac{2}{3}$ A = 13.558272; ik nam B = 13.55108 en C = 13.55315 millimeter. Voor het gemiddelde der golf-lengten van 14α en 14γ in het zonnespertrum, de beide sodium-strepen, vond ik §) met A bij 19°.0 C temperatuur, de waarde 5898.695, met B bij 24°.0 C, 5895.12 en met C bij 23°.0 C, 5895.815, alles in tien-millioenste deelen van den millimeter.

Het is mij nu zeer gemakkelijk de breedten der réseaux, onafhankelijk van alle kennis omtrent hare absolute waarden, in golflengten uit te drukken, door eenvoudig die gemiddelde

---

*) *Archives du Musée* TEYLER. Vol. I. p. 1, 57 en 280.

†) l. c. p. 29.

§ *Archives*. Vol. I. p 318. Table B.

golflengten op de aangenomen waarden van de breedten der réseaux te deelen.

Ik vind zoo $\frac{2}{3}$ A = 22985.2 golflengten bij 19° C. B = 22986.9 golflengten bij 24°.0 C en C = 22987.7 bij 23°.7 C. De eerste waarde, die voor $\frac{2}{3}$ A, wil ik nog op de temperatuur 24°.0 C reduceren; de zilverlaag zal zich stellig wel geheel onafhankelijk van het glas, waarop zij is neêrgeslagen, uitzetten; ik gebruik daarom een gemiddelden dilatatie-coëfficiënt voor zilver en, in overeenstemming met het boven in art. 10 behandelde, ook nog den bekenden dilatatie-coëfficiënt der lucht, om die eerste breedte te herleiden op de temperatuur van 24°.0 C en uit te drukken in undulatie-lengten, zoo als die in lucht van 24°.0 C zijn. Ik weet wel, dat ik hier van de geheel onbewezen vooronderstelling uitga, dat NOBERT alle drie deze réseaux toevallig bij de temperatuur 24°.0 C verdeeld heeft; maar ik ben eerlijk genoeg om dit te bekennen; wil men, hetgeen mogelijk wel waarschijnlijker is, aannemen dat die réseaux bij 19° of zelfs bij 15° verdeeld zijn, dan zal de zoo aanstonds te vermelden overeenstemming tusschen het zilver-réseau en de glas-réseaux daaronder lijden, omdat de coëfficiënt van dilatatie van glas nog niet eens half zoo groot is als die van zilver. Genoeg, allen op 24° C nemende, en nu B en C gelijk juist $\frac{2}{3}$ A nemende, vind ik:

$\frac{2}{3}$ A uit A = 22987.2 golflengten
" " " B = 22986.9 "
" " " C = 22987.7 "

gemiddeld $13^{mm}.558272$ = 22987.3 ± 0.25.

Wanneer men nu dit aantal golflengten herleidt tot golflengten in het luchtledige, vindt men met behulp der gegevens van KETTELER *) $13^{mm}.558272$ = 6.01033 P. L. = 22981.1 golf lengten van sodium in het luchtledige. Den barometer-stand gedurende mijne metingen, die mij geheel onbekend is, stel ik hierbij normaal, dat is gelijk 760 Millim. Dit getal heeft echter alleen eene betrekkelijke waarde, in zooverre de tempe-peratuur, waarbij NOBERT deze réseaux getrokken heeft, en

*) l. c. p. 54 en 55.

waarvoor dus werkelijk de waarden 9.0155 en 6.01033 P. L. gelden, mij totaal onbekend is. Wanneer deze temperatuur b. v. 15° C geweest is, dan zoude de waarde van $\frac{1}{8}$ A zijn 22983.6, van B evenzoo 22985.1 en van C eindelijk 22985.9 golflengten; de eerste grootheid zoude zich dan veel meer van de beide laatste verwijderen; het gemiddelde zoude zijn 22984.9 ± 0.74; dat is voor het luchtledige 22978.7 golflengten, met belangrijk grooter middelbare fout; 6 Parijssche lijnen zouden dan gelijk zijn aan 22939.2 en een geheele meter aan 1694812.9 golflengten.

Uit een en ander blijkt dunkt mij genoegzaam, dat ik onder de gegeven omstandigheden de breedte van een réseau van NOBERT stellig wel tot op $\frac{1}{10000 0}$ naauwkeurig kan bepalen. Ik heb nog een ander argument, waaruit ik tot de mogelijkheid van zulk eene naauwkeurigheid besluit; in mijne laatste vergelijking *) der golflengten van ANGSTRÖM en van mij vind ik voor de verhouding onzer uitkomsten voor de golflengten van strepen, die niet te ver van elkander in het spectrum verwijderd zijn, voor streep 9, 1.00057; voor streep 10, 1.00060, en voor streep 11, 1.00056 — dus gemiddeld 1.00058. Voor 16α vind ik 1.00056, en voor 16γ, 1.00054 — dus gemiddeld 1.00055. Voor streep 25, vind ik de verhouding 1.00057; voor streep 26, 1.00059; voor streep 27α, 1.00060, en voor streep 27γ 1.00058 — dus gemiddeld 1.00058. Eindelijk voor streep 32, de verhouding 1.00065; voor streep 33, 1.00065, en voor streep 34, 1.00067 — dus gemiddeld 1.00066. Wanneer ik derhalve met de uiterste zorg, onder opteekening van temperatuur en barometerstand, en bevrijd van de verwarming der réseaux door de zonne-stralen, soortgelijke metingen herhaal, geloof ik wel de naauwkeurigheid tot op $\frac{1}{100000}$ der waarde en mogelijk nog wel hooger te kunnen opvoeren; immers deze verhoudingsgetallen toonen aan, dat de toevallige fouten van mijne uitkomsten en van die van ANGSTRÖM al niet veel grooter kunnen zijn.

---

*) *Archives*. Vol. III. Tabel p. 8.

13. Het is derhalve practisch wel uitvoerbaar om de waarde van zulk een réseau, dat 6 lijnen breed is, tot op $\frac{1}{100000}$ naauwkeurig in golflengten van sodium-licht in het luchtledige uit te drukken. De lijnen van zulk een réseau behooren dan zoo juist en zuiver mogelijk te worden getrokken, en de temperatuur van het glas gedurende het proces der verdeeling, met alle hare variaties, behoort eigenlijk bekend te zijn. Bij de meting der golf-lengte moet de temperatuur van het glas zoo standvastig mogelijk worden gehouden, en zoowel deze als de temperatuur en barometer-stand, en kan het ook zijn de vochtigheids-toestand der atmospheer, behooren ijverig te worden opgeteekend. Dan kan het resultaat die naauwkeurigheid en zekerheid bereiken, welke aan de naauwkeurigste der bekende metingen van den slinger toekomt.

Maar een centimeter, of wil men liever 13.5 millimeter, vormen nog geen meter; daarvoor moet dit resultaat omtrent 74 maal worden vergroot, en daarbij zijn wij 74 maal afhankelijk van de naauwkeurigheid, die tot heden bij het vergelijken van maten bereikt is, en die wij op $\frac{1}{2000}$ van een millimeter willen aanslaan.

Wanneer bij al die 74 comparaties de fout in denzelfden zin viel, was de fout in het eind-resultaat $\frac{1}{30}$ millim. ongeveer en de resulteerende meter was alleen tengevolge hiervan niet meer dan op $\frac{1}{30000}$ zijner waarde naauwkeurig, die fout zal nu wel niet altijd in denzelfden zin vallen; maar het is ook niet geoorloofd om te zeggen dat zij voor de eene helft der vergelijkingen positief, en voor de andere helft negatief zal uitvallen.

Ik wil daarom wel toegeven, dat ik voor het oogenblik geen meter kan produceren, die met de vereischte naauwkeurigheid in de genoemde golflengte kan worden uitgedrukt Maar daartegenover staat, dat het even onmogelijk is, om uit den meter een centimeter af te leiden, die meer dan tot op $\frac{1}{20000}$ zijner waarde naauwkeurig is, terwijl ik de waarde mijner réseaux

van 13.5 millim. tot op $\frac{1}{100000}$ hunner waarde naauwkeurig in golflengten vermag uit te drukken.

Ik zal beproeven door NOBERT nog eenige réseaux onder de noodige voorzorgen en met de vereischte opteekeningen van den thermometer, zoo juist en zuiver mogelijk vervaardigd, te krijgen. Tevens wil ik onderzoeken of ik niet even zulke réseaux als FRAUNHOFER *) bezigde, gevormd door evenwijdig geplaatste micrometer-schroeven, in wier windingen fijne metaaldraden zijn uitgespannen, kan magtig worden. Later kom ik dan nog wel weder op dit onderwerp terug. Misschien komt in dien tusschentijd wel een ander op eenigen gelukkigen inval, om mijn voorstel practisch in toepassing te brengen. Ik ben ook nog geheel niet overtuigd, dat juist de réseaux hier de beste oplossing zullen geven.

Haarlem, 20 April 1870.

NOOT.

Op aanwijzing van ons medelid Prof. KAISER heb ik, na het indienen mijner Verhandeling, gevonden, dat mijn voorstel om de golflengte van sodium-licht als natuurmaat te bezigen, niet nieuw is. Men vindt hetzelfde reeds voorgesteld door Dr. LAMONT in het *Jahrbuch der Königlichen Sternwarte bei München für* 1839, p. 188; even als ik, wil LAMONT voor de bepaling dier golflengte de diffractie-verschijnselen en bepaaldelijk die der réseaux bezigen. Door deze aanmerking hoop ik mij volkomen te vrijwaren voor eene onverdiende beschuldiging van plagiaat.

Haarlem, 20 Junij 1870.

---

*) *Astronomische Abhandlungen*, herausgegeben von SCHUMACHER. Heft II. Altona, 1823. p. 71 et 99.

RAPPORT,

UITGEBRAGT IN DE GEWONE VERGADERING VAN
26 SEPTEMBER 1870 *).

De verhandeling van ons geacht medelid VAN DER WILLIGEN *over Natuurmaten*, bevat eerstelijk een kort geschiedkundig overzigt van de pogingen om in de natuur eene maat te vinden, onveranderlijk uit zich zelve, geschikt tot lengte-eenheid voor dagelijksch gebruik, en ligt weder te vinden wanneer zij eenmaal verloren mogt zijn. Bijzonder wordt melding gemaakt van het bekende voorstel van HUYGENS, om tot maat de lengte van den secunde-slinger te bezigen, en herinnerd hoe het verworpen werd op het oogenblik toen het op het punt was om verwezenlijkt te worden — toen men aan den meter, het 40-millioenste van den omtrek van een bepaalden meridiaan, de voorkeur gaf. Omtrent deze verandering van keuze, het loslaten van de lengte van den secunde-slinger als eenheid van maat, om die lengte eenvoudig als middel van verificatie te gebruiken, merkt de Heer VAN DER WILLIGEN op, dat „hoe rationeel het ook moge „wezen, het meer dan iets anders de algemeene invoering van „den meter als maat voor alle volken heeft in den weg ge„staan en zal blijven in den weg staan. — Immers door „op den secunde-slinger als middel tot contrôle te wijzen, was „het voor ieder volk het eenvoudigst, om bij zijne eigene ma„ten te blijven en die door de natuurmaat juist te bepalen, in „stede van eerst eene andere geheel ongebruikelijke zoogenaamde „natuurmaat in te voeren, die dan toch weêr op dezelfde wijze

*) De verhandeling waarop dit Rapport betrekking heeft, was oorspronkelijk voor de werken in 4° aangeboden; later werd zij, volgens begeerte des schrijvers, met het Rapport voor de *Versl. en Meded.* bestemd.

RED.

„moest worden geverifieerd.” Uit dit oogpunt is het wel de grootste fout, zegt ons medelid, die men begaan kon, toen men de lengte van den secunde-slinger op 45° breedte, die toch zoo digt bij een meter kwam, als eenheid van maat losliet.

De opmerking moge niet onjuist zijn, op zich zelve genomen, maar dat het der algemeene invoering van den *meter* voor alle volken, *meer dan iets anders* heeft in den weg gestaan, en *in den weg zal blijven staan*, schijnt te veel gezegd te zijn.

„Door de gemaakte opmerking is,” zegt de Heer V. D. W., „het oogpunt gepraeciseerd, waaruit ik de eischen aan eene na- „tuurmaat te stellen, wil beschouwen. Ik wil eenvoudig deze „dubbele vraag beantwoorden: is de naauwkeurigheid waarmede „oorspronkelijk de meter werd vastgesteld, en waarmede de „lengte van den secunde-slinger toen en nu bepaald wordt, in „goede verhouding met de naauwkeurigheid waarmede twee „lengte-maten tegenwoordig kunnen worden vergeleken, en is „de door den secunde-slinger bereikbare naauwkeurigheid ten „tweeden voldoende om ons die eventuëele veranderingen in „standaardmaten en étalons te leeren kennen, waarvoor men „teregt bevreesd is.” Beide vragen worden ontkennend beantwoord.

Wat het eerste punt betreft, de naauwkeurigheid waarmede oorspronkelijk de *meter* werd vastgesteld, of liever de naauwkeurigheid waarmede de *prototype* van den meter is vervaardigd en geverifieerd, deze wordt door den schrijver op $\pm \frac{1}{100}$ mm. geschat. In het Rapport uitgebragt door de Commissie voor standaard-meter en kilogram den 27[sten] November j l., is de naauwkeurigheid der vergelijkingen met de Toise du Pérou geschat op $\frac{1}{73}$ mm. en dus op nog minder dan volgens den Heer VAN DER WILLIGEN. Gereedelijk zal dan ook een ieder toestemmen, dat de eerste vraag ontkennend beantwoord moet worden.

Wat het tweede punt betreft, de naauwkeurigheid waarmede de lengte van den secunde-slinger bepaald is, hierover treedt de Heer VAN DER WILLIGEN in eenige meerdere ontwikkeling door de vergelijking der uitkomsten door verschillende waarnemers verkregen, als van BORDA en CASSINI, BIOT, MATHIEU en

BOUVARD; maar in het bijzonder door BESSEL en SCHUMACHER. Deze laatste komen eigenlijk ook maar alleen in aanmerking, wanneer het er op aankomt te weten, tot hoever de naauwkeurigheid gaan kan die thans door slingerproeven bereikt kan worden.

Op bladz. 28 zegt de schrijver der verhandeling, omtrent de uitkomsten der slingerproeven te Königsberg, Güldenstein en Berlijn van 1826 tot 1835 verkregen: „Van waarschijnlijke fouten „van het eindresultaat kan bij deze metingen geen sprake meer „zijn; wanneer het aantal metingen toeneemt, worden deze ten „slotte toch oneindig klein — en bij zulke naauw aan elkander „sluitende afzonderlijke uitkomsten als wij in deze reeksen hier „voor ons hebben, worden die waarschijnlijke fouten om zoo „te zeggen eigenlijk ook reeds belagchelijk klein. Wanneer ik „moet zeggen wat ik meen, dan geef ik niet veel om die mi„niaturen waarschijnlijke fouten van het eindresultaat, zoodra „zij buiten de grenzen van het werkelijk bij de waarnemingen „meetbare of zigtbare vallen: de onderlinge vergelijking der af„zonderlijke uitkomsten, die tot het eind-midden zamenwerken, „heeft in mijn oog veel grooter waarde."

De Heer VAN DER WILLIGEN bedoelt met andere woorden blijkbaar hiermede, dat hij meer waarde hecht aan eene geringe waarde der middelbare fout eener *enkele* waarneming, dan aan eene kleine waarde der middelbare fout van het eindresultaat, door een groot getal herhalingen gevonden. Dit is toegestemd, maar men gaat te ver, zoo ter beoordeeling van naauwkeurigheid genomen wordt alleen het grootste verschil tusschen de afzonderlijke uitkomsten, zooals uit het volgende schijnt te moeten volgen, waar die *grootste* verschillen der afzonderlijke uitkomsten door BESSEL verkregen, opgegeven worden.

Vervolgens vergelijkt de Heer VAN DER WILLIGEN de gevonden lengten des secunde-slingers te Königsberg, te Güldenstein en te Berlijn, met de formule van SABINE, waardoor die lengte in functie van de breedte wordt uitgedrukt. Dit geeft natuurlijk aanleiding tot het vinden van grooter afwijkingen, of verschillen der algemeene formule met de regtstreeksche bepalingen, dan de hier voren bedoelde fouten in de waarnemingen op eene enkele plaats.

Het schijnt ons toe dat hieruit niets tegen de bepaling van de lengte des secunde-slingers, zoo als zij is uitgevoerd, kan afgeleid worden — daargelaten, dat de toestel te Güldenstein en Berlijn, of een gedeelte er van, een andere was, zoo zouden beide plaatsen *dezelfde* geweest moeten zijn, om over de meerdere of mindere overeenstemming van slingerproeven te kunnen oordeelen.

De geologische toestand van den bodem is onbekend, en men weet dat, zelfs op betrekkelijk korte afstanden van elkander, in de rigting der loodlijn afwijkingen van de normale rigting *kunnen* plaats hebben, waarmede hoogst waarschijnlijk, of bijna zeker, afwijkingen van de lengte van den secunde-slinger gepaard moeten gaan.

Wanneer het slechts de vraag geldt om den slinger voor de vergelijking van de lengte van standaard-maten, op verschillende tijden — dat is na tusschentijden van vele jaren — aan *dezelfde* plaats te doen dienen, dan komt het ons voor dat de slinger eene naauwkeurigheid toelaat, die zelfs heden weinig meer te wenschen laat.

De slingers daarentegen op de parallelen van 45° bijv. genomen, in elk der werelddeelen, zullen vermoedelijk of genoegzaam zeker *iets* meer van elkander afwijken, dan het bedrag der fouten in de vergelijking van lengte-maten.

Op pag. 30 der verhandeling spreekt de Heer V. D. WILLIGEN over de naauwkeurigheid waarmede BESSEL en BAEYER lengtematen (hebben) kunnen vergelijken. Er blijven fouten over. De middelbare fout — van elke der eerste metingen is ± 0.00055 lijn, en die der latere 48 metingen is ± 0.000244 lijn, dat is ongeveer ruim $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{4}$ van het duizendste eener lijn of nagenoeg 1 en $\frac{1}{2}$ duizendstemillimeter. De middelbare fouten der eindresultaten zijn respectivelijk $\frac{1}{38000000}$ en $\frac{1}{11500000}$ der geheele lengte.

Maar de beide uitkomsten voor de lengte van denzelfden étalon verkregen, wijken 0.00021 lijn, dat is ruim het $\frac{1}{5}$ van het duizendste eener lijn of ongeveer $\frac{2}{5}$ van het duizendste van een mm., van elkander af.

Wij voor ons achten dit zeer voldoende, althans kunnen *niet*

toestemmen hetgeen ons Medelid hieromtrent zegt, te weten: „Het is wel niet uit te maken, hoe die verschillende uitkomst „voor de lengte van den étalon is geboren; maar zij werpt niet- „temin eene geduchte schaduw op de waarde van alle standaard- „maten, in zoo verre zij hare voortdurende onveranderlijkheid „twijfelachtig maakt.''

Daarna herinnert de schrijver aan het kortelings opgemerkt verschil in het bedrag der uitzettings-coëfficiënten eener zelfde staaf, na verloop van eenige jaren, of tengevolge van veelvuldige trillingen enz., en dit is zeker van meer gewigt, wanneer er sprake is van het behoud van een onveranderden étalon. Dit onderwerp is nog nieuw, en zal gewis aanleiding geven tot menigvuldige onderzoekingen, waarnemingen en proeven. In tegenstelling in dat opzigt met ons Medelid hechten wij hierbij, als middel van onderzoek, aan het hermeten eener basis met zoo goed mogelijk in den grond verzekerde eindpunten groote waarde. De schrijver zegt „of algemeener nog van den afstand van twee astronomisch bepaalde punten.'' De astronomische bepaling der eindpunten is voor het beoogde doel niet noodig; zeker onvoldoende.

Als eene grootheid ons door de natuur aangeboden en bijzonder geschikt om als standaard van lengtemaat gekozen te worden, beveelt de schrijver aan de golflengte van het sodium-licht, in het luchtledig en eenige millioenen malen genomen.

Daartoe toont hij in de eerste plaats aan: dat de herleiding tot het luchtledig met voldoende juistheid kan geschieden, en wijst hij op de onderlinge overeenstemming der door hemzelven met verschillende réseaux bepaalde golflengten en op de uiterst kleine verschillen tusschen de door hem en ANGSTRÖM gevonden verhoudingsgetallen der golflengten voor de verschillende lijnen van het spectrum

Wegens de onzekerheid omtrent de temperatuur waarbij NOBERT de gebezigde réseaux getrokken heeft, kan, naar ons toeschijnt, aan eerstgemelde overeenstemming geen groote bewijskracht worden toegekend; ook al deelen wij 's schrijvers grond tot twijfel niet, dat de zilverlaag zich, onafhankelijk van het glas waarop zij nêergeslagen is, zou uitzetten.

Meer waarborg voor de bereikte naauwkeurigheid vinden wij

in de treffende uitkomsten der vergelijking van 's schrijvers bepalingen met die van ANGSTRÖM.

Met het oog op deze uitkomsten kan Uwe Commissie zich wel vereenigen met de uitspraak, dat het mogelijk is de juiste lengte van een réseau van circa 13½ mm. tot op $\frac{1}{100000}$ van het geheel in golflengten uit te drukken. De vereischten hiertoe zijn echter niet gering, en in de voornaamste plaats wel — dat een degelijk kunstenaar zulk een réseau vervaardige, zoowel als de overige toestellen voor de waarneming, en ook niet minder een bekwaam waarnemer; maar dit zijn eischen die o a ook voor de slingerproeven gevorderd worden.

Ons Medelid heeft dus den weg aangewezen waardoor uit de natuur eene kleine lengte van 1 à 1½ centimeter kan ontleend worden, onafhankelijk van tijd en plaats, en dit is verre van onbelangrijk. Blijft de vraag, hoe uit zulk eene lengte een meter te maken zij, natuurlijk met de naauwkeurigheid die thans gevorderd wordt. De Heer VAN DER WILLIGEN stemt toe, dat hij op dit oogenblik daartoe nog niet in staat is. Daar staat wel tegenover dat men evenmin, zooals hij verder opmerkt, in staat is om uit den meter een centimeter af te leiden, die meer dan tot op $\frac{1}{20000}$ zijner waarde naauwkeurig is, dat is tot op ½ duizendste van een mm, maar dit komt ons van weinig belang voor, zoo lang in een goed microscoop minder dan $\frac{1}{2000}$ mm., zij het $\frac{1}{10000}$ mm., niet goed meetbaar te onderscheiden is.

Een réseau dat tot op $\frac{1}{100000}$ zijner lengte, dat is tot op $\frac{1}{10000}$ mm. *rekenkundig* naauwkeurig in lichtgolflengten is uitgedrukt, heeft daarom nog niet die zelfde naauwkeurigheid als lengtemaat, indien men bij werkelijke lengte-metingen voor niet meer $\frac{1}{2000}$ mm. kan instaan.

Bij het vermenigvuldigen van het réseau komt dus niet de fout van het réseau $= \frac{1}{10000}$ mm. in aanmerking, maar wel

degelijk de *fout* $= \frac{1}{2000}$ mm. onzer zorgvuldigste lengte-metingen of vergelijkingen van lengte-maten onderling.

Dat bij eene vermenigvuldiging van 74 malen, niet ook de fout van het eindresultaat 74 malen de oorspronkelijke fout zal beloopen, is ligt toe te stemmen, maar in elk geval zal op de grootere maat eene absoluut grootere fout te duchten zijn dan op de kleine maat waarmede begonnen wordt.

De Commissie hoopt, dat het denkbeeld van den Heer VAN DER WILLIGEN eene nuttige toepassing voor de wetenschap moge vinden, en welligt eenmaal leiden mag tot een nieuw middel om de standvastigheid van meetstaven te onderzoeken

Zij adviseert derhalve tot de opname in de werken der Academie.

Delft, Junij 1870.

F. J. STAMKART.
L. COHEN STUART.

Eerst nadat dit verslag was opgemaakt, is de door den schrijver aan zijne verhandeling toegevoegde noot ter onzer kennis gekomen. Uit die noot blijkt, dat reeds in 1839 door LAMONT te Munchen is voorgesteld geworden, om aan de golflengte van het licht, met behulp van de diffractie-verschijnselen door réseaux opgeleverd, eene natuurmaat te ontleenen.

In de omstandigheid, dat de door ons Medelid voorgestane zaak niet nieuw blijkt te zijn, vinden wij geen voldoenden grond tot wijziging der conclusie van ons rapport.

De opname toch der verhandeling in de werken der Aeademie kan het gevaar voorkomen, dat een denkbeeld, hetgeen wel der overweging waard schijnt, in vergetelheid gerake.

Delft, September 1870.

F. J. STAMKART.
L. COHEN STUART.

BIJDRAGEN

TOT DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN N°. 10.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Over het differentieeren eener bepaalde dubbele integraal ten opzichte van eene standvastige, die onder het integraalteeken voorkomt.

1. Bekend is de wijze, waarop bij een gewone bepaalde integraal gedifferentieerd kan worden ten opzichte van eene standvastige grootheid onder het integraalteeken, wanneer de grenzen standvastig zijn en niet van genoemde standvastige grootheid afhangen; men heeft slechts, behoudens eene verbetering in het geval van ondoorloopendheid, die bewerking onder het integraalteeken uit te voeren. Evenzeer kan men, onder dezelfde omstandigheden, het integreeren van een gewone bepaalde integraal, naar zulk een standvastige, vervangen door dezelfde integratie onder het integraalteeken; bij de theorie der dubbele integralen heet dit: het veranderen van de orde in het integreeren. Beide methoden zijn sints langen tijd bekend.

Van veel lateren tijd is de toepassing van de eerste bewerking op het geval, dat de grenzen der bepaalde integraal mede afhangen van de genoemde standvastige grootheid. De regels, die bij de tweede bewerking in datzelfde geval ontstaan, werden het eerst door mij gegeven in de Bijdragen tot de theorie der bepaalde integralen N°. 1, opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen*, 1e Reeks, Dl. IV, blz. 332—346. 1856.

Gaat men over tot dubbele integralen, waarbij de grenzen wederom niet afhangen van de standvastige grootheid, die men onderstelt voortekomen in de geintegreerde functie, dan leveren beide bewerkingen weinig bezwaar, en blijkt het dat dezelfde verplaatsing der bewerking algemeen blijft gelden. Ook dit was reeds vroeger, bijv. aan CAUCHY, bekend.

Maar anders is het, wanneer nu ook de grenzen van het integreeren wederom wel afhangen van de genoemde standvastige grootheid. Het is het doel van dit en het volgende opstel om te trachten ook in dit geval de overeenkomstige regels af te leiden.

2. Daartoe herinnere men zich eerst den overeenstemmenden regel voor eene gewone bepaalde integraal

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x)\,dx=\int_r^R\frac{df(\varrho,x)}{d\varrho}\,dx+\frac{dR}{d\varrho}f(\varrho,R)-\frac{dr}{d\varrho}f(\varrho,r),\;.\quad(1)$$

die men, zoolang R en r beide van de standvastige grootheid ϱ afhangen, ook aldus kan schrijven,

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x)\,dx=\int_r^R\frac{df(\varrho,x)}{d\varrho}\,dx+\frac{d}{d\varrho}\Big[Rf(\varrho,R)-rf(\varrho,r)\Big]-$$
$$-\left[R\frac{df(\varrho,R)}{d\varrho}-r\frac{df(\varrho,r)}{d\varrho}\right]\;{}^{*})\;.\;.\quad(2)$$

Ten einde nu de formule afteleiden voor het differentieeren naar eene standvastige bij eene dubbele integraal, moet men in de vergelijking (1) $f(\varrho,x)$ vervangen door $\int_q^Q f(\varrho,x,y)\,dy$: alwaar nu de grenzen der integratie Q en q in het algemeen mede functien zijn van de standvastige ϱ Dit geeft al dadelijk, als men bij den eersten term van het tweede lid wederom dezelfde vergelijking (1) toepast,

---

*) Men kan de afleiding dezer formulen o. a. vinden in het Exposé de la théorie etc. des intégrales définies, Partie I, § 4, N°. 28 et N°. 33. *Verhandelingen* Dl. VIII, blz. 21 en 25.

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho, x, y)\, dy =$$

$$= \int_r^R dx \frac{d}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho,x,y)\, dy + \frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho,R,y)\, dy - \frac{dr}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho,r,y)\, dy =$$

$$= \left[\int_r^R dx \int_q^Q \frac{d f(\varrho, x, y)}{d\varrho} dy + \int_r^R dx \frac{dQ}{d\varrho} f(\varrho, x, Q) - \right.$$

$$\left. - \int_r^R dx \frac{dq}{d\varrho} f(\varrho,x,q)\right] + \frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho, R, y)\, dy - \frac{dr}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho, r, y)\, dy =$$

$$= \int_r^R dx \int_q^Q \frac{df(\varrho,x,y)}{d\varrho} dy + \frac{dQ}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x,Q)\, dx - \frac{dq}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x,q)\, dx +$$

$$+ \frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho, R, y)\, dy - \frac{dr}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho, r, y)\, dy \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

waar men de factoren $\frac{dQ}{d\varrho}$ en $\frac{dq}{d\varrho}$, die op de integratie naar de veranderlijke x geen invloed uitoefenen, als standvastige factoren voor het integraalteeken heeft geplaatst, even als zulke reeds met de overeenkomstige factoren $\frac{dR}{d\varrho}$ en $\frac{dr}{d\varrho}$ plaats had.

Deze uitkomst is volkomen symetrisch en heeft een niet te miskennen overeenkomst met de vroegere formule (1).

En hiermede is dan ook het eerstgestelde problema opgelost.

3. **Men** kan hier echter nog verder gaan. Vervangt men namelijk in de vergelijking (3) de geintegreerde functie $f(\varrho, x, y)$ door $\int_p^P f(\varrho, x, y, z)\, dz$, en voert men in den eersten term van het tweede lid der uitkomst wederom de formule (1) in, zoo verkrijgt men

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R dx\int_q^Q dy\int_p^P f(\varrho,x,y,z)\,dz = \int_r^R dx\int_q^Q dy\int_p^P \frac{df(\varrho,x,y,z)}{d\varrho}\,dz +$$

$$+\frac{dP}{d\varrho}\int_r^R dx\int_q^Q f(\varrho,x,y,P)\,dy - \frac{dp}{d\varrho}\int_r^R dx\int_q^Q f(\varrho,x,y,p)\,dy +$$

$$+\frac{dQ}{d\varrho}\int_r^R dx\int_p^P f(\varrho,x,Q,z)\,dz - \frac{dq}{d\varrho}\int_r^R dx\int_p^P f(\varrho,x,q,z)\,dz +$$

$$+\frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q dy\int_p^P f(\varrho,R,y,z)\,dz - \frac{dr}{d\varrho}\int_q^Q dy\int_p^P f(\varrho,r,y,z)\,dz\,. \quad (4)$$

Zoodra men nu deze uitkomsten (1), (3) en (4) aandachtig te zamen vergelijkt, en de methode van afleiding nagaat, komt men gemakkelijk tot den algemeenen regel.

Wanneer men eene n dubbele bepaalde integraal, — waarbij de grenzen afhangen van eene standvastige grootheid, die ook in de geintegreerde functie voorkomt, — ten opzichte van die standvastige wil differentieeren, ga men dus te werk. Vooreerst differentieere men, voor dat er eenige integratie wordt uitgevoerd, de functie zelve ten opzichte dier standvastige. Vervolgens vorme men n paren van n—1 dubbele bepaalde integralen door eenvoudig ééne der integratien weg te laten, maar dan ook in de geintegreerde functie de weggevallen veranderlijke telkens door iedere van hare grenzen te vervangen: voor iedere dier beide integralen stelle men het differentiaalquotient der overeenkomstige grens ten opzichte der genoemde standvastige als coefficient: en trekke men de uitkomst voor de onderste grens af van die voor de bovenste grens. De som van al die n verschillen, bij de eerste n dubbele integraal gevoegd, geeft het verlangde.

Bij dezen algemeenen regel voor eene n dubbele integraal, zoowel als bij de formule (3) en (4), worde het volgende opgemerkt.

1°. Als de geintegreerde functie de standvastige, ten opzichte waarvan gedifferentieerd wordt, niet bevat, dan vervalt de eerste term, de n dubbele integraal, omdat zij identisch nul wordt.

2°. Wanneer eenige der $2n$ grenzen van de n veranderlijken niet van die genoemde standvastige grootheid afhangen, zoo vervallen de overeenkomstige der $n-1$ dubbele integralen, welke tot coefficient hebben het differentiaalquotient van die grens ten opzichte van die standvastige: deze coefficient zal toch alsdan verdwijnen.

4. Maar ook in een anderen zin kan men verder gaan dan de vergelijking (3): men kan namelijk trachten om eene uitdrukking te vinden voor hoogere differentiaalquotienten van dezelfde dubbele integraal ten opzichte van dezelfde standvastige grootheid. Daartoe zal men evenwel het tweede lid dier vergelijking (3) eerst tot anderen vorm moeten herleiden.

Deze herleiding steunt op de methode van het integreeren bij gedeelten en wel in dezen vorm

$$\frac{du}{d\varrho}\int_a^b f(\varrho,v)\,dv = \frac{d}{d\varrho}\left[u\int_a^b f(\varrho,v)\,dv\right] - u\,\frac{d}{d\varrho}\int_a^b f(\varrho,v)\,dv\,;\quad (a)$$

zij levert ons achtervolgens voor de vier laatste termen van het tweede lid in vergelijking (3), wanneer men daarbij van de formule (a) gebruik maakt,

$$\frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho,R,y)\,dy = \frac{d}{d\varrho}\left[R\int_q^Q f(\varrho,R,y)\,dy\right] -$$

$$-R\left[\int_q^Q \frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}\,dy + \frac{dQ}{d\varrho}f(\varrho,R,Q) - \frac{dq}{d\varrho}f(\varrho,R,q)\right],$$

$$-\frac{dr}{d\varrho}\int_q^Q f(\varrho,r,y)\,dy = -\frac{d}{d\varrho}\left[r\int_q^Q f(\varrho,r,y)\,dy\right] +$$

$$+r\left[\int_q^Q \frac{df(\varrho,r,y)}{d\varrho}\,dy + \frac{dQ}{d\varrho}f(\varrho,r,Q) - \frac{dq}{d\varrho}f(\varrho,r,q)\right],$$

$$\frac{dQ}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x,Q)\,dx = \frac{d}{d\varrho}\left[Q\int_r^R f(\varrho,x,Q)\,dx\right] -$$

$$-Q\left[\int_r^R \frac{df(\varrho,x,Q)}{d\varrho}\,dx + \frac{dR}{d\varrho}f(\varrho,R,Q) - \frac{dr}{d\varrho}f(\varrho,r,Q)\right],$$

$$-\frac{dq}{d\varrho}\int_r^R f(\varrho,x,q)\,dx = -\frac{d}{d\varrho}\left[q\int_r^R f(\varrho,x,q)\,dx + \right.$$

$$\left. + q\left[\int_r^R \frac{df(\varrho,x,q)}{d\varrho}dx + \frac{dR}{d\varrho}f(\varrho,R,q) - \frac{dr}{d\varrho}f(\varrho,r,q)\right]\right.$$

Wanneer men deze uitkomsten in vergelijking (3) invoert, ontwaart men dat er vier sommen voorkomen van den vorm

$$\pm\left[A\frac{dB}{d\varrho}f(\varrho,A,B) + B\frac{dA}{d\varrho}f(\varrho,A,B)\right],$$

die men, zoo als bekend is, kan uitdrukken door het verschil

$$\pm\left\{\frac{d}{d\varrho}\left[ABf(\varrho,A,B)\right] - AB\frac{d}{d\varrho}f(\varrho,A,B)\right\}.$$

Op die wijze verkrijgt men dan

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R dx\int_q^Q f(\varrho,x,y)\,dy = \int_r^R dx\int_q^Q \frac{df(\varrho,x,y)}{d\varrho}dy +$$

$$+\frac{d}{d\varrho}\left[R\int_q^Q f(\varrho,R,y)\,dy - r\int_q^Q f(\varrho,r,y)\,dy + Q\int_r^R f(\varrho,x,Q)\,dx -\right.$$

$$\left. -q\int_r^R f(\varrho,x,q)\,dx\right] - \left[R\int_q^Q \frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}dy - r\int_q^Q \frac{df(\varrho,r,y)}{d\varrho}dy + \right.$$

$$\left. + Q\int_r^R \frac{df(\varrho,r,Q)}{d\varrho}dx - q\int_r^R \frac{df(\varrho,x,q)}{d\varrho}dx\right] - \frac{d}{d\varrho}\left[QRf(\varrho,R,Q) - \right.$$

$$\left. - qRf(\varrho.R,q) - Qrf(\varrho,r,Q) + qrf(\varrho,r,q)\right] + \left[QR\frac{df(\varrho,R,Q)}{d\varrho} - \right.$$

$$\left. - qR\frac{df(\varrho,R,q)}{d\varrho} - Qr\frac{df(\varrho,r,Q)}{d\varrho} + qr\frac{df(\varrho,r,q)}{d\varrho}\right], \quad \ldots \ldots (5^a)$$

of

$$\frac{d}{d\varrho}\int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho,x,y)\,dy = \int_r^R dx \int_q^Q \frac{df(\varrho,x,y)}{d\varrho}\,dy +$$

$$+\frac{d}{d\varrho}\Big[R\int_q^Q f(\varrho,R,y)\,dy - r\int_q^Q f(\varrho,r,y)\,dy + Q\int_r^R f(\varrho,x,Q)\,dx -$$

$$-q\int_r^R f(\varrho,x,q)\,dx - QRf(\varrho,R,Q) + qRf(\varrho,R,q) + Qrf(\varrho,r,Q) -$$

$$qrf(\varrho,r,q)\Big] - \Big[R\int_q^Q \frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}\,dy - r\int_q^Q \frac{df(\varrho,r,y)}{d\varrho}\,dy +$$

$$+Q\int_r^R \frac{df(\varrho,x,Q)}{d\varrho}\,dx - q\int_r^R \frac{df(\varrho,x,q)}{d\varrho}\,dx - QR\frac{df(\varrho,R,Q)}{d\varrho} +$$

$$+qR\frac{df(\varrho,R,q)}{d\varrho} + Qr\frac{df(\varrho,r,Q)}{d\varrho} - qr\frac{df(\varrho,r,q)}{d\varrho}\Big] \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Zoekt men nu de tweede differentiaal ten opzichte van de standvastige ϱ, en voert men deze differentiatie werkelijk uit, dan ondergaan de drie termen van het tweede lid volgende verandering. De eerste, de dubbele integraal, moet naar ϱ worden gedifferentieerd, en daartoe kan men wederom dezelfde vergelijking (5) gebruiken, wanneer men slechts daarin de geintegreerde functie $f(\varrho, x, y)$ door den vorm $\frac{\partial f(\varrho, x, y)}{\partial \varrho}$ vervangt. Men heeft toch hier te doen met het gedeeltelijke differentiaalquotient, omdat bij de differentiatie de x en y onafhankelijk van de standvastige ϱ moeten blijven, ook al worden zij later door R, r, Q of q vervangen. Van den tweeden term, tusschen vierkante haakjes, moet men het tweede differentiaalquotient nemen ten opzichte van ϱ; van den derden of laatsten term, mede tusschen vierkante haakjes, daarentegen het eerste differentiaalquotient. Op die wijze verkrijgt men dan

$$\frac{d^2}{d\varrho^2}\int_r^R dx\int_q^Q f(\varrho,x,y)\,dy = \Big\{\int_r^R dx\int_q^Q \frac{d^2 f(\varrho,x,y)}{d\varrho^2}dy +$$

$$+\frac{d}{d\varrho}\Big[R\int_q^Q \frac{\partial f(\varrho,R,y)}{\partial\varrho}dy - r\int_q^Q\frac{\partial f(\varrho,r,y)}{\partial\varrho}dy + Q\int_r^R\frac{\partial f(\varrho,x,Q)}{\partial\varrho}dx -$$

$$-q\int_r^R\frac{\partial f(\varrho,x,q)}{\partial\varrho}dx - QR\frac{\partial f(\varrho,R,Q)}{\partial\varrho} + qR\frac{\partial f(\varrho,R,q)}{\partial\varrho} +$$

$$+Qr\frac{\partial f(\varrho,r,Q)}{\partial\varrho} - qr\frac{\partial f(\varrho,r,q)}{\partial\varrho}\Big] - \Big[R\int_q^Q\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,R,y)}{\partial\varrho}dy -$$

$$-r\int_q^Q\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,r,y)}{\partial\varrho}dy + Q\int_r^R\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,x,Q)}{\partial\varrho}dx - q\int_r^R\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,x,q)}{\partial\varrho}dx -$$

$$-QR\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,R,Q)}{\partial\varrho} + qR\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,R,q)}{\partial\varrho} + Qr\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,r,Q)}{\partial\varrho} - qr\frac{d}{d\varrho}\frac{\partial f(\varrho,r,q)}{\partial\varrho}\Big]\Big\} +$$

$$+\frac{d^2}{d\varrho^2}\Big[R\int_q^Q f(\varrho,R,y)\,dy - r\int_q^Q f(\varrho,r,y)\,dy + Q\int_r^R f(\varrho,x,Q)\,dx -$$

$$-q\int_r^R f(\varrho,x,q)dx - QRf(\varrho,R,Q) + qRf(\varrho,R,q) + Qrf(\varrho,r,Q) -$$

$$-qrf(\varrho,r,q)\Big] - \frac{d}{d\varrho}\Big[R\int_q^Q\frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}dy - r\int_q^Q\frac{df(\varrho,r,y)}{d\varrho}dy +$$

$$+Q\int_r^R\frac{df(\varrho,x,Q)}{d\varrho}dx - q\int_r^R\frac{df(\varrho,x,q)}{d\varrho}dx - QR\frac{df(\varrho,R,Q)}{d\varrho} +$$

$$+qR\frac{df(\varrho,R,q)}{d\varrho} + Qr\frac{df(\varrho,r,Q)}{d\varrho} - qr\frac{df(\varrho,r,q)}{d\varrho}\Big] \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Werkt men nu een der termen uit, die in den vijfden, laatsten term voorkomen, dan vindt men met behulp van (2), bij voorbeeld

$$\frac{d}{d\varrho}.R\int_q^Q\frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}dy=\frac{dR}{d\varrho}\int_q^Q\frac{df(\varrho,R,y)}{d\varrho}dy+$$

$$+R\int_q^Q\frac{d^2f(\varrho,R,y)}{d\varrho^2}dy+R\frac{d}{d\varrho}\Big[Qf(\varrho,R,Q)-qf(\varrho,R,q)\Big]-$$

$$-R\Big[Q\frac{df(\varrho,R,Q)}{d\varrho}-q\frac{df(\varrho,R,q)}{d\varrho}\Big].$$

Daar nu, wegens het verschil tusschen de gedeeltelijke en de volkomen differentiaalquotienten, de verkregen termen de vorige niet opheffen, zoo zoude op deze wijze een zeer zamengestelde vorm ontstaan; in tegenstelling met hetgeen men verwachten konde volgens hetgeen in de boven reeds aangehaalde *Exposé* op blz. 25 voorkomt.

De oorzaak hiervan is te zoeken in de vergissing, die WERNER in zijne hier toegepaste methode begaan heeft: waarin hij, zoo als door den Heer Dr. P. H. SCHOUTE is opgemerkt, ongemerkt gedeeltelijke en gewone differentiaalquotienten onderling verwisselt. Wel werd daar de uitkomst eenvoudig, maar zij was onwaar. Ditzelfde zoude ook hier het geval wezen; want bij die verwisseling zoude in de vergelijking (6), in het tweede lid, de vijfde term geheel tegen de tweede zijn weggevallen.

Men zal dus hier niet tot eenvoudiger uitkomsten kunnen geraken, die tot algemeene besluiten zouden kunnen brengen.

5. Men ziet gereedelijk in, dat dezelfde herleiding, die van de vergelijking (3) tot de meer symmetrische (5) voerde, ook op de vergelijking (4) kan worden toegepast. Daartoe moet men in deze vooreerst bij de zes laatste dubbele integralen de herleidingsformule

$$\frac{du}{d\varrho}\int_a^b dv\int_c^d f(\varrho,v,w)\,dw=\frac{d}{d\varrho}\Big[u\int_a^b dv\int_c^d f(\varrho,v,w)\,dw\Big]-$$

$$-u\frac{d}{d\varrho}\int_a^b dv\int_c^d f(\varrho,v,w)\,dw\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(b)$$

invoeren; — ten tweede de uitkomsten, die deze laatste integraal oplevert, uitwerken naar de vergelijking (3); — ten derde de twaalf termen

$$\pm \left[A \frac{dB}{d\varrho} \int_a^b f(\varrho, A, B, v)\, dv + B \frac{dA}{d\varrho} \int_a^b f(\varrho, A, B, v)\, dv\right]$$

vervangen door hunne waarde

$$\pm \left\{\frac{d}{d\varrho} \left[A B \int_a^b f(\varrho, A, B, v)\, dv\right] - AB \frac{d}{d\varrho} \int_a^b f(\varrho, A, B, v)\, dv\right\};$$

-- ten vierde de integralen, tengevolge deze laatste integraal ontstaan, naar de vergelijking (1) uitwerken; — en ten vijfde de acht termen

$$\pm \left[AB \frac{dC}{d\varrho} f(\varrho, A, B, C) + AC \frac{dB}{d\varrho} f(\varrho, A, B, C) + BC \frac{dA}{d\varrho} f(\varrho, A, B, C)\right]$$

door hunne waarde

$$\pm \left\{\frac{d}{d\varrho} \left[ABC f(\varrho, A, B, C)\right] - ABC \frac{d}{d\varrho} f(\varrho, A, B, C)\right\}$$

vervangen. Op die wijze verkrijgt men ten slotte

$$\frac{d}{d\varrho} \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P f(\varrho, x, y, z)\, dz = \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P \frac{df(\varrho, x, y, z)}{d\varrho}\, dz +$$

$$+ \frac{d}{d\varrho} \left[P \int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho, x, y, P)\, dy - p \int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho, x, y, p)\, dy +\right.$$

$$+ Q \int_r^R dx \int_p^P f(\varrho, x, Q, z)\, dz - q \int_r^R dx \int_p^P f(\varrho, x, q, z)\, dz +$$

$$\left. + R \int_q^Q dy \int_p^P f(\varrho, R, y, z)\, dz - r \int_q^Q dy \int_p^P f(\varrho, r, y, z)\, dz\right] -$$

$$- \left[P \int_r^R dx \int_q^Q \frac{df(\varrho, x, y, P)}{d\varrho}\, dy - p \int_r^R dx \int_q^Q \frac{df(\varrho, x, y, p)}{d\varrho}\, dy +\right.$$

$$+ Q \int_r^R dx \int_p^P \frac{df(\varrho, x, Q, z)}{d\varrho}\, dz - q \int_r^R dx \int_p^P \frac{df(\varrho, r, q, z)}{d\varrho}\, dz +$$

$$\left. + R \int_q^Q dy \int_p^P \frac{df(\varrho, R, y, z)}{d\varrho}\, dz - r \int_q^Q dy \int_p^P \frac{df(\varrho, r, y, z)}{d\varrho}\, dz\right] -$$

$$- \frac{d}{d\varrho}\Big[PQ\int_r^R f(\varrho, x, Q, P)\,dx - Pq\int_r^R f(\varrho, x, q, P)\,dx -$$

$$- pQ\int_r^R f(\varrho, x, Q, p)\,dx + pq\int_r^R f(\varrho, x, q, p)\,dx +$$

$$+ PR\int_q^Q f(\varrho, R, y, P)\,dy - Pr\int_q^Q f(\varrho, r, y, P)\,dy -$$

$$- pR\int_q^Q f(\varrho, R, y, p)\,dy + pr\int_q^Q f(\varrho, r, y, p)\,dy +$$

$$+ QR\int_p^P f(\varrho, R, Q, z)\,dz - Qr\int_p^P f(\varrho, r, Q, z)\,dz -$$

$$- qR\int_p^P f(\varrho, R, q, z)\,dz + qr\int_p^P f(\varrho, r, q, z)\,dz\Big] +$$

$$+ \Big[PQ\int_r^R \frac{df(\varrho, x, Q, P)}{d\varrho}\,dx - Pq\int_r^R \frac{df(\varrho, x, q, P)}{d\varrho}\,dx -$$

$$- pQ\int_r^R \frac{df(\varrho, x, Q, p)}{d\varrho}\,dx + pq\int_r^R \frac{df(\varrho, x, q, p)}{d\varrho}\,dx +$$

$$+ PR\int_q^Q \frac{df(\varrho, R, y, P)}{d\varrho}\,dy - Pr\int_q^Q \frac{df(\varrho, r, y, P)}{d\varrho}\,dy -$$

$$- pR\int_q^Q \frac{df(\varrho, R, y, p)}{d\varrho}\,dy + pr\int_q^Q \frac{df(\varrho, r, y, p)}{d\varrho}\,dy +$$

$$+ QR\int_p^P \frac{df(\varrho, R, Q, z)}{d\varrho}\,dz - Qr\int_p^P \frac{df(\varrho, r, Q, z)}{d\varrho}\,dz -$$

$$- qR\int_p^P \frac{df(\varrho, R, q, z)}{d\varrho}\,dz + qr\int_p^P \frac{df(\varrho, r, q, z)}{d\varrho}\,dz\Big] +$$

$$+\frac{d}{d\varrho}\Big[PQRf(\varrho,R,Q,P)-PQrf(\varrho,r,Q,P)-PqRf(\varrho,R,q,P)+$$

$$+Pqr\,f(\varrho,r,q,P)-pQRf(\varrho,R,Q,p)+pQrf(\varrho,r,Q,p)+$$

$$+pqR\,f(\varrho,R,q,p)-pqr\,f(\varrho,r,q,p)\Big]-$$

$$-\Big[PQR\frac{df(\varrho,R,Q,P)}{d\varrho}-PQr\frac{df(p,r,Q,P)}{d\varrho}-PqR\frac{df(p,R,q,P)}{d\varrho}+$$

$$+Pqr\frac{df(\varrho,r,q,P)}{d\varrho}-pQR\frac{df(\varrho,R,Q,p)}{d\varrho}+pQr\frac{df(\varrho,r,Q,p)}{d\varrho}+$$

$$+pqR\frac{df(\varrho,R,q,p)}{d\varrho}-pqr\frac{df(\varrho,r,q,p)}{d\varrho}\Big]\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;(8)$$

Maar ook hier kan men niet verder gaan, om dezelfde reden als in N°. 4.

Het eerste gedeelte van het vraagstuk is dus volkomen opgelost: het differentieeren van eene n dubbele integraal ten opzichte van eene standvastige ϱ. Dit geldt echter niet van het tweede gedeelte, waar wij eenvoudige uitdrukkingen zochten voor een hooger differentieeren dierzelfde functie.

BIJDRAGE

TOT DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN N°. XI.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Over het integreeren eener bepaalde dubbele integraal ten opzichte van eene standvastige, die onder het integraalteeken voorkomt.

1. Is het ons in het vorige opstel gelukt tot eene vrij algemeene uitdrukking te komen voor het differentieeren van eene n dubbele bepaalde integraal ten opzichte van eene standvastige grootheid, die niet alleen in de geintegreerde functie, maar ook in de grenzen van de integratien voorkwam, — laat ons thans beproeven in hoeverre wij kunnen slagen, om zulke n dubbele integralen ten opzichte van zulke standvastige grootheid te integreeren.

Herinneren wij ons daartoe eerst de vroeger door mij ge vonden formule

$$\int d\varrho \int_r^R f(\varrho, x)\, dx =$$

$$= \int_r^R dx \int f(\varrho, r\, d\varrho - \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int f(\varrho, R) d\varrho + \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int f(\varrho, r) d\varrho -$$

$$- \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int \chi(\varrho, R) \frac{dR}{d\varrho} d\varrho + \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int \chi(\varrho, r) \frac{dr}{d\varrho}\, d\varrho\,; \quad . \; . \; . \; (1)$$

waar $$\chi(\varrho, y) = \frac{\partial}{\partial y} \int f(\varrho, y)\, d\varrho; \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1^a) \quad *)$$

en de wijze, waarop zij werd afgeleid; dan moeten wij hier onze toevlucht nemen tot de vergelijking (3) van het vorige opstel, nadat daarin de f door eene φ is vervangen,

$$\frac{d}{d\varrho} \int_r^R dx \int_q^Q \varphi(\varrho, x, y)\, dy =$$

$$= \int_r^R dx \int_q^Q \frac{d\varphi(\varrho,x,y)}{d\varrho} dy + \frac{dQ}{d\varrho} \int_r^R \varphi(\varrho,x,Q) dx - \frac{dq}{d\varrho} \int_r^R \varphi(\varrho, x, q) dx +$$

$$+ \frac{dR}{d\varrho} \int_q^Q \varphi(\varrho, R, y)\, dy - \frac{dr}{d\varrho} \int_q^Q \varphi(\varrho, r, y)\, dy.$$

2. Om nu ons doel te bereiken moeten wij deze vergelijking ten opzichte van ϱ integreeren, waardoor men verkrijgt

$$\int_r^R dx \int_q^Q \varphi(\varrho, x, y)\, dy = \int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q \frac{d\varphi(\varrho, x, y)}{d\varrho} dy +$$

$$+ \int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R \varphi(\varrho, x, Q)\, dx - \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R \varphi(\varrho, x, q)\, dx +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q \varphi(\varrho, R, y)\, dy - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q \varphi(\varrho, r, y)\, dy \, ; . \, (a)$$

en hierin geeft de eerste term van het tweede lid juist hetgeen wij zoeken. Maar de geintegreerde functie komt hier voor onder den vorm van een differentiaalquotient, in plaats van onder dien eener gewone functie: en de ϱ, x, y, waarvan zij eene functie is, komen in de volgende termen ook zoo voor, dat zij van ϱ afhangen. Om dus deze gevallen te gelijk op te

---

*) Omtrent de afleiding dezer vergelijking kan men nazien het Exposé de la théorie etc. des intégrales définies. Partie I, § 5, N°. 37, *Verhandel.* Dl. VIII, blz. 28.

nemen, — dat is de bijzondere gevallen niet uit te sluiten, dat z en y functien zijn van die standvastige, — stelle men algemeen

$$\frac{d\varphi(\varrho, z, v)}{d\varrho} = f(\varrho, z, v) + \chi_1(\varrho, z, v)\frac{dz}{d\varrho} + \chi_2(\varrho, z, v)\frac{dv}{d\varrho} \quad . \; . \; . \; (b)$$

Alsdan volgt daaruit voor de bijzondere gevallen in vergelijking (a)

$$\text{voor } z = x, \text{ en } v = y: \frac{d\varphi(\varrho, x, y)}{d\varrho} = f(\varrho, x, y),$$

$$\text{voor } z = R, \text{ en } v = y: \frac{d\varphi(\varrho, R, y)}{d\varrho} = f(\varrho, R, y) + \chi_1(\varrho, R, y)\frac{dR}{d\varrho}$$

$$\text{voor } z = r, \text{ en } v = y: \frac{d\varphi(\varrho, r, y)}{d\varrho} = f(\varrho, r, y) + \chi_1(\varrho, r, y)\frac{dr}{d\varrho}$$

$$\text{voor } z = x, \text{ en } v = Q: \frac{d\varphi(\varrho, x, Q)}{d\varrho} = f(\varrho, x, Q) + \chi_2(\varrho, x, Q)\frac{dQ}{d\varrho},$$

$$\text{voor } z = x, \text{ en } v = q: \frac{d\varphi(\varrho, x, q)}{d\varrho} = f(\varrho, x, q) + \chi_2(\varrho, x, q)\frac{dq}{d\varrho};$$

$$\text{waaruit } \varphi(\varrho, x, y) = \int f(\varrho, x, y)\, d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho, R, y) = \int f(\varrho, R, y)\, d\varrho + \int \chi_1(\varrho, R, y)\frac{dR}{d\varrho}\, d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho, r, y) = \int f(\varrho, r, y)\, d\varrho + \int \chi_1(\varrho, r, y)\frac{dr}{d\varrho}\, d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho, x, Q) = \int f(\varrho, x, Q)\, d\varrho + \int \chi_2(\varrho, x, Q)\frac{dQ}{d\varrho}\, d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho, x, q) = \int f(\varrho, x, q)\, d\varrho + \int \chi_2(\varrho, x, q)\frac{dq}{d\varrho}\, d\varrho.$$

Voert men nu deze waarden in de bovenstaande vergelijking (a) in, dan kan men daaruit den eersten term van het tweede lid oplossen, en verkrijgt alzoo

$$\int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho,x,y)\,dy = \int_r^R dx \int_q^Q dy \int f(\varrho,x,y)\,d\varrho -$$

$$- \Big[\int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int f(\varrho,x,Q)\,d\varrho - \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int f(\varrho,x,q)\,d\varrho +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int f(\varrho,R,y)\,d\varrho - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int f(\varrho,r,y)\,d\varrho \Big] -$$

$$- \Big[\int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int \chi_2(\varrho,x,Q) \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho - \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int \chi_2(\varrho,x,q) \frac{dq}{d\varrho} d\varrho +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int \chi_1(\varrho,R,y) \frac{dR}{d\varrho} d\varrho - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int \chi_1(\varrho,r,y) \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \Big]; . (2)$$

waarin nu, naar de voorafgaande bepalingen, is

$$\int f(\varrho,z,v)\,d\varrho = \varphi(\varrho,z,v),$$

$$\left.\begin{aligned} \chi_1(\varrho,z,v) &= \frac{\partial\,\varphi(\varrho,z,v)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\int f(\varrho,z,v)d\varrho, \\ \chi_2(\varrho,z,v) &= \frac{\partial\,\varphi(\varrho,z,v)}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v}\int f(\varrho,z,v)d\varrho, \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (2_a)$$

3. De vorm van deze uitkomst leert ons tevens dat het niet mogelijk is, om den weg te behandelen, die ons in het vorige opstel tot ons doel bracht; om namelijk uit den regel voor eene vorige enkele bepaalde integraal (hier vergelijking (1)) dien voor eene dubbele bepaalde integraal (hier vergelijking (2)) af te leiden. Beproeft men dit, door in de eerste vergelijking $f(\varrho, x)$ te vervangen door $\int_q^Q f(\varrho, x, y)\,dy$, even als in het vorig opstel, dan ontwaart men spoedig, dat de moeijelijkheid hier schuilt in de noodzakelijkheid van de invoeren van de gedeeltelijke differentiaalquotienten χ_1 en χ_2.

Het zal dan ook in het vervolg noodzakelijk wezen, om iedere verdere formule voor het integreeren ten opzichte van eene standvastige, afteleiden uit de overeenkomstige formule voor het differentieeren naar die standvastige; zonder dat daarbij

de reeds verkregen uitkomsten voor de eerste bewerking van eenigen grooten dienst kunnen zijn.

Ten einde dus eene driedubbele bepaalde integraal te integreeren naar eene standvastige, die ook in de grenzen der integratie voorkomt, neme men weder uit het vorige opstel de vergelijking (4) over, vervange de f door φ, en voere de integratie uit, dan is

$$\int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P \varphi(\varrho, x, y, z)\, dz = \int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P \frac{d\varphi(\varrho, x, y, z)}{d\varrho}\, dz +$$

$$+ \int \frac{dP}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho, x, y, P)\, dy - \int \frac{dp}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(\varrho, x, y, p)\, dy +$$

$$+ \int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P \varphi(\varrho, x, Q, z)\, dz - \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P \varphi(\varrho, x, q, z)\, dz +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P \varphi(\varrho, R, y, z)\, dz - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P \varphi(\varrho, r, y, z)\, dz \,. \quad (c)$$

Hetgeen wij zoeken, vinden wij wederom in den eersten term van het tweede lid; maar dan moet daarin de geintegreerde functie niet meer als een differentiaalquotient voorkomen. Zoo als die gedifferentieerde functie hier in deze formule voorkomt, ook bij de later volgende termen, worden de x, y, z vervangen door grootheden, die functien zijn van ϱ: men moet dus deze gevallen tevens opnemen, dat is de mogelijkheid openlaten, dat de x, y, z in $\varphi(\varrho, x, y, z)$ ook functien zijn van die standvastige. Daartoe stelle men algemeen

$$\frac{d\varphi(\varrho, u, v, w)}{d\varrho} = f(\varrho, u, v, w) + \chi_1(\varrho, u, v, w)\frac{du}{d\varrho} +$$

$$+ \chi_2(\varrho, u, v, w)\frac{dv}{d\varrho} + \chi_3(\varrho, u, v, w)\frac{dw}{d\varrho} \,. \quad (d)$$

En hieruit volgt voor de bijzondere gevallen in de vorige vergelijking,

voor

$$u=x,\ v=y,\ \text{en}\ r=z: \frac{d\varphi(\varrho,x,y,z)}{d\varrho}=f(\varrho,x,y,z),$$

$$u=R,v=y,\ \text{en}\ r=z: \frac{d\varphi(\varrho,R,y,z)}{d\varrho}=f(\varrho,R,y,z)+\chi_1(\varrho,R,y,z)\frac{dR}{d\varrho},$$

$$u=r,\ v=y,\ \text{en}\ r=z: \frac{d\varphi(\varrho,r,y,z)}{d\varrho}=f(\varrho,r,y,z)+\chi_1(\varrho,r,y,z)\frac{dr}{d\varrho},$$

$$u=x,v=Q,\ \text{en}\ r=z: \frac{d\varphi(\varrho,x,Q,z)}{d\varrho}=f(\varrho,x,Q,z)+\chi_2(\varrho,x,Q,z)\frac{dQ}{d\varrho},$$

$$u=x,\ v=q,\ \text{en}\ r=z: \frac{d\varphi(\varrho,x,q,z)}{d\varrho}=f(\varrho,x,q,z)+\chi_2(\varrho,x,q,z)\frac{dq}{d\varrho},$$

$$u=x,\ v=y,\ \text{en}\ r=P. \frac{d\varphi(\varrho,x,y,P)}{d\varrho}=f(\varrho,x,y,P)+\chi_3(\varrho,x,y,P)\frac{dP}{d\varrho},$$

$$u=x,\ v=y,\ \text{en}\ r=p: \frac{d\varphi(\varrho,x,y,p)}{d\varrho}=f(\varrho,x,y,p)+\chi_3(\varrho,x,y,p)\frac{dp}{d\varrho};$$

waaruit

$$\varphi(\varrho,x,y,z)=\int f(\varrho,x,y,z)\,d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho,R,y,z)=\int f(\varrho,R,y,z)\,d\varrho+\int\chi_1(\varrho,R,y,z)\frac{dR}{d\varrho}\,d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho,r,y,z)=\int f(\varrho,r,y,z)\,d\varrho+\int\chi_1(\varrho,r,y,z)\frac{dr}{d\varrho}\,d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho,x,Q,z)=\int f(\varrho,x,Q,z)\,d\varrho+\int\chi_2(\varrho,x,Q,z)\frac{dQ}{d\varrho}\,d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho,x,q,z)=\int f(\varrho,x,q,z)\,d\varrho+\int\chi_2(\varrho,x,q,z)\frac{dq}{d\varrho}\,d\varrho,$$

$$\varphi(\varrho,x,y,P)=\int f(\varrho,x,y,P)\,d\varrho+\int\chi_3(\varrho,x,y,P)\frac{dP}{d\varrho}\,d\varrho.$$

$$\varphi(\varrho,x,y,p)=\int f(\varrho,x,y,p)\,d\varrho+\int\chi_3(\varrho,x,y,p)\frac{dp}{d\varrho}\,d\varrho.$$

Hierdoor is men in staat om den eersten term in het tweede lid van de voorgaande vergelijking (c) op te lossen, en wel in

den verlangden vorm, in overeenkomst met de vorige uitkomsten: men verkrijgt daarvoor, als men de gelijksoortige termen bijeenvoegt, even als dit reeds in de vergelijkingen (1) en (2) is gedaan,

$$\int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P f(\varrho, x, y, z)\, dz = \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P dz \int f(\varrho, x, y, z)\, d\varrho\, -$$

$$-\Big[\int \frac{dP}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int f(\varrho, x, y, P) d\varrho - \int \frac{dp}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int f(\varrho, x, y, p) d\varrho\, +$$

$$+ \int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P dz \int f(\varrho, x, Q, z) d\varrho - \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P dz \int f(\varrho, x, q, z)\, d\varrho\, +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P dz \int f(\varrho, R, y, z) d\varrho - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P dz \int f(\varrho, r, y, z) d\varrho\Big] -$$

$$\Big[\int \frac{dP}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int \chi_3 (\varrho, x, y, P) \frac{dP}{d\varrho} d\varrho\, -$$

$$- \int \frac{dp}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int \chi_3 (\varrho, x, y, p) \frac{dp}{d\varrho} d\varrho\, +$$

$$+ \int \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P dz \int \chi_2 (\varrho, x, Q, z) \frac{dQ}{d\varrho} d\varrho\, -$$

$$- \int \frac{dq}{d\varrho} d\varrho \int_r^R dx \int_p^P dz \int \chi_2 (\varrho, x, q, z) \frac{dq}{d\varrho} d\varrho\, +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P dz \int \chi_1 (\varrho, R, y, z) \frac{dR}{d\varrho} d\varrho\, -$$

$$- \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P dz \int \chi_1 (\varrho, r, y, z) \frac{dr}{d\varrho} d\varrho\Big]; \quad (3)$$

waarin, naar de voorafgaande bepalingen,

$$\left.\begin{aligned}
&\int f(\varrho,u,v,w)\,d\varrho = \varphi(\varrho,u,v,w),\\
&\chi_1(\varrho,u,v,w) = \frac{\partial\varphi(\varrho,u,v,w)}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u}\int f(\varrho,u,v,w)\,d\varrho,\\
&\chi_2(\varrho,u,v,w) = \frac{\partial\varphi(\varrho,u,v,w)}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v}\int f(\varrho,u,v,w)\,d\varrho,\\
&\chi_3(\varrho,u,v,w) = \frac{\partial\varphi(\varrho,u,v,w)}{\partial w} = \frac{\partial}{\partial w}\int f(\varrho,u,v,w)\,d\varrho.
\end{aligned}\right\} \quad (3^a)$$

4. Uit de onderlinge vergelijking van deze drie uitkomsten (1), (2) en (3) kan men nu gemakkelijk den regel opmaken, volgens welke men eene n dubbele integraal ten opzichte van eene standvastige grootheid kan integreeren, die zoowel in de geintegreerde functie, als in de grenzen der verschillende integratien voorkomt.

Daartoe ga men dus te werk.

1°. Men vervange onder de n integratien de geintegreerde functie door hare integraal ten opzichte van de genoemde standvastige.

2°. Men vorme een 2 n-tal van $n - 1$ dubbele integralen, door telkens eene integratie wegtelaten; men vervange in de geintegreerde functie de vervallen veranderlijke door hare beide grenzen en integreer haar eerst ten opzichte van de standvastige: de n dubbele integraal, die men alzoo verkrijgt, vermenigvuldige men met het differentiaalquotient der ingevoerde grens ten opzichte van de standvastige, en integreere dit produkt nog eens ten opzichte dier standvastige. De uitkomst dier herleiding voor de onderste grens trekke men af van die voor de bovenste grens. De som dier n verschillen neme men eindelijk negatief.

3°. In elke integraal, die men naar 2° verkregen heeft, vervange men voorts de geintegreerde functie, zooals zij daar voorkomt, door het produkt van het differentiaalquotient der ingevoerde grens ten opzichte van de standvastige met eene nieuwe functie, die men op de volgende wijze verkrijgt. Men integreere de oorspronkelijke functie ten opzichte van de standvastige, en neme van die integraal het gedeeltelijke differentiaalquotient ten

opzichte van dezelfde grens, die men daarboven had ingevoerd. Het eindteeken van de verzameling dier $2n$ integralen blijft negatief, even als in 2°.

Op die wijze bestaat het tweede lid uit eenen vorm van $1 + 2n + 2n = 4n + 1$ integralen, die, als men de integratie ten opzichte van de standvastige mederekent, alle $n + 1$ dubbele zijn.

5. Nog eenige opmerkingen omtrent hetgeen hierboven gevonden werd.

1°. Bij al deze uitkomsten is de willekeurige standvastige van het integreeren in het geheel niet besproken; dit behoefde ook niet, omdat de integratien ten opzichte der vroeger genoemde standvastige alle onbepaalde zijn; en dus die willekeurige standvastige der integratie in de integralen opgenomen gedacht kan worden. Maar bovendien, ook wanneer die integratien bepaald worden, bijv. van 0 tot ϱ, zal men dadelijk zien, dat er alsdan geene willekeurige standvastige bijtevoegen is: dit blijkt bijv. lichtelijk door de grenzen van het integreeren ten opzichte van dezelfde veranderlijke gelijk te nemen.

2°. Wanneer eenige der grenzen van het integreeren niet van de standvastige ϱ afhangt, dan wordt haar differentiaalquotient ten opzichte van die standvastige nul, en de overeenkomstige termen, die dit tot coefficient hebben, verdwijnen derhalve uit de vergelijking.

3°. Wanneer de geintegreerde functie niet van de voornoemde standvastige afhangt, zoo moet in den eersten term van het tweede lid deze functie vooreerst ten opzichte van die standvastige worden geintegreerd; hierdoor ontstaat thans het produkt van die functie met die standvastige. Deze laatste komt dus als factor van de n dubbele integraal daarvoor te staan; de eerste, de functie zelve, moet nog aan de verschillende opvolgende integratien onderworpen worden.

6. Uit hetgeen in het begin van N°. 3 werd opgemaakt, kan men gereedelijk het besluit trekken, dat de aanleiding, die er in het vorige opstel bestond, om in het algemeen hoogere differentiaalquotienten ten opzichte van onze standvastige te zoeken, hier bij de integratie geheel ontbreekt. En zelfs wanneer men zich bijv. wendt tot de vergelijking (2) van dat opstel, blijkt het, dat men wel de vergelijking (1) in geheel anderen, meer

omslachtigen vorm kan brengen, maar dat ook alzoo het hier genoemde doel niet kan worden bereikt.

Daarentegen zal de derde aanmerking, in het vorige N°. 5, ons stof geven tot eene nieuwe herleiding.

In dat geval toch worden bij eene bepaalde dubbele integraal de vergelijkingen (2) in N°. 2 hier

$$\int f(x,y)\,d\varrho = \varrho f(x,y),$$

$$\chi_1(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}.\varrho f(x,y) = \varrho\frac{df(x,y)}{dx},$$

$$\chi_2(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}.\varrho f(x,y) = \varrho\frac{df(x,y)}{dy};$$

zoodat de gedeeltelijke differentiaalquotienten in gewone overgaan. En hierdoor is het mogelijk geworden, de termen, die het laatste gedeelte van de vergelijking (2) tusschen de vierkante haakjes vormen, te herleiden door middel van het integreeren bij gedeelten: men heeft toch hier

$$\int \chi_2(\varrho,x,Q)\frac{dQ}{d\varrho}d\varrho = \int \varrho\frac{df(x,Q)}{dQ}\frac{dQ}{d\varrho}d\varrho =$$

$$= \int \varrho\, d_\rho f(x,Q)\,d\varrho = \varrho f(x,Q) - \int f(x,Q)\,d\varrho,$$

dus

$$\int \frac{dQ}{d\varrho}d\varrho\int_r^R dx\int \chi_2(\varrho,x,Q)\frac{dQ}{d\varrho}d\varrho =$$

$$= \int \frac{dQ}{d\varrho}\varrho\,d\varrho\int_r^R f(x,Q)\,dx - \int\frac{dQ}{d\varrho}d\varrho\int_r^R dx\int f(x,Q)\,d\varrho;$$

evenzoo

$$\int \frac{dq}{d\varrho}d\varrho\int_r^R dx\int \chi_2(\varrho,x,q)\frac{dq}{d\varrho}d\varrho =$$

$$= \int \frac{dq}{d\varrho}\varrho\,d\varrho\int_r^R f(x,q)\,dx - \int\frac{dq}{d\varrho}d\varrho\int_r^R dx\int f(x,q)\,d\varrho.$$

Verder is

$$\int \chi_1(\varrho, R, y) \frac{dR}{d\varrho} d\varrho = \int \varrho \frac{df(R,y)}{dR} \frac{dR}{d\varrho} d\varrho =$$

$$= \int \varrho\, d_\rho f(R,y)\, d\varrho = \varrho f(R,y) - \int f(R,y)\, d\varrho,$$

dus

$$\int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int \chi_1(\varrho, R, y) \frac{dR}{d\varrho} d\varrho =$$

$$= \int \frac{dR}{d\varrho} \varrho\, d\varrho \int_q^Q f(R,y)\, dy - \int \frac{dR}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int f(R,y) d\varrho;$$

en evenzoo

$$\int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int \chi_1(\varrho, r, y) \frac{dr}{d\varrho} d\varrho =$$

$$= \int \frac{dr}{d\varrho} \varrho\, d\varrho \int_q^Q f(\varrho, y)\, dy - \int \frac{dr}{d\varrho} d\varrho \int_q^Q dy \int f(r,y)\, d\varrho.$$

Wanneer men deze uitkomsten in de vergelijking (2) invoert, en er op let, dat elke laatste term van deze vier laatste herleidingen juist den overeenkomstigen term vernietigt in het tweede gedeelte tusschen vierkante haakjes van het tweede lid der vergelijking (2); zoo komt er hier, veel eenvoudiger dan boven,

$$\int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(x,y)\, dy =$$

$$= \varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(x,y) dy - \Big[\int \frac{dQ}{d\varrho} \varrho d\varrho \int_r^R f(x,Q) dx - \int \frac{dq}{d\varrho} \varrho d\varrho \int_r^R f(x,q) dx +$$

$$+ \int \frac{dR}{d\varrho} \varrho\, d\varrho \int_q^Q f(R,y)\, dy - \int \frac{dr}{d\varrho} \varrho\, d\varrho \int_q^Q f(\varrho,y)\, dy \Big] \; \ldots\ldots \; (4)$$

7. Voert men dezelfde onderstelling omtrent de geintegreerde functie in bij de vergelijking (3), zoo heeft men vooreerst

$$\int f(x,y,z)d\varrho = \varrho f(x,y,z), \quad \chi_1(x,y,z) = \varrho \frac{df(x,y,z)}{dx},$$
$$\chi_2(x,y,z) = \varrho \frac{df(x,y,z)}{dy}, \; \chi_3(x,y,z) = \varrho \frac{df(x,y,z)}{dz};$$

zoodat men ook hier in plaats van gedeeltelijke differentiaalquotienten gewone verkrijgt. Vervolgens wordt bijv.

$$\int \chi_3(\varrho,x,y,P)\frac{dP}{d\varrho}d\varrho = \int \varrho \frac{df(x,y,P)}{dP}\frac{dP}{d\varrho}d\varrho =$$
$$= \int \varrho\, d_\rho f(x,y,P)\, d\varrho = \varrho f(x,y,P) - \int f(x,y,P)\, d\varrho,$$

en dus

$$\int \frac{dP}{d\varrho}d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int \chi_3(\varrho,x,y,P)\frac{dP}{d\varrho}d\varrho =$$
$$= \int \frac{dP}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(x,y,P)\, dy - \int \frac{dP}{d\varrho}d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int f(x,y,P) d\varrho.$$

Wanneer men dan uit het tweede en derde gedeelte tusschen vierkante haakjes in het tweede lid van de vergelijking (3) telkens de overeenkomstige termen bijeenvoegt, bijv. hier de beide eerste, zoo verdwijnt de eerste dier vierdubbele integralen juist tegen den laatsten term in de voorgaande herleidingsformule en men houdt slechts den eersten term dier formule over. Op die wijze verkrijgt dan hier de vergelijking (3) den veel vereenvoudigden vorm

$$\int d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P f(x,y,z)\, dz = \varrho \int_r^R dx \int_q^Q dy \int_p^P f(x,y,z)\, dz -$$
$$- \Big[\int \frac{dP}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(x,y,P)\, dy - \int \frac{dp}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_r^R dx \int_q^Q f(x,y,p) dy +$$
$$+ \int \frac{dQ}{d}\varrho\, d\varrho \int_r^R dx \int_p^P f(x,Q,z)\, dz - \int \frac{dq}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_r^R dx \int_p^P f(x,y,z)\, dz +$$
$$+ \int \frac{dR}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P f(R,y,z) dz - \int \frac{dr}{d\varrho}\varrho\, d\varrho \int_q^Q dy \int_p^P f(r,y,z) dz \Big]. \quad (5)$$

8. En nu is men verder in staat, om de uitkomst van het integreeren naar eene standvastige te bepalen, bij eene *n* dubbele integraal, wanneer de geintegreerde functie niet afhangt van die veranderlijke, de grenzen daarentegen daarvan wel afhankelijk zijn. Daartoe handele men aldus.

Van het produkt der *n* dubbele integraal met de standvastige grootheid trekke men af de *n* verschillen tusschen *n* dubbele integralen, die men op de volgende wijze verkrijgt. Men vorme $n-1$ dubbele integralen, door telkens eene der integratien wegtelaten, en in de geintegreerde functien die weggevallen veranderlijke te vervangen door hare bovenste en hare onderste grens. Van zulke integraal, de voornoemde standvastige en het differentiaalquotient der ingevoerde grens ten opzichte dier standvastige vorme men een produkt, en integreere dit ten opzichte van dezelfde standvastige. De uitkomst voor de bovenste grens verminder men met die voor de onderste grens; deze verschillen zijn de bedoelde.

RAPPORT.

BETREFFENDE DE ZON-ECLIPS VAN 12 DECEMBER 1871.

UITGEBRAGT IN DE GEW. VERG VAN 25 JUNIJ 1870.

De Commissie, waaraan de natuurkundige afdeeling der Academie heeft opgedragen haar voort te lichten, betreffende het voorstel van den Heer J. A. C. OUDEMANS, om de waarneming der totale zon-eclips van 12 Dec. 1871, in tijds en behoorlijk voor te bereiden, heeft de eer bij dezen aan haar mandaat te voldoen

Bij de totale eclips van 18 Aug. 1868, eveneens in onze O. I. Koloniën zigtbaar, was het hoofdprobleem, dat men zich voorstelde op te lossen, de natuur der protuberancen te leeren kennen. Daartoe konden voornamelijk twee nieuwe hulpmiddelen, die de physica aan de hand gaf, worden aangewend, te weten: de photographie en de spectraal-analyse. De Kon. Academie heeft toen bij de Ned. Regering aangedrongen op het zenden eener expeditie, die bij voorkeur met deze hulpmiddelen zou trachten de oplossing van dat probleem te leveren. Haar pogen heeft geen gevolg gehad, doch andere natiën hebben in de leemte voorzien. Door verschillende sterrekundigen is dan ook met behulp van spectraal apparaten de gasvormige natuur der protuberancen herkend. Terstond daarop heeft de fransche natuurkundige JANSEN eene methode ontworpen, om ook buiten den tijd eener zoneclips, den vorm der protuberancen door eene reeks van metingen te bepalen. Doch die meer omslagtige handelwijze is weldra vervangen geworden door de voortreffelijke methode van den duitschen sterrekundige ZÜLLNER, welke ons veroorlooft *ten allen tijde* de protuberancen te zien, te teekenen, te meten en welligt ook te photographeeren, alsmede de snelle veranderingen, waaraan zij onderworpen zijn, te onderzoeken,

veel beter dan gedurende eene altijd kortstondige zoneclips geschieden kan. In dat opzigt dus heeft de Academie geen maatregelen te nemen: Expeditiën met dat doel zijn voortaan overbodig.

Er blijft intusschen een ander verschijnsel over, dat zich bij voorkeur bij de totale zoneclipsen laat bestudeeren, de corona, waarvan het grondig onderzoek nu aan de beurt ligt.

Uwe Commissie meent, dat hier van photographische afbeeldingen niet veel te verwachten is, omdat het lichtverschijnsel zwak is en zich op de platen langzaam teekent, terwijl het zeer snelle veranderingen schijnt te vertoonen. Zij zou daarom aanraden voor het onderzoek van dat verschijnsel spectraal-apparaten en polariscopen te bezigen. Zij geeft u derhalve in overweging, of het niet wenschelijk zou zijn, dat aan den Heer OUDEMANS doelmatige instrumenten van dien aard bij tijds worden gezonden Uwe Commissie rekent, dat voor de aanschaffing van genoemde werktuigen en van een nog vereischten zoeker eene som van *f* 1000 voldoende zou zijn Den Heer Minister van Binnenlandsche zaken ware te verzoeken, dat hij zijnen ambtgenoot van Koloniën een daartoe strekkend voorstel geliefde te doen.

Amsterdam 25 Junij 1870.

(*was get.*) M. HOEK.
J. BOSSCHA, Jr.
V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

DE WERKING VAN DEN CONSTANTEN STROOM

OP DEN NERVUS VAGUS,

DOOR

F. C. DONDERS.

Bij het onderzoek, waarover ik hier wensch te handelen, had ik veeleer op het oog de werking na te gaan van den constanten stroom op de levende zenuw, dan die van den n. vagus op de contractie van het hart. Omtrent den *aard* van laatstgenoemde werking was van een dergelijk onderzoek weinig opheldering te wachten, en, wat de *verschijnselen* betreft, ze zijn bij prikkeling met één inductieslag zoo nauwkeurig vastgesteld, dat het mij zelfs gelukte, als tegenhanger van de „Zuckungscurve" der spier, eene kromme van het vertragingsproces daaruit te construeeren *). Meer kan men waarlijk niet verlangen.

Deze kromme nu vertegenwoordigt de eenheid van werking, die bij ieder meer samengesteld vertragingsproces ons in staat stelt, tot de correspondeerende zenuwwerking te besluiten. Aan de eerste voorwaarde, om het onderzoek naar de werking van den constanten stroom op den n. vagus toe te passen, is hiermede dus voldaan. Verder zijn daartoe de omstandigheden hier ook alleszins gunstig. De zenuw is gemakkelijk te isoleeren; zij kan zonder direct nadeel voor het dier worden doorgesneden en behoudt lang hare prikkelbaarheid; rechter- en linkerzenuw kunnen óf afzonderlijk óf gelijktijdig, zoo noodig in eene daartoe bijzonder ingerichte zoogenoemde vochtige kamer, op de

*) *Onderzoekingen, gedaan in het physiologisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool*. D. II, blz. 304.

electroden worden gebracht, en zonder eenige beleediging laat het peripherisch orgaan, het hart, zijne werking, te gelijk met den prikkel en met een chronoscopische lijn, op het kymographion registreeren: zoodoende kan, in verband met het oogenblik en de kracht van den prikkel, het geheele proces, de intensiteit zoowel als de duur, in cijfers worden uitgeteld. Bovendien schijnt aan het eigenaardige der werking een voordeel te zijn verbonden. Spoediger en regelmatiger toch kan een invloed zich niet openbaren dan in het belemmeren eener werking. Waar beweging moet worden opgewekt, zijn bijzondere weerstanden denkbaar, die haar beletten terstond aan den werkzamen invloed te gehoorzamen: zoodanige weerstanden vallen weg, waar een invloed zich onmiddellijk kant tegen een bestaande beweging. Men heeft dus recht van proeven op den n. vagus scherpe uitkomsten te verwachten. Eindelijk, ontleenen die proeven een bijzondere waarde dááraan, dat zij op warmbloedige dieren kunnen worden verricht, bij welke het onderzoek naar de werking van den constanten stroom, toegepast op andere zenuwen, vele bezwaren ontmoet.

I. GESCHIEDKUNDIG OVERZICHT.

De zoo lang verborgen galvanische kracht openbaarde zich het eerst in de physiologische werking van den constanten stroom. GALVANI zocht den grond dier werking in de levende weefsels zelve. VOLTA leerde in het contact der metalen de voorwaarden kennen van den stroom. Maar ook nu bleef de zenuw- en spiervezel het gevoeligste reagens. Bij de onderzoekingen omtrent het galvanisme moesten dus ook al aanstonds verschillende feiten betreffende de werking van den constanten stroom op die weefsels aan het licht treden. Zoo werd door PFAFF gevonden, dat niet slechts bij het sluiten, maar dat ook bij het openen der keten een contractie (die Trennungszuckung) kan ontstaan. Zoo leerde hij verder, bij gelijktijdig doorstroomde spier en zenuw, eene van de richting van den stroom afhankelijke tegenstelling kennen in de werking der sluitings en openings-contractie. Zoo leverde VOLTA zelf het bewijs, dat, ook wanneer de stroom uitsluitend

tot de zenuw beperkt wordt, de richting van dien stroom voor zijne physiologische werking beslissend is. Toen, 25 jaren later, DU BOIS-REYMOND *) de geschiedenis der dierlijke electriciteit te boek stelde, kon hij bij het vermelden der talrijke onderzoekingen, ondernomen met het bepaalde doel, om de physiologische werking van den constanten stroom uit te vorschen, met bewondering wijzen op de volharding en zelfopoffering van eenen RITTER en op de echt wetenschappelijke methode van eenen NOBILI. Maar de wetten, die het effect van prikkeling door den constanten stroom onder verschillende omstandigheden bepalen, daaruit af te leiden, — dat vermocht hij niet: het zoogenoemde „Zuckungsgesetz" ging mank aan ongemotiveerde omkeering en uitzonderingen zonder eind, en van de wisselvalligheid der verschijnselen was geenerlei rekenschap te geven.

De beteekenis van het onderzoek vatte DU BOIS-REYMOND hoog genoeg op. Hij stelde zich niets minder voor, dan met de kennis der veranderingen, door den constanten stroom in de zenuw voortgebracht, in den aard der zenuwwerking zelve dieper door te dringen. In één opzicht onderwierp hij die veranderingen aan een nauwgezet onderzoek. Met de fijnste hulpmiddelen bepaalde hij de intensiteitsveranderingen, waaraan, onder den invloed van een door een deel eener zenuw gevoerden constanten stroom, de van andere deelen dier zenuw afgeleide stroomen zijn onderworpen, en kwam tot het resultaat, dat, wanneer door een gedeelte van de lengte eener zenuw een constante stroom wordt gevoerd, de geheele zenuw, ook extrapolair, dat is buiten het tusschen de electroden bevatte stuk, in een toestand overgaat, alsof door de geheele zenuw, buiten en behalve den oorspronkelijk inhaerenten, een nieuwe stroom vloeide van gelijke richting als de constante stroom tusschen de electroden. Zoo werd DU BOIS-REYMOND de ontdekker van den electrotonus, het zwaartepunt zijner theorie der zenuwwerking. Verband nu moest er bestaan tusschen die veranderingen in den electro-motorischen toestand der zenuw en de bij opening en sluiting volgende contractie, — dit was voor hem aan geen twijfel onderhevig. Maar een tal van omstandigheden, van verschil in richting en sterkte van den stroom, verschil in prik-

*) *Untersuchungen über thierische Electricität.* B. I.

kelbaarheid der zenuw, meer of minder gevorderde secundaire veranderingen, voorafgegane prikkeling, enz., deed zijn invloed op de ingewikkeldste wijze gelden, en uit den chaos van verschijnselen de wetten te voorschijn te roepen, de resultaten van het experiment aan het toeval te onttrekken en verder van die wetten rekenschap te geven, — hoc opus, hic labor erat. Wie hiervoor niet terugdeinsde was PFLÜGER *), die, gewoon principiëele quaesties met zeldzame energie aan te grijpen, het vraagstuk zijner oplossing nabij bracht.

Middelerwijl hadden VALENTIN †) en ECKHARD §) het onderzoek voorbereid. De eerste had gevonden, dat een prikkel op den n. ischiadicus schijnbaar onwerkzaam blijft, wanneer tusschen de plaats van inwerking en de spier een gedeelte der zenuw door een constanten stroom in den toestand van electrotonus is gebracht, zoodat deze toestand de geleiding door de zenuw belemmert of opheft. En ECKHARD heeft de verdienste, die PFLÜGER's kritiek hem niet heeft kunnen, maar zeker ook niet willen rooven, van het eerst experimenteel te hebben aangetoond, dat, onder het intrapolaire stuk, bij opstijgenden constanten stroom de prikkelbaarheid verminderd, bij neêrdalenden verhoogd is, in welk belangrijk feit een verschil van prikkelbaarheid der zenuw aan de beide electroden wel reeds ligt opgesloten.

Met verbeterde hulpmiddelen nu toog PFLÜGER aan het werk. Hij gebruikte onpolariseerbare electroden, werkte dus, vi vocis, met constante stroomen, en construëerde een eigenaardigen valtoestel, om den stroom altijd op gelijke wijze en met gelijke snelheid te verbreken.

In de eerste plaats kwam PFLÜGER tot het resultaat, dat een constante stroom de zenuw onmiddellijk in twee streken verdeelt: aan de kathode, namelijk, vond hij de prikkelbaarheid verhoogd, aan de anode verminderd, — en deze veranderingen, die zich extrapolair allengs verliezen, ontmoeten elkander tusschen de polen in een indifferent of neutraal vlak, het scheidingsvlak der beide streken, te dichter bij de kathode gelegen, hoe sterker de

---

*) *Untersuchungen über die Physiologie des Electrotonus*. Berlin, 1859.

†) *Lehrb. der Physiol.* B. II. S. 455 u. f.

§) *Beiträge zur Anatomie und Physiologie*. H. 1. 1855. p. 25.

stroom en hoe langer hij aanhoudt. Den toestand van verhoogde prikkelbaarheid, in de streek der kathode, noemde hij nu *katelectrotonus*, dien van verminderde, in de streek der anode, *anelectrotonus*.

In de tweede plaats wijdde PFLÜGER al zijne zorg aan het vaststellen van het zoogenoemde „Zuckungsgesetz" en formuleerde zijne resultaten aldus:

I. zwakke stroom . . .	S ↑	contractie	S ↓	contractie
	O ↑	rust	O ↓	rust
II. middelmatige stroom.	S ↑	contractie	S ↓	contractie
	O ↑	contractie	O ↓	contractie
III. sterke stroom. . . .	S ↑	rust	S ↓	contractie
	O ↑	contractie	O ↓	zwakke contractie (?)

Deze laatste uitkomsten nu, in verband gebracht met de eerste, betreffende de veranderde prikkelbaarheid aan de electroden, voerden hem tot de gewichtige hypothese: *dat de sluitings-contractie afhangt van het ontstaan van katelectrotonus, de openingscontractie van het verdwijnen van anelectrotonus.*

Inderdaad kan met deze hypothese van de verschijnselen worden rekenschap gegeven, bij onderstellingen, die a priori alleszins gegrond schijnen. Om te verklaren, dat bij zwakke stroomen de sluiting contractie geeft, de opening niet, heeft men slechts aan te nemen, dat het ontstaan van katelectrotonus sterker werkt dan het verdwijnen van anelectrotonus, en om te doen inzien, waarom bij sterke stroomen de contractie op S ↑ en O ↓ uitblijft, heeft men zich slechts te beroepen, voor S ↑, op den weerstand van het anelectrotonische stuk, voor O ↓, op dien van het katelectrotonische stuk, in zijne negatieve modificatie, die, zoo als OBERNIER bewees, bij de opening van den stroom onmiddellijk volgt. Bij middelmatige stroomen, bij welke de openingsprikkel groot genoeg en de weerstanden klein genoeg zijn, kunnen dan opening en sluiting, beide zoowel ↓ als ↑, contractie geven. — Eindelijk wijst PFLÜGER nog op den invloed van de plaats van prikkeling: hoe verder van de spier, hoe grooter effect. Dat de zenuw gevoeliger is voor S ↑ dan voor S ↓, voor O ↓ dan voor O ↑, laat zich gereedelijk hiermede in ver-

band brengen. Immers wordt, bij eene van 0 stijgende stroomsterkte, achtereenvolgens contractie verkregen bij S ↑, S ↓, O ↓, O ↑, en het behoeft nauwelijks te worden opgemerkt, dat bij S ↑ en O ↓ de wet van PFLÜGER den prikkel van een verder van de spier gelegen punt der zenuw doet uitgaan.

Nadrukkelijk zegt overigens PFLÜGER, dat de gevonden wet alléén op versche zenuwen van toepassing is. Na het ontblooten en doorsnijden ondergaat de zenuw een verandering, het eerst op de doorsneê-vlakte en van hier verder in de zenuw, waarbij hare prikkelbaarheid aanvankelijk toeneemt, om later af te nemen (VON BEZOLD, ROSENTHAL), en het gevolg hiervan is, dat de electroden op plaatsen van verschillende prikkelbaarheid komen te liggen en dat de effecten dus onregelmatig uitvallen.

Een belangrijk feit voerde PFLÜGER *) later nog tot staving zijner hypothese aan. Het was bekend, dat, na lange sluiting van een zwakken stroom, zich, al spoedig na het openen, een zeker aantal meer of min tetanische contracties vertoont: de zoogenoemde openingstetanus van RITTER. PFLÜGER nu leverde het bewijs, dat deze van de anelectrotonische streek uitgaan. Was de stroom opstijgend geweest, dan lag de anelectrotonus aan de zijde der spier; en werd nu, na het openen van den stroom, de zenuw interpolair of zelfs een weinig onder de anode doorgesneden, zoo hield de openingstetanus desniettegenstaande aan. Was daarentegen de stroom neêrdalend geweest, en was dus de anelectrotonus door het interpolaire stuk van de spier gescheiden, dan werd met de interpolaire doorsnijding het verschijnsel opgeheven. Blijkbaar gaat het dus uit van het anelectrotonische gebied. — Dit feit nu levert inderdaad een groote presumtie voor dat gedeelte van PFLÜGER's hypothese, 'twelk de openingscontractie in het algemeen op het verdwijnen van den anelectrotonus doet berusten. In hoever die presumtie gewettigd was, kon echter eerst blijken, wanneer de aard van den openingstetanus zou bekend zijn. Die kennis nu is door het onderzoek van ENGELMANN †) verkregen. Hij heeft, naar ik meen, voldoende bewezen, dat het verschijnsel eenvoudig afhangt van de grootere secundaire ge-

*) *Archiv f. Anatomie u. Physiologie.* 1859. S. 133.

†) *Archief voor Natuur- en Geneeskunde.* D. V, blz. 429.

voeligheid der zenuw in de anelectrotonische streek, krachtens welke de *spontane prikkels* in de zenuw de „Schwelle" overschrijden, waarbij zij golven naar de spier uitzenden. En vragen wij nu, of bij het licht dezer kennis het door PFLÜGER ontdekte feit bewijskracht heeft, dan hebben wij ons slechts te herinneren, dat de veranderde gevoeligheid in de streek der electroden, in verband met het zoogenoemde „Zuckungsgesetz", reeds uitgang en grondslag was zijner hypothese, om in te zien, dat met het bedoelde feit althans geen argument van een nieuwe orde gevonden was. Meer afdoende, en geldig voor de geheele hypothese, is de bewijsvoering van V. BEZOLD *), waar hij aantoont, dat de tijd, die er van 't moment van sluiting of opening tot het begin der contractie verloopt, geheel in overeenstemming is met den grooteren of kleineren afstand der spier van de plaats, waarvan, naar PFLÜGER's hypothese, in de onderscheidene gevallen de golf moest uitgaan. PFLÜGER zelf moge tot die proeven het denkbeeld hebben aangegeven, de uitvoering, die over menig punt nog nader licht verspreidde, getuigt van de meesterhand, die het volbracht. PFLÜGER's leer wordt door dit onderzoek waardiglijk bekroond. In één punt schijnt V. BEZOLD gedwaald te hebben. Hij meende, dat ook in het katelectrotonisch gebied, in weerwil der verhoogde prikkelbaarheid, de geleiding verlangzaamd werd: RUTHERFORD vond, dat de geleiding hier versneld wezen kan, mits de polariseerende stroom niet te sterk zij.

Gelden nu de wetten, door PFLÜGER uit de verschijnselen van motorische kikvorschzenuwen afgeleid, ook voor andere zenuwen? Gelden ze ook voor warmbloedige dieren?

In 1860 verscheen PFLÜGER's Programma: *de sense electrico.* Daarin behandelt hij den invloed van galvanische stroomen op de gevoels- en zintuigzenuwen Later, in 1865 †), vond hij in de niet voldoende aandacht, zijn in het latijn geschreven programma geschonken, aanleiding, om den inhoud daarvan, hier en daar gewijzigd en uitgebreid, in het Duitsch te herhalen. Uit die geschriften nu blijkt, dat op de gevoelszenuwen voor

*) *Untersuchungen über die electrische Erregung der Nerven und Muskeln.* Leipzig, 1861.

†) PFLÜGER, *Untersuchungen aus dem physiol. Laboratorium in Bonn.* 1865, S. 144.

sterke stroomen ontwijfelbaar dezelfde wetten geldig zijn. Voor zwakke stroomen daarentegen gelukte het hem niet, daarvan 't bewijs te leveren. „Soviel nur,” zegt hij, „stellte sich im Allgemeinen heraus, dass für die schwachen Ströme das Gesetz der electrischen Empfindung ein anderes ist, als für starke; denn sehr häufig gab der schwache absteigende Strom wie der aufsteigende nur Schliessungs- und keine Oeffnungszuckung. Auch war oft die Schliessungszuckung des absteigenden Stromes das einzig wirksame bei äusserster Abschwächung desselben. Dies würde das Verhalten sein, wie wir es, der Theorie nach, erwartet haben. Ich habe hiervon aber so häufige Ausnahmen beobachtet, über welche ich, trotz aller Mühe, nicht Herr zu werden vermochte, dass ich selbst das Gesetz der electrischen Empfindung für schwache Ströme durch den objectiven Versuch nicht erwiesen betrachten kann. Um nur mit einigen Worten der beobachteten Ausnahmen zu gedenken, kam es mir nicht selten vor, dass der schwache, absteigende Strom nur Oeffnungszuckung, aber keine Schliessungszuckung gab. Was sich aber als viel constanter herausstellte, war, dass für den aufsteigenden Strom die Schliessung eine bedeutende Ueberlegenkeit gegen die Oeffnung zeigte.” Uit analogie intusschen houdt PFLÜGER zich vrij vast overtuigd, dat voor alle zenuwen dezelfde wetten gelden, en is van oordeel, dat het alleen de talrijke experimenteele bezwaren zijn, die aan het leveren van het feitelijk bewijs in den weg staan. — Aan de waarnemingen, op de zintuigzenuwen gedaan, schijnbaar met die wetten in strijd, tracht hij voorts een verklaring te geven, die haar daarmee in overeenstemming brengt.

Ook op sommige andere zenuwen is de werking van den constanten stroom met meer of minder voldoende uitkomst onderzocht. Zelfs op den levenden mensch werd de bij de electroden veranderde prikkelbaarheid der zenuw aangetoond *), en in het algemeen konden de verschijnselen, door de electro-therapeuten waargenomen †), tot de wet van PFLÜGER worden teruggebracht. Eindelijk op den n. vagus zelven kwam V. BEZOLD §),

*) W. ERB. *Deutsches Archiv für klinische Medicin*. 1867. III, p. 513.

†) BRENNER. *Electro-therapie*. 1868.

§) *Untersuchungen aus dem physiol. Laboratorium in Würzburg*. Erstes Heft.

ondanks zijne gebrekkige methode, tot resultaten, die hem van een „Hemmungsgesetz", analoog aan het „Zuckungsgesetz", deden spreken.

Van eene andere zijde nog zou, bij een uitbreiding van de toepasselijkheid der wet, haar tevens een nieuwe en krachtvolle steun geworden. Men weet, namelijk, hoe ENGELMANN en BOUVIN *) aantoonden, dat de ureter zich in het algemeen verhoudt als een enkele colossale spiervezel, en hoe ENGELMANN aan alle scepticisme paal en perk stelde, door, in deze spier vooral, met de eenvoudigste hulpmiddelen rechtstreeks aanschouwelijk te maken, wat PFLÜGER's genie door gelukkige combinatie en stoute gevolgtrekking uit de meest delicate proeven had afgeleid. Ook strenger nog dan op de zenuwen kwam de wet uit de proeven op den ureter te voorschijn. Immers buiten en behalve de contractie bij opening en sluiting, kende PFLÜGER aan den constanten stroom, als zoodanig, eene zichtbare werking toe Bij proeven op den ureter nu zag ENGELMANN †) bij sluiting een golf uitgaan van de kathode, bij opening van de anode; maar, zoolang de stroom in onveranderde sterkte doorging, werd nooit een golf gezien. Zou in dit opzicht de zenuw zich anders verhouden als de spier? ENGELMANN zag, ook bij het volgen der de door PFLÜGER voorgeschreven wijze van prikkeling, onder bepaalde omstandigheden, alle werking op de met de zenuw verbonden spier ontbreken. En die omstandigheden waren juist de volkomen normale. Alleen na temperatuursverandering en bij een begin van uitdroogen, waardoor de zenuw tot het spontane uitzenden van golven uit verschillende punten wordt voorbeschikt, geeft de constante stroom, gedurende zijn bestaan in onveranderde sterkte, een zichtbare werking, die ENGELMANN verklaart uit de verhoogde gevoeligheid, welker invloed de spontane prikkels hier en daar de grens voor het uitzenden van golven doet overschrijden. De geheel versche zenuw daarentegen antwoordt alléén op sluiting en opening van den stroom. Zelfs bij rhythmische schommelingen zag ENGELMANN

---

*) *Onderzoekingen gedaan in het physiol. laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool* D. II, blz. 319.

†) *Onderzoekingen.* D. III, bl. 230.

de werking onveranderd gelijk blijven aan die van den afgebroken stroom, in spieren zoowel als in zenuwen, met dit verschil alléén, dat voor de laatste de schommelings-perioden korter moeten zijn *).

Bijna zou het schijnen, dat een onderzoek naar de werking van den constanten stroom op den n. vagus, na de juiste kennis, op andere zenuwen en vooral op spieren verkregen, overbodig was geworden. Niemand zal echter beweren, dat die kennis ons het recht geeft, de gevonden wetten zonder nader onderzoek op den n. vagus toepasselijk te verklaren. Op de zenuwen van warmbloedige dieren is het effect van den constanten stroom weinig onderzocht, op de gevoelszenuwen, zelfs van koudbloedige dieren, werd alleen voor sterke stroomen de wet van toepassing gevonden: het was dus reeds daarom belangrijk genoeg, het onderzoek bij verschillende stroomsterkte toe te passen op een zenuw én van geheel eigenaardige functie, én van een warmbloedig dier. Voorts kon ook hier de vraag omtrent de werking van den constanten stroom bij onveranderde dichtheid en die omtrent den openingstetanus worden ten toets gebracht. Eindelijk zou blijken, dat de nauwkeurigheid, waarmede de effecten kunnen worden geregistreerd en uitgeteld, in staat stellen, om krommen te ontwerpen als functie van de stroomsterkte, bij opening en bij sluiting, zoowel van den opstijgenden als van den neêrdalenden stroom.

II. METHODE.

Om den invloed van den constanten stroom op den n. vagus, nauwkeurig te bepalen, is het niet genoeg de hartslagen te tellen: zij moeten worden geregistreerd. De daarbij gevolgde methode is reeds vroeger beschreven †). Hier zij alléén herinnerd, dat, na bevestiging van het dier, met de linkerzijde eenigszins naar beneden, onder applicatie van het luchtkussen in de afgeschoren hartstreek, op de meeste dieren, de hartslagen zich, met scherp geteekenden aanvang der kamercontractie, op den draaienden cy-

---

*) *Onderzoekingen.* 3e Serie. D. I. 1870—1871.

†) Zie PRAHL, in *Onderzoekingen physiol. Lab. Utr. Hoogeschool.* D. II, bl. 149.

linder registreeren. In het koolzwart der petroleumvlam, waarmede het bekleedende papier gezwart is, schrijft het fijne veertje van den cardiograaf zijne bewegingen als dunne witte lijnen op. Fig. 1 H is de kromme der contracties van het hart. Dezelfde figuur geeft als S de chronoscopische trillingen eener stemvork van 15 trillingen in de secunde. Op een derde lijn V moet het moment van opening en sluiting van den op de zenuw werkenden constanten stroom worden opgeteekend. Die opening en sluiting moeten altijd op gelijke wijze en met gelijke snelheid plaats hebben. De sluiting had plaats door de werking eener electromagneet, die bij sluiting van den stroom eener cel van GROVE werkzaam werd, en deze sluiting geschiedde door snelle indompeling van de geamalgameerde electrode in zuiver kwikzilver. De electromagneet trok dan een week ijzer aan, bevestigd aan een hefboom, die vrij sterk veert en zijn steunpunt in het midden heeft. Aan de eene zijde draagt deze hefboom een schrijvend veertje, aan de andere zijde, en wel beneden, een koperen boog met twee geamalgameerde stiften, waarvan de een *a* continueel in een bakje met kwikzilver dompelt, de ander *b* op de helft der daling in een ander bakje de zuivere kwikzilver-vlakte bereikt. Met deze aanraking is de stroom, die op de zenuw werkt, gesloten en het moment dier sluiting wordt door het schrijvende veertje bij *i* aangegeven: 't ligt dus juist op het midden van het bijna verticaal stijgende lijntje. De stift *b* bereikt het kwikzilver in het met een schroef verstelbare bakje, altijd met gelijke snelheid.

Fig. 1.



De opening van den stroom heeft plaats op het oogenblik, dat de stift *b* het kwikzilver weder verlaat. Dit geschiedt ook altijd met gelijke snelheid, doordien een veer in werking treedt, zoodra de aantrekking der electro-magneet ophoudt, en deze houdt op, wanneer de daarop werkende stroom met de hand geopend wordt. 't Is onverschillig, of de electro-

Fig 1.

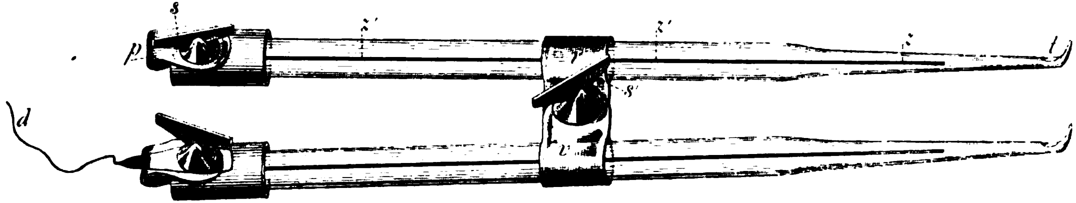
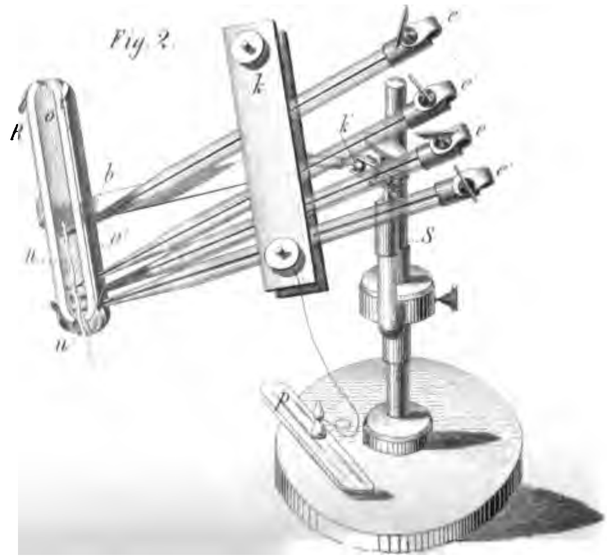


Fig. 2.



magneet het week ijzer nog een oogenblik terughoudt: immers geopend wordt eerst de hoofdstroom op het oogenblik, dat de stift *b* het kwikzilver verlaat, hetgeen samenvalt met het op den cilinder geschreven dalende lijntje. Vrij juist beantwoordt de opening aan het onderste gedeelte van 't lijntje, wijl het kwikzilver zich met de opgeheven stift *b* eenigszins boven het niveau betreft.

Zoo geschieden sluiting en opening van den hoofdstroom telkens op gelijke wijze, en de momenten worden met meer dan voldoende nauwkeurigheid geregistreerd, zonder dat de hoofdstroom zelf daartoe den arbeid te verrichten heeft: in 0.0104 sekunde legt de veer de neergaande stroom-sluitende, in 0.0092 de stroomopenende beweging af.

Wanneer twee constante stroomen op de zenuw moeten werken, wordt de polariseerende, op welks wijze van sluiting het weinig aankomt, eenvoudig met de hand gesloten en voor den irriteerenden het hier beschreven mechanisme gebruikt. Worden naast den polariseerenden stroom een of meer inductie-slagen verlangd, dan worden de momenten van deze door het gewone stroombrekende veertje op den cylinder geregistreerd.

De gebruikte elementen zijn de gewone van GROVE. Van hunne constantie heb ik mij overtuigd. De stroomsterkte wordt door het aantal cellen, en voorts door het inbrengen van het rheochord geregeld: hoe minder draad van het rheochord, als nevensluiting gebezigd, des te zwakker de stroom.

De zenuw ligt op niet polariseerbare electroden, in den regel in een vochtige ruimte. Waar andere electroden gebruikt zijn, geschiedde het tot vergelijking en is daarvan uitdrukkelijk melding gemaakt. Die electroden en de vochtige ruimte verdienen hier, als van bijzondere constructie, een korte beschrijving, met afbeelding. In den regel gebruikte ik alleen onpolariseerbare, waarvan op Plaat I, fig. 1, een paar in natuurlijke grootte is afgebeeld. Zij bestaan uit een kleine glazen buis, met dikken wand, aan het ondereinde smal toeloopend, omgebogen en hier op den hollen kant door uitveilen met een ovaal gat voorzien, dat dus in de holte van het buisje voert: dit ondereinde heeft daardoor den vorm van een klompje. Door de wijde opening van het boveneinde laat men een stukje fijn geslibde klei val-

len, die met chloorsodium-oplossing van 1 op 200 water bewerkt is, en met een zinken staafje drukt men die tot in de opening van het glazen klompje, waarvan de klei het uitgeveilde stuk *t* moet aanvullen. Men doet nu in de buis eenige druppels geconcentreerde oplossing van sulphas zinci, en steekt er een zinken staafje in, waarvan het onderste geamalgameerd gedeelte *z* in de vloeistof dompelt, 1 mm. van het kleipropje verwijderd blijvende, en het overige *z'*, met vuurlak bedekt, als een blank plaatje *p* wordt omgeslagen, dat door den schroef *s* op den geel koperen ring bevestigd wordt, te gelijk met den draad *d* die naar de batterij of naar de klos gaat. Twee van deze worden nu gekoppeld door een verschuifbaar dubbel scharnier *v*, en bij den gewenschten onderlingen afstand der zenuwdragende klompjes met een schroef *s'* vastgezet. Op gelijke wijze kan men er meer, bijv. vier, op alle gewenschte afstanden onbewegelijk verbinden, en zoo gelijktijdig op vaste plaatsen een polariseerenden en een irriteerenden stroom, of afwisselend twee irriteerende, den een hooger, den ander lager, aanwenden. Men kan dan de vier electroden met de hand aan de scharnieren vasthouden, of wel ze gezamenlijk in een klem *k* schroeven, zoo als fig. 2 voorstelt, waarbij dan ook zonder de scharnieren aan iedere electrode wel de gewenschte stand kan worden gegeven. In deze figuur 2, op halve grootte geteekend, bevinden zich de vier electroden (*e*, *e*, *e'e'*) in de vochtige ruimte *R*, een dikke glazen buis, ongeveer 9 ctm. lang door een koperen band *b*, die de onderzijde omvat, bevestigd aan de klem *k*. Deze buis wordt gemaakt door een aan beide zijden gesloten cylinder op de bovenvlakte en op de binnenvlakte af te slijpen, zoodat de ruimte twee breede spleetvormige openingen heeft. Door de bovenste *o*, die open staat, ziet men de onderste uiteinden der 4 electroden, met de zenuw *n* er over heen, die door de sleuf *u*, uitgaande van de spleet, naar buiten gaat. Is in de ruimte wat vocht gebracht en de zenuw nauwkeurig over de electroden gelegd, dan wordt die bovenste spleet gesloten met een glazen plaatje *p*, dat met een draad aan de koperen plaat hangt. De tweede spleet *o'* is gekeerd naar de electroden, waaraan ze toegang verleent in de kamer. Zij is bedekt met een laag dun caoutchouc, die over de geheele lengte in het midden is ingesneden, en loodrecht op deze spleet een tal

kleine insnijdingen heeft: zoodoende kunnen de electroden er door gestoken en heen en weêr bewogen worden en sluit de caoutchouc-plaat telkens zoo goed aan, dat de communicatie met de lucht gering en de ruimte een werkelijk vochtige ruimte is. Bij de gekozen dispositie der electroden stellen *e e* twee polariseerende electroden voor, waardoor een constante stroom gaat, terwijl door *e' e'* de prikkelbaarheid der zenuw wordt onderzocht, nabij een der polariseerende electroden, die men, door omkeering van den stroom, beurtelings tot anode en kathode maken kan. De electroden *e'e'* verschillen van *e e* daardoor, dat de geamalgameerde zinken staafjes eenvoudig doorloopen en aan het ondereinde tot zenuwdragende haken zijn omgebogen. Zoodanige niet onpolariseerbare heb ik wel gebruikt, om een enkelen inductie-slag onmiddellijk nabij de anode of de kathode van den polariseerenden stroom toe te brengen: mag men op iets grooteren afstand blijven, dan is er plaats, om een tweede paar onpolariseerbare aan te leggen, die slechts weinig breeder behoeven te zijn.

De klem draagt aan de onderzijde een kogel, die met de klem *k'* van een korten standaard *S* door kogelgeleding is verbonden. De dubbele kogelgeleding en de klem voldoen hier beter dan de looden draden van MAREY. Zeer gemakkelijk kan men hiermede aan de vochtige ruimte in de lucht den geschikten stand geven, om een of de beide nn. vagi over de electroden te leggen. Men zorge slechts de zenuwen over een goede uitgestrektheid te praepareeren en hoog door te snijden, althans, wanneer men ze over 4 electroden leggen wil.

III. HET VERTRAGEND EFFECT VAN DEN CONSTANTEN STROOM IN 'T ALGEMEEN, EN DE WIJZE VAN BEREKENING.

Prikkeling van den n vagus geeft verlenging der hartsperioden. In de verlenging vonden wij dus den maatstaf van de intensiteit en van het aantal golven, die van de geprikkelde plaats naar het hart worden uitgezonden Waar verlenging terstond op den prikkel volgt, hebben wij recht te besluiten, dat de prikkel werkzaam was. Bij konijnen, zooals reeds uit de proeven van PRAHL gebleken was en onze curven op nieuw bevestigen, zijn de perioden, vooral na doorsnijding der beide nn. vagi, zoo

gelijk van duur, dat een verlenging van 0.2 trilling, dat is van $\frac{1}{78}$ secunde, als afhankelijk van den prikkel mag worden beschouwd; somtijds zelfs is een verlenging van 0.1 trilling, dat is van $\frac{1}{156}$ secunde, genoeg. Het sterkst is de vertraging bij het tetaniseeren: zij kan dan in zoogenoemden stilstand overgaan. Ook door één inductie-slag kan men onder gunstige condities reeds een aanzienlijke verlenging verkrijgen, waarvan ik vroeger een tal van curven heb afgebeeld. Hetzelfde nu kan geschieden door sluiting of opening van den constanten stroom. Plaat II, fig. 1 en 2 toonen dit aan, in verband met de daaruit geconstrueerde krommen 1′ en 2′. H is de lijn der geregistreerde hartslagen; op V valt bij *i* de sluiting in van een neerdalenden stroom. Men ziet, dat de hierop volgende perioden verlengd zijn. De juist uitgemeten duur is onder iedere periode af te lezen, en bovendien is die van het vijftal perioden, aan de verlengde voorafgaande, benevens die der beide volgende vijftallen uitgeteld.

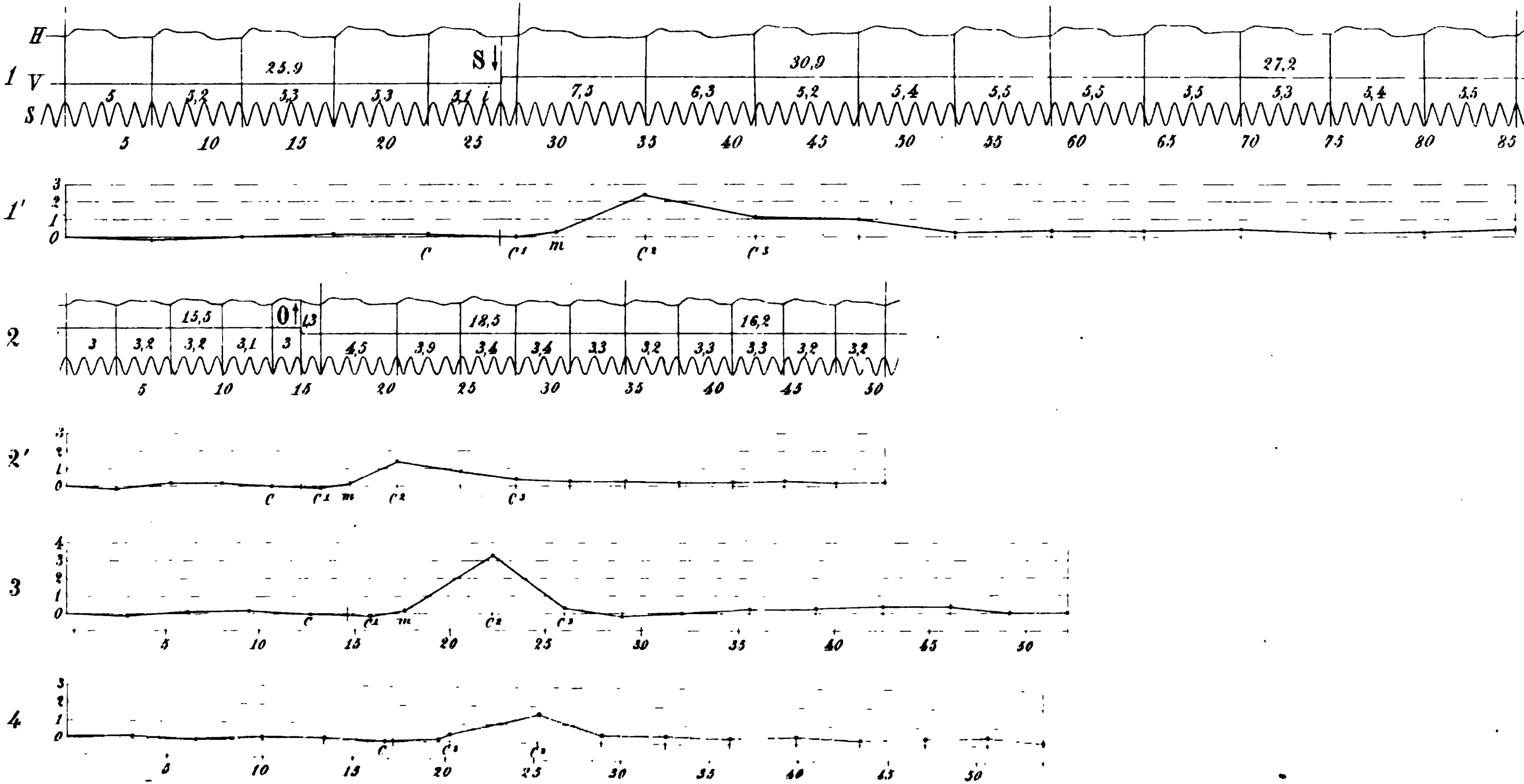
Fig. 2 geeft in allen deele hetzelfde voor het effect van opening van een naar boven gerichten stroom. De hartsperioden zijn hier korter dan in fig. 1, en de cylinder werd minder snel omgedraaid.

Hoe uit fig. 1 en 2 nu de krommen fig. 1′ en 2′ zijn opgemaakt, zal men gereedelijk inzien. De prikkel valt in bij het verticale streepje op de abscis; c, c^1, c^2, enz. zijn de momenten der hartslagen; c^1 komt nog op tijd; c^2 komt te laat, en de hoogte der ordinaten geeft in dezelfde trillingen, waarin de abscis de tijd meet, de verlenging der perioden. De punten der kromme geven nu ook verder de momenten der hartslagen. Zooals men ziet, zijn de effecten van sluiting en opening overeenkomstig, en zij verschillen ook niet wezenlijk van het effect van een enkelen inductieslag, zoo als de hiervan geconstrueerde krommen (fig. 3 en 4) onmiddellijk doen zien. Ik noodig den lezer uit, hierbij ook voorloopig de figuren van Plaat III te vergelijken, die soortgelijke krommen bevat van geringere effecten bij sluiting en opening van stroomen van verschillende sterkte, in beide richtingen.

Bij de nadere beschouwing der effecten van prikkeling door den constanten stroom, hebben wij te onderscheiden:

1°. De duur der *latente periode*. Wat hierdoor te verstaan

DONDERS. WERKING CONST. STROOM OP N. VAGUS.



is, staat reeds bij PRAHL te lezen: deze duur is de tijd, dien de prikkel aan een hartslag moet voorafgaan, om hem zichtbaar te verlengen. Bij het aanwenden van een inductie-slag bleek hij, bij 't konijn $\frac{1}{8}$ sekunde te bedragen. — dat wil zeggen, een hartslag, die binnen $\frac{1}{8}$ sekunde na den prikkel volgen moet, stoort zich niet aan den prikkel en komt nog op zijn tijd. Hoe die duur uit de waarnemingen wordt afgeleid, heb ik ook vroeger reeds gezegd. In 't kort zij herhaald, dat iedere prikkeling een maximum geeft voor de latente werking, dáár, waar de vertraagde slag had moeten invallen, en meestal ook een minimum, dáár, waar ná de prikkeling een slag nog op zijn tijd kwam. Van een geheele reeks nu neme men het kleinste maximum en het grootste minimum, en beschouwe de gemiddelde uit deze twee als den duur der latente periode. Ik heb dien duur korter gevonden dan dien der periode: daarom ontbreekt bij een prikkeling soms het minimum, want — de eerste slag na den prikkel kon nu al te laat komen (aldus Pl. II, fig. 4), wat evenwel bij konijnen met hunne korte perioden de uitzondering is. — Op de figuren is het einde der latente, dat is het begin der manifeste werking van de reeks, waartoe ze behooren, door *m* aangegeven.

Onderstaande tabel bevat de berekening der latente periode voor 14 reeksen van proeven met den constanten stroom, genomen op 8 konijnen, de meeste reeksen, voor de vier wijzen van prikkeling, namelijk van sluiting en van opening, met neerdalenden en opstijgenden stroom. Aan het einde van iedere reeks is van de gezamenlijke wijzen van prikkeling het kleinste maximum en het grootste minimum, en daarvan de gemiddelde als latente werking toegevoegd, — eindelijk ook de duur der periode en de verhouding van dezen duur tot dien der latente werking. Bij iedere reeks is het aantal proeven vermeld. Waar dit gering is, bleef het kleinste maximum in 't algemeen te groot, het grootste minimum te klein, wat echter voor de gemiddelde — de latente werking — nagenoeg compensatie geven kon.

PRIKKELING MET CONSTANTEN STROOM.

N°. konijn.	S ↓ grootste minimum.	S ↓ kleinste maximum.	S ↓ aantal proeven.	O ↓ grootste minimum.	O ↓ kleinste maximum.	O ↓ aantal proeven.	S ↑ grootste minimum.	S ↑ kleinste maximum.	S ↑ aantal proeven.	O ↑ grootste minimum.	O ↑ kleinste maximum.	O ↑ aantal proeven.	Absoluut grootste minimum.	Absoluut kleinste maximum.	latente werking l = gemiddelde.	duur der periode P.	1 : P.
I	3.	2.6	21	3.	3.6	12	2.6	3.4	13	3.2	3.6	18	O ↑ 3.2	S ↓ 2.6	2.9	3.2	0.906
II	1.7	3.	10	1.8	3.	5	3.2	2.8	9	2.1	2.5	7	S ↑ 3.2	O ↑ 2.5	2.85	3.25	0.876
III	2.	3.	8				2.4	3.8	2	1.8	3.6	6	S ↑ 2.4	S ↓ 3.	2.7	3.4	0.794
IV	3.3	2.4	21	3.7	3.5	12	3.9	2.3	26	1.8	4.8	4	S ↑ 3.9	S ↑ 2.3	3.1	3.4	0.911
V*a*	2.9	2.6	24	3.4	3.1	10	3.2	2.8	14	2.6	2.7	19	O ↓ 3.4	S ↓ 2.6	3.	3.35	0.895
b	3.2	3.3	25	3.2	3.4	16	3.1	2.9	20	3.4	3.9	18	O ↑ 3.4	S ↑ 2.9	3.15	3.8	0.829
VI	0.9	2.8	6				2.7	3.1	7	2.7	3.2	10	S ↑ 2.7	S ↓ 2.8	2.75	3.75	0.733
VII*a*	3.3	3.3	17	2.5	3.7	8	2.5	3.4	10	3.3	3.9	17	S ↓ 3.3	S ↓ 3.3	3.3	3.9	0.846
b	3.3	3.4	25	2.2	3.4	7	2.9	4.	4	3.3	3.9	17	S ↓ 3.3	S ↓ 3.4	3.35	4.2	0.797
c	3.	5.	8	2.4	4.2	8	2.	4.8	8	3.	3.9	8	O ↑ 3.	O ↑ 3.9	3.45	4.75	0.726
VIII*a*							2.5	3.8	4	2.2	3.2	9	S ↑ 2.5	S ↑ 3.2	2.85	3.95	0.721
b							2.6	2.8	7	2.7	3.2	9	S ↑ 2.7	S ↑ 2.8	2.75	4.1	0.670
c							2.6	4.2	12	3.3	4.1	9	S ↑ 3.3	O ↑ 4.1	3.7	4.4	0.841
d	3.3	3.9	11	2.7	5.	10							S ↓ 3.3	S ↓ 3.9	3.6	5.05	0.710
Gemiddeld.	$\frac{(3.3+24)}{2}=2.8$			$\frac{(3.7+3)}{2}=3.3$			$\frac{(3.9+23)}{2}=3.1$			$\frac{(3.4+2.5)}{2}=2.9$					3.13	3.89	0.804
Gemiddelde alléén van de eerste reeksen van ieder konijn	$\frac{(3.3+24)}{2}=2.8$			$\frac{(3.7+3)}{2}=3.3$			$\frac{(3.9+23)}{2}=3.1$			$\frac{(3.3+2.5)}{2}=2.9$					2.92	3.52	0.83

De latente periode blijkt hier, de eerste reeksen van ieder konijn alléén in aanmerking genomen *), 2.92 trilling, dat is 0.195, dus bijna $\frac{1}{5}$ sekunde te bedragen, iets meer dus dan bij het onderzoek met één inductieslag. Dit verschil kan deels in verband staan met den gemiddelden ook wat langeren duur der periode = 3.52 trillingen, deels daarvan afhangen, dat de effecten bij sommige wijzen van prikkeling geringer en daardoor iets later te herkennen waren. Dat deze laatste omstandigheid in aanmerking komt, volgt daaruit, dat in dezelfde orde van wijze van prikkeling, waarin de maximale effecten grooter zijn, de latente perioden korter worden: voor O ↓ = 3.35, voor S ↑ 3.1, voor O ↑ 2.95, voor S ↓ 2.8 trilling.

2°. *Het verloop van het vertragend proces*, bij prikkeling door opening of sluiting van een constanten stroom, is, zooals ik deed opmerken, in 't algemeen gelijk aan dat, door prikkeling met één inductieslag voortgebracht. De vertraging betreft voor het grootste deel de twee eerste perioden, volgende op de latente werking, en is 5 perioden na deze altijd tot een minimum gereduceerd. Het verschil in duur van dit vijftal en van het aan de latente periode voorafgaande, is als de maat der vertragende werking aangenomen. In fig. 1 van Plaat II bijv. bedraagt zij 30.9 — 25.9 = 5 trillingen, waarvan 7.5 — 5.2 = 2.3 tot de eerste, en 6.3 — 5.2 = 1.1 tot de tweede periode behooren, — dus 3.4, dat is meer dan $\frac{2}{3}$ der vertraging van het vijftal, tot die twee perioden. In vele tabellen zal men, naast den duur van het vijftal, dien der 1e en 2e periode, volgende op de latente werking, vinden genoteerd en zich kunnen overtuigen, dat in 't algemeen de verlenging van het vijftal voor meer dan $\frac{2}{3}$ in die beide eerste te zoeken is. In den regel is de eerste, niet zelden evenwel de tweede meer verlengd. Dit hangt af van het moment van invallen van den prikkel. Moet schier onmiddellijk na de latente periode een slag volgen, dan wordt deze slechts weinig vertraagd, en de grootste verlenging treft dan de 2e periode, — zij treft daarentegen de eerste, wan-

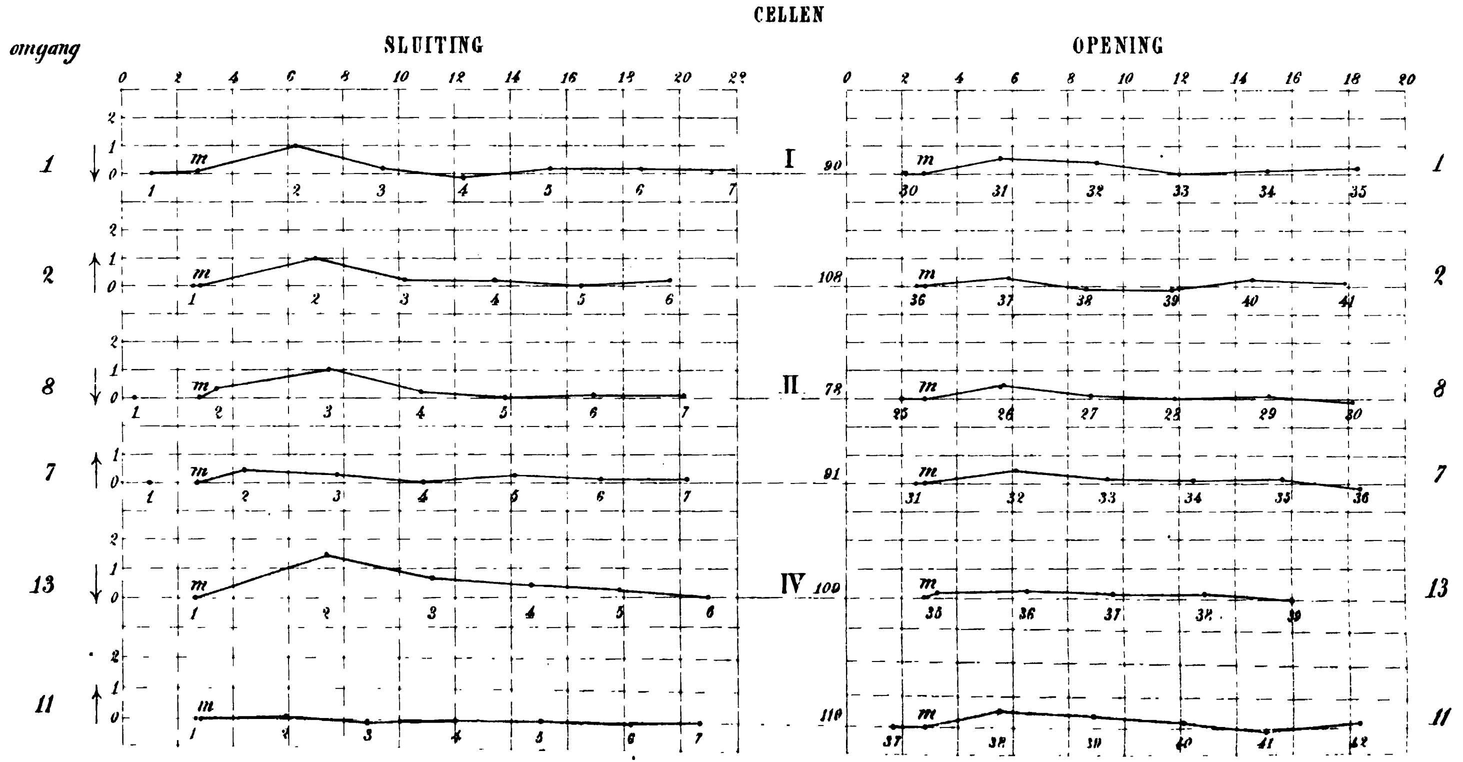
*) Dit is geschied, omdat in de volgende reeksen de perioden (door afkoeling van het dier?), en daarmede ook de latente periode, zooals elders zal worden aangetoond, *onevenredig* langer waren.

neer de hartslag slechts een weinig later te wachten was. Nu heeft een nauwkeurig onderzoek mij geleerd, dat in het eerste geval de som der vertragingen iets geringer uitvalt dan in het laatste. Het feit is belangrijk en zal bij een andere gelegenheid, wanneer ik over de theorie der vertragende werking zal handelen, uitvoeriger ter sprake komen. Hier zij het genoeg op te merken, dat dien ten gevolge de vertraging der 5 eerste perioden na de latente werking als maatstaf niet absoluut nauwkeurig is; maar het was bijna ondoenlijk — en trouwens ook overbodig — daarvoor een correctie aan te brengen. De geringe vertraging, na het eerste vijftal overgebleven, houdt nog lang aan, en is, bij groot effect, zoo niet voor iedere periode, althans voor de vijftallen, nog verscheidene sekunden meer of minder merkbaar, maar stellig niet langer, veeleer iets korter dan bij prikkeling door één inductie-slag *). Ook loopt de duur der perioden niet meer uiteen dan in het laatste geval, inderdaad ook niet meer, dan in den normalen toestand, buiten alle prikkeling. Het staat dus vast, dat van het gepolariseerde stuk na de sluiting geen nieuwe golven in de zenuw uitgaan, en evenmin wordt dit gezien na het eerste effect der opening. Dit geldt evenzeer voor sterke als voor zwakke stroomen, hetzij in opstijgende, hetzij in neerdalende richting, en er blijkt dus even weinig van een werking van den stroom, terwijl hij bij onveranderde sterkte doorvloeit, als van den zoogenoemden openingstetanus van RITTER.

Op één punt moet ik nog opmerkzaam maken. Wanneer een inductie-slag de eerste periode na de latente werking sterk verlengt, dan is de derde of vierde meestal iets verkort, zoodat de kromme onder de abscis daalt. Men ziet dat op Plaat II, fig. 3. Dit bleek mij bij het openen en sluiten van den constanten stroom veel zeldzamer voor te komen. Is dit verschil aan het toeval te wijten? Ik zou het bijna gelooven. Het verschijnsel wordt namelijk ook bij den constanten stroom gezien, zij het dan zeldzamer, en zeer dikwijls wordt tegenover de vierde periode althans een daling, zij het ook niet onder de abscisse, waargenomen, zooals op verscheidene krommen van Plaat III te bemerken is.

*) Verg. *Onderz. gedaan in het physiol. lab. der Utrechtsche Hoogeschool* II. bl. 305.

DONDERS. WERKING CONST. STROOM OP N. VAGUS. Pl. III.



IV. EFFECTEN BIJ VERSCHIL IN RICHTING EN STERKTE VAN DEN STROOM, AANGETOOND IN EENIGE REGELMATIGE PROEVEN.

Wij hebben een bijzonder groot aantal proeven verricht. Om tot zekere uitkomsten te geraken, was dit een eerste voorwaarde. Op zich zelf is het onderwerp van grooten omvang. Het gold niet slechts het vaststellen der effecten van den constanten stroom, van verschillende intensiteit, bij sluiting en opening, opstijgend en neerdalend, ook de invloed dier stroomen op de prikkelbaarheid, de verschijnselen gedurende de sluiting en die na lange sluiting, en talrijke vragen, die zich gaandeweg bij het onderzoek zouden opdoen, moesten worden onderzocht. Maar bovendien zijn uit enkele proeven geen stellige uitkomsten af te leiden. Vooreerst is het een nadeel, dat men, tijdens de proef over het effect meestal niet kan oordeelen. In plaats van naar gelang der uitkomsten den gang der proeven te wijzigen en hierdoor sneller tot het doel te naderen, moet men zich in 't algemeen aan te voren vastgestelde reeksen houden. Op geheele bladen zijn lange rijën van proeven met zwakke stroomen bij versche zenuwen geregistreerd, waarvan bij het uitmeten bleek, dat het effect = 0 was. Een nog grooter bezwaar bestaat daarin, dat de hoeveelheid van vertraging mede beheerscht wordt door de phase der hartscontractie, waarop de prikkel invalt, een omstandigheid, die men niet in zijn macht heeft. Is dus de plaats en de wijze van contact der zenuw met de electroden ook volkomen onveranderd gebleven, zoo zullen reeds daarom de effecten van twee op elkander volgende omgangen, bij gelijke irritatie, verschillen. Men moet dus iedere proef dikwijls herhalen en gemiddelden nemen van de uitkomsten. Verder ligt een groote moeielijkheid in de verandering van prikkelbaarheid, die de zenuw allengskens ondergaat. Om die te ontgaan, zou men de omgangen op hetzelfde blad snel op elkander willen doen volgen. Maar ook hierin zijn ons grenzen gesteld — én door de vermoeienis der zenuw én door het in elkander loopen der effecten Tusschen die klippen moet men trachten door te zeilen. De moeielijkheid zou geringer zijn, wanneer het niet om vergelijkende effecten, bij allerlei wijze van irritatie, te doen was,

en dus in den kortsten tijd, waarin ze mogen afloopen, op hetzelfde blad zooveel waarnemingen mogelijk had te registreeren, — naar gelang van het doel, op denzelfden omgang een of meer sluitingen en openingen, of wel slechts één sluiting of één opening. Bij zoo groote bezwaren, konden de uitkomsten eerst als stellig worden aangezien, wanneer ze aan op groote schaal verrichte proeven werden ontleend.

Zullen wij van al onze proeven de gevonden cijfers mededeelen? Niet van allen, maar toch van betrekkelijk vélen. Alleen de proeven, waarin het effect geheel negatief was, en de talrijke bladen, waarin niets aan den dag kwam, dan dat nabij de beide electroden van den constanten stroom de prikkelbaarheid der zenuw was verminderd, supprimeeren we geheel. Maar wij zullen slechts van enkelen de bijzondere uitkomsten in den tekst opnemen, de overigen, met de noodige toelichting ook aangaande de resultaten, als bijlagen laten volgen. — In hoofdstuk IV deelen wij hier alle bijzonderheden mede van twee zeer regelmatige proeven, en wijzen gaandeweg op de resultaten, die er uit voortvloeien. Met de gemiddelden uit twee andere proeven (uitvoerig in de bijlagen opgenomen), vormen zij een geheel, in zooverre daarin reeds het wezenlijke onzer resultaten ligt opgesloten. Die resultaten vereenigen wij nu in hoofdstuk V meer stelselmatig, daarbij verwijzende deels op de proeven van IV, deels op een tal van anderen, in de bijlagen te vinden. Afzonderlijk komt eindelijk, onder VI, de door den constanten stroom veranderde irritabiliteit ter sprake, waarvan de proeven eene bijzondere reeks vormen, welker bijzonderheden ook slechts onder de bijlagen zijn opgenomen.

Op deze wijze heb ik gemeend, het best een overzicht te kunnen geven van het geheel mijner onderzoekingen. De tekst bevat reeds al het wezenlijke. Weinigen, ik ontveins het mij niet, zullen zich de moeite geven, de bijlagen te raadplegen. De massa cijfers is alleszins geschikt, om velen af te schrikken. Maar zij bevatten feiten, die niet zonder moeite verkregen zijn, die het vertrouwen bepalen, aan onze uitkomsten te hechten, en tot beslissing van de eene of andere vraag te eeniger tijd nog wel zullen worden te baat genomen. — Bij de proeven ontbrak het mij niet aan goede hulp. Meer tijd en moeite nog kostte

het uittellen der effecten van iedere prikkeling. Het geschiedde met de grootste nauwgezetheid, aan gestadige controle van mijne zijde onderworpen en — beproefd gevonden.

Na deze algemeene opmerkingen, gaan we over tot de afzonderlijke beschrijving van eenige proeven.

Konijn 1, een mager, groot mannelijk dier. Vóór de proef overtuig ik mij, dat de hartslag goed te registreeren is. Beide nn. vagi worden gepraepareerd en hoog doorgesneden.

Blad I. Onmiddellijk na doorsnijding worden de beide nn. vagi in de vochtige ruimte op een paar niet polariseerbare electroden gebracht. De onderlinge afstand der electroden bedraagt 12 mm., en evenveel ongeveer liggen de zenuweinden over de bovenste electroden heen. De prikkeling geschiedt uitsluitend met den constanten stroom:

1	cel	Grove	op	de	omgangen	1 tot 4
2	〃	〃	〃	〃	〃	5 〃 8
4	〃	〃	〃	〃	〃	10, 11 en 13.

Op omgang 12 is de prikkel toevallig uitgebleven.

Op 9 en 14 werd hij, om den normalen gang der hartslagen te constateeren, opzettelijk nagelaten.

Op iederen omgang werd de stroom gesloten, zoodra de cylinder voldoende snelheid verkregen had, en na 25 tot 30 hartslagen weder geopend. Op iederen omgang werd dus het effect eener sluiting en eener opening geregistreerd.

De opschriften der tabel verklaren de beteekenis der getallen.

I. N°.	PRIKKEL wijze van		PRIKKEL op	DUUR IN VIJFTIENDEN EENER SECUNDE van 5 perioden a. vóór prikkel.	b. ná prikkel.	verschil b—a.	Aanmerkingen.
1	constante stroom 1 cel Grove	↓ S	beide nn. vagi.	15	16.5	1.5	
		O		15.1	16.2	1.1	
2		↑ S		15.1	16.7	1.6	
		O		15	15.4	0.4	
3		↑ S		14.9	16.2	1.3	
		O		15.1	15.5	0.4	
4		↓ S		15	16	1	
		O		15.3	15.7	0.4	
5	id. id. 2 cellen Grove	↓ S	id. id.	15	16.3	1.3	
		O		15	15.9	0.9	
6		↑ S		14.9	15.9	1	
		O		15.2	15.8	0.6	
7		↑ S		14.9	16.2	1.3	
		O		15.1	15.8	0.7	
8		↓ S		14.9	16.7	1.8	
		O		15.3	16.1	0.8	
9							zonder prikkel.
10	id. id. 4 cellen	↓ S	id. id.	15	17.4	2.4	
		O		15.3	15.6	0.3	
11		↑ S		15.1	15.3	0.2	
		O		15.4	16.5	1.1	
12							mislukt.
13		↑ S		15.3	18.1	2.8	
		O		15.4	16	0.6	
14							zonder prikkel.

Hierbij zij opgemerkt: 1° dat op de omgangen zonder prikkel de duur van 5 perioden zich tamelijk gelijk bleef. Zoo gaf omgang 9 achtereenvolgens: 15.1, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15.4, 15, 15, 15.1, 15, 14.9, 15.3, 15, 15.1, 15; — 2°. dat het vertragend effect der sluiting soms nog niet geheel geweken was, wanneer de stroom reeds weder werd geopend De duur der vijf perioden, die aan de prikkeling, of liever aan de manifeste werking voorafgaan, verschilt van 14.9 tot 15.4. Dit verschil is niet groot, slechts 0.1 trilling grooter dan dat op

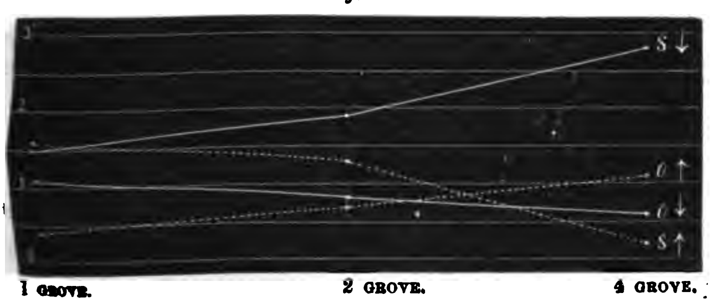
omgang 9, waar alle prikkeling ontbrak. Maar toch kan men zich op de tabel overtuigen, dat de duur der 5 perioden vóór de opening gemiddeld iets langer is, dan die vóór de sluiting, — aan welke laatste altijd een tusschenpozing van minstens 1 minuut was voorafgegaan. Het gevolg hiervan is, dat het vertragend effect der opening iets te laag kan uitvallen, in zooverre, zonder de opening, het eerstvolgende vijftal perioden zich nog iets zou hebben verkort. Hetzelfde komt bij herhaling voor. Maar had ik het geheel willen vermijden, zoo zou ik in het nadeel vervallen zijn van door de langdurige sluiting de zenuw te spoedig uit te putten.

Eindelijk 3°. de resultaten van vertraging, waarom het ons hoofdzakelijk te doen was, zijn deze:

	1 GROVE.		2 GROVE.		4 GROVE.	
	vertraging.	gem.	vertraging.	gem.	vertraging.	gem.
↓ S	1.5, 1	1.25	1.3, 1.8	1.55	2.4, 2.8	2.6
O	1.1, 1.4	1.25	0.9, 0.8	0.85	0.3, 0.6	0.45
Fig. 2. ↑ S	1.6, 1.3	1.45	1 , 1.3	1.15	0.2,	0.2
O	0.4, 0.4	0.4	0.6, 0.7	0.65	1.1,	1.1

Het resultaat is: dat van 1 tot 4 Grove de effecten van S↓ en O↑ toenemen, die van S↑ en O↓ even regelmatig afnemen. Dit geldt, zoo als we zien, voor de gemiddelden, maar even goed voor de bij elkander behoorende sluiting en opening van elken omgang. Nevenstaande figuur 2 toont dit aan voor

Fig. 2.



den omgang van grootste effect van ieder der drie stroomsterkten. Zij geeft ook al aanstonds een blik op de relatieve werking van S en O, bij neerdalende en bij opstijgende richting, de eerste met lijnen, de laatste gestippeld voorgesteld. Deze verlengingen hebben betrekking tot de vijftallen. Voor die der *afzonderlijke* perioden geeft Plaat III een overzicht. Zij bevat de van 6 omgangen van Blad 1 ontworpen krommen: van N°. 1 en 2 voor 1 Grove, van N°. 8 en 7 voor 2 Grove, van N°. 13 en 11 voor 4 Grove. Zoo is van iedere stroomsterkte een omgang in neerdalende en een in opstijgende richting genomen, en iedere omgang heeft zijne sluiting en opening: de openingen rechts behooren tot dezelfde omgangen als de sluitingen links, en alleen, om de lengten der krommen niet onnoodig te vermeerderen, zijn de perioden in het midden weggelaten, met doortelling evenwel op het nummer der openingsabscis. De gezamenlijke duur der weggelatene perioden blijkt ook uit het cijfer, vóór de openingsabscisse geplaatst, dat in trillingen van 15 in de sekunde het tijdsverloop sedert de sluiting (den aanvang der sluitingsabscisse) vermeldt. Volkomen, zooals uit den duur der vijftallen bleek, was het vertragend effect der sluiting hier nog niet geweken; op de krommen zou het evenwel niet meer zijn te zien geweest. Verklaring behoeft de plaat overigens wel niet.

Het hoofdresultaat nu is in overeenstemming met de wetten van PFLÜGER. S $\downarrow$ en O $\uparrow$, zoo leert zijne theorie, kunnen stijgende blijven, omdat zij hare golven uitzenden van de onderste electrode, alwaar bij S $\downarrow$ de katelectrotonus ontstaat, bij O $\uparrow$ de anelectrotonus verdwijnt. Daarentegen kunnen de golven van S $\uparrow$ en O $\downarrow$, uitgaande van de bovenste electrode, door de onderste worden verzwakt; die verzwakking stijgt sneller dan de prikkeling, en bij 4 GROVE gaat, ondanks de sterke prikkeling, nog slechts een zwakke golf door. Bij nog sterker stroomen zou ze wellicht geheel zijn uitgedoofd.

Voorts blijkt, dat $S\downarrow > O\uparrow$, constant bij alle stroomsterkten. Beide zenden hare golven uit van dezelfde plaats, van de onderste electrode. Bij gevolg wordt ook hier bevestigd, dat het ontstaan van katelectrotonus een sterker werking in de zenuw voortplant, dan het verdwijnen van anelectrotonus.

Dezelfde wet verklaart, waarom S ↑ meer vertraging geeft dan O ↓, zooals bij 1 en bij 2 GROVE wordt gezien. Maar waarom keert deze regel zich om bij 4 GROVE, en waarom is toch ook bij iedere stroomsterkte het verschil kleiner dan dat tusschen S ↓ en O ↑ ? De verklaring is gegeven, wanneer men aanneemt, dat de negatieve modificatie van den katelectrotonus de van boven komende golf minder verzwakt dan de anelectrotonus.

Eindelijk, waarom is bij 1 GROVE S ↑ grooter dan S ↓, terwijl men toch heeft aan te nemen, dat de golf van S ↑ toch reeds in het anelectrotonisch gebied, al is het nog betrekkelijk klein, een verzwakking ondergaat? PFLÜGER geeft daarvoor, bij den n. ischiadicus van den kikvorsch, zooals wij zagen, twee oorzaken aan : vooreerst den langeren weg, dien de van de bovenste electrode komende golf door de zenuw heeft af te leggen ; tweedens, de, na doorsnijding, van de doorsneevlakte zich verbreidende aanvankelijk grootere gevoeligheid. Het schijnt twijfelachtig. of die verklaring hier voldoende is : de n. vagus is te lang, om aan één ctm. verschil van afstand veel te hechten, en de proef geschiedde op een zeer versche zenuw. De hier opgeworpen vraag zal nader in overweging komen.

Op het volgend blad wenschte ik de wet nader te toetsen voor *sterke* stroomen. Alle proeven geschiedden daarom met een stroom van 4 cellen GROVE, werkende op de beide zenuwen, met afwisseling van richting, — telkens weder S en O op denzelfden omgang.

Blad II, 20 minuten na doorsnijding der zenuwen. Niet polariseerbare electroden, 12 mm. van elkander, de bovenste 20 mm. verwijderd van de doorsnede der zenuwen.

II. N°.	PRIKKEL wijze van		PRIKKEL op	DUUR IN VIJFTIENDEN EENER SECUNDE van 5 perioden a. vóór prikkel.	b. ná prikkel.	verschil b—a.	Aanmerkingen.
1	constante stroom 4 cellen Grove	↓S	beide nervi vagi	15.4	18.7	3.3	
		O		15.8	16	0.2	
2		↓S		15.2	17	1.8	O ontbreekt.
3		↑S		15.6	15.7	0.1	
		O		15.5	18.5	3	
4		↑S		15.5	15.7	0.2	
		O		15.5	17.2	1.7	
5		↑S		15.6	15.8	0.2	
		O		15.7	17.9	2.2	
6		↓S		15.7	19.2	3.5	
		O		15.9	16.1	0.2	
7		↓S		15.7	19.2	3.5	
		O		16	16	0	
8		↓S		15.1	19.2	4.1	
		O		15.9	16.1	0.2	
9		↑S		15.4	15.8	0.4	
		O		15.4	17.9	2.5	
10		↑S		15.6	15.6	0	
		O		15.4	17.4	2	
11		↓S		15.7	19.6	3.9	
		O		16.2	15 9	—0.3	
12		↓S		16	18.9	2.9	
13		↑S		15.9	16.1	0.2	
14		↑S		16	16.1	0.1	
15		↓S		16.1	19	2.9	

De constantie der resultaten is treffend. Deze proef alléén zou toereikend zijn, om de vertragingswet voor sterke stroomen vast te stellen. Tot beter overzicht geef ik hieronder de recapitulatie.

	vertragingen, bij irritatie met 4 Grove,	gemiddeld
↓S	3.3, 1.8, 3.5, 3.5, 4.1, 3.9, 2.9, 2.9	3.24
O	0.2, 0.2, 0 0.2, —0.3 (?),	0.12
↑S	0.1, 0.2, 0.2, 0.4, 0 0.2, 0.1	0.17
O	3 1.7, 2.2, 2.5, 2	2.28

Men ziet S ↓ en O ↑ hebben een hooge waarde bereikt, hooger zelfs dan op blad I, gevolg der toegenomen prikkelbaarheid, en O ↓ en S ↑ zijn nog lager gedaald. Toch is de grens voor sterke stroomen blijkbaar nog niet bereikt; want O ↓ en S ↑ hebben in alle proeven nog een positieve waarde. Wordt in N°. 11 de negatieve waarde van —0.3 gevonden, zoo is dit blijkbaar daaraan toe te schrijven, dat de opening te spoedig na de sluiting volgde, — vóór nog het vertragend effect der sluiting was verdwenen: de 5 hartslagen aan de opening voorafgaande duurden, namelijk, nog 16.2 trilling, bij de vorige opening slechts 15.4. Het effect van S houdt blijkbaar lang aan. Zoo vonden wij in N°. 15, die niet door een opening gevolgd werd, bij een duur van 16.1 trilling vóór de prikkeling, de vijftallen ná de prikkeling achtereenvolgens = 19, 16.9, 16.4, 16.5, 16.3, 16.2, 16,2, 16.1, eene inderdaad zeer regelmatige afneming. Was er geen merkbare vertraging gevolgd, bijv in N°. 13 voor S ↑ (insgelijks zonder volgende opening), dan vertoonde de duur der vijftallen een zeer geringe speling: bij 15.9 vóór de prikkeling, werd na de prikkeling achtervolgens gevonden: 16.1, 15.8, 15.9, 16, 16, 15.9, 16, 15.9, 15.9, 16. Na de eerste 16.1 wordt die waarde geen enkele maal teruggevonden, een bewijs, dat de geringe vertraging van 0.2 vertrouwen verdient: zoo was het overal.

Ik wil nog doen opmerken, dat tijdens de proef de perioden, even als op Blad I, allengs iets langer worden: het eerste blad begon met 15 en eindigde met 15.4 trillingen voor de vijftallen; het tweede, beginnende met 15.4, eindigt met 16.1.

Op nieuw zij er op gewezen, dat S ↓ $>$ O ↑.

De proeven van Blad II liepen, evenals die van Blad I, in 20 minuten af. Er werd nu wat langer gewacht, om bij herhaling der proeven van Blad I den invloed der veranderingen van de zeuuw na de doorsnijding te leeren kennen.

Blad III, $1\frac{1}{2}$ uur na het doorsnijden der nn. vagi. Beide zenuwen op niet polariseerbare electroden, 12 mm van elkander.

III. N°.	PRIKKEL wijze	van	op	DUUR IN VIJFTIENDEN EENER SECUNDE van 5 perioden a. vóór prikkel.	b. ná prikkel	verschil b—a.	Aanmerkingen.
1	constante stroom 1 cel Grove	↓ S	beide nervi vagi	16.5	19.7	3.2	
		O		17.1	17.9	0.8	
2		↑ S		16.5	18	1.5	
		O		16.6	17.3	0.7	
3		↑ S		16.1	18.5	2.4	
		O		16.5	17.5	1	
4		↓ S		16.5	18.9	2.4	
		O		16.7	17.7	1	
5	id. id. 2 cellen Grove	↓ S	id. id.	16.5	19.3	2.8	
		O		17	17.4	0.4	
6		↑ S		16.4	16.8	0.4	
		O		16.5	18.7	2.2	
7		↑ S		16.4	16.7	0.3	
		O		16.3	17.8	1.5	
8		↓ S		16.4	19 8	3.4	
		O		16.6	17.5	0.9	
9	id. id. 4 cellen Grove	↓ S	id. id.	16.4	18.5	2 1	
		O		16.5	16.6	0.1	
10		↑ S		16.2	16.5	0.3	
		O		16.4	17.6	1.2	
11		↑ S		16	16.2	0.2	
		O		16.2	17.5	1.3	
12		↓ S		16.3	19.6	3.3	
		O		16.3	16.5	0.2	

De uitkomsten leveren wederom een gewenschte regelmatigheid, zooals uit onderstaand overzicht moge blijken.

	1 GROVE vertraging.	gem.	2 GROVE vertraging.	gem.	4 GROVE vertraging.	gem.
↓ S	3.2, 2.4	2.8	2.8, 3.4	3.1	2.1, 3.3	2.7
O	0.8, 1	0.9	0.4, 0.9	0.65	0.1, 0.2	0.15
↑ S	1.5, 2.4	1.95	0.4, 0.3	0.35	0.3, 0.2	0.25
O	0.7, 1	0.85	2.2, 1.5	1.85	1.2, 1.3	1.25

De verhouding, vóór Blad I gevonden, heeft verandering ondergaan:

1°. De effecten van S ↓ en O ↑ stijgen wel van 1 tot 2 Grove, maar dalen weer bij 4. Vermoeienis kan daarbij wel in het spel zijn; maar toch schijnt reeds te blijken, dat bij een zekere stroomsterkte de effecten van S ↓ en O ↑ hunne grens vinden, om dan weder af te nemen, en dat die grens bij de meerdere prikkelbaarheid der niet geheel versche zenuw spoediger is bereikt.

2°. S ↓ > O ↑, bewijzende, dat het ontstaan van katelectrotonus op dezelfde plaats meer effect heeft dan het verdwijnen van anelectrotonus, handhaaft zich, als vroeger, bij alle stroomsterkten.

3°. S ↑ > O ↓ blijft waar voor 1 Grove, maar vroeger dan op Blad I volgt hier de omkeering, namelijk bij 2 Grove, blijkbaar in verband met de sterkere ontwikkeling van den anelectrotonus, blijkende uit het groote effect van O ↑.

4°. S ↑ > S ↓ is zelfs bij 1 Grove niet meer toepasselijk gebleven. Ook hierin openbaart zich de groote weerstand van het anelectrotonisch gebied.

Het verschil laat zich terugbrengen tot de wet van NOBILI: dat, op geprikkelde zenuwen, bij geringere stroomsterkte een verhouding wordt verkregen, die op versche zenuwen eerst voor grootere stroomsterkte geldt. Om zich hiervan nader te overtuigen, behoeft men slechts te letten op S ↓ en O ↑ tegenover S ↑ en O ↓, die op Blad III bij 2 Grove reeds een tegenstelling vertoonen, naderende tot die bij 4 Grove, op Blad I.

Tot beter vergelijking zijn de gemiddelden der resultaten, op de drie bladen verkregen, hier in tabel gebracht.

	1 GROVE		2 GROVE		4 GROVE		
	Blad I.	III.	Blad I.	III.	Blad I.	III.	II.
↓ S	1 25	2.8	1.55	3.1	2 6	2.7	3.24
O	1.25	0 9	0.85	0.65	0.45	0.15	0.12
↑ S	1.45	1.95	1.15	0.35	0.2	0.25	0.17
O	0.4	0.85	0.65	1.85	1.1	1.25	2 28

der hartsperiode, waarop de prikkel invalt (verg. blz. 99). Tot beter overzicht, laat ik voor sluiting en opening in de beide richtingen hier de resultaten volgen, onder herinnering, dat de getallen in vijftienden van secunden de som der vertragingen uitdrukken, volgende op de latente werking.

1 GROVE, MET ONPOLARISEERBARE ELECTRODEN.

↓S 1.6, 1.4, 1.7, 1.5, 2.1, 1.4, 2.5, (4.5?) = 12.2 : 7 = 1.74 gem.
O 0 4, —0 1, 0 2, 0 5, 0 3, 0.4, ? (1 9?) = 1.7 : 6 = 0.28 〃
↑S 2 , 2 , 2 1, 2.9, 2.1, 2.6, 2.3, 2.6 = 18.6 : 8 = 2.33 〃
O 0.3 —0.1, — 0.3, 0.1, 0 , 0.1, 0 , 0.2 = 0 3 : 8 = 0.04 〃

Al deze proeven hadden plaats bij gelijke stroomsterkte.

Van

1°. den invloed der stroomsterkte kan dus niets blijken. Maar in 't algemeen zien wij, dat bij de hier gebezigde gemiddelde stroomsterkte het effect van sluiting in beide richtingen grooter is dan dat van opening.

2°. S↓ is veel grooter dan O↑. De tegenstelling is nog sterker dan bij het eerste konijn. Blijkbaar dus is de golf, die van den ontstaanden katelectrotonus uitgaat veel krachtiger, dan die bij het openen van den stroom van dezelfde plaats door den anelectrotonus wordt uitgezonden. — De zwakke werking van den anelectrotonus uit zich ook in het groote effect van S↑, welker golf den weerstand van den anelectrotonus te overwinnen heeft. Om den geringen weerstand kan

3° S↑ > O↓ blijven, hoezeer de verdwijnende katelectrotonus, welks weerstand op den weg van O↓ ligt, wel nog geringer is: de krachtiger werking van den ontstaanden katelectrotonus boven den verdwijnenden anelectrotonus komt er dus *a fortiori* door te voorschijn.

4°. S↑ is hier doorgaande ook weer grooter dan S↓. Hier blijkt dus op nieuw, dat in de geheel versche zenuw, niettegenstaande het anelectrotonisch gebied toch geacht is reeds eenigen weerstand aan de van S↑ uitgaande golf te bieden, S↓ er aanzienlijk beneden blijft.

Ik mag niet onopgemerkt laten, dat de vijf perioden, die aan de opening voorafgaan, doorgaans weer iets langer zijn gevon-

den, dan de aan de sluiting voorafgaande; blijkbaar was dus telkens de vertragende werking der sluiting ook hier nog niet geheel geweken, als de opening reeds inviel, welker effect daardoor iets, misschien 0.1 trilling, te gering uitvalt en daarom nog al eens negatief wordt. Het bijzonder groot effect in N°. 16 is mij raadselachtig gebleven.

In de hoop, de andere zenuw even gevoelig te zullen vinden, worden hierop zwakkere stroomen (1 Grove, met rheochord, als nevensluiting) aangewend, waarvan de effecten te zien zijn op

Blad II, 35 minuten na doorsnijding der zenuwen. De linker zenuw, die tot dusverre tusschen de spieren was verborgen geweest, rustende op niet polariseerbare electroden.

II. N°.	PRIKKEL. wijze	van	op	DUUR, IN VIJFTIENDEN EENER SECUNDE, VAN 5 perioden a. vóór prikkel.	b. ná prikkel.	perioden eerste.	tweede (na latente werking).	verschil b—a.	Aanmerkingen.
1	constante stroom 1 cel Grove	↓ S	n. vagus sinister	17.3	18.8	3.6	4	1.5	
		O						?	
2	met 10×2 m. rheochord als nevensluiting	↑ S		17.8	19	4.2	3.8	1.2	
		O		17.4		3.6	3.5	0.14	
3		↑ S		17.2	19.1	4.4	3.9	1.9	
		O		17.4		3.6	3.3	0.14	
4		↓ S		17.2	17.7	3.6	3.7	0.5	
		O		17.2		3.5	4	0.98	
5	1 Grove met5×2m. rheochord	↓ S		17.3	19.3	3.6	4.6	2	
		O		17.7		3.7	3.8	0.7	
6		↑ S		17.3	19.8	4.9	3.8	2.5	
		O		17.7		3.3		0	
7		↑ S		17.3	19.5	4.6	3.9	2.2	
		O		17.6		3.7	3.5	0.28	
8		↓ S		17.2	17.4	3.4	3.6	0.2	
		O		17.5		3.9		1	
9	1 Grove met3×2m. rheochord	↓ S		17.7	17.6	3.6	3.5	-0.1	
		O		17.7		3.9	3.9	1.04	
10		↑ S		17.3	19.5	5.1	3.8	2.2	veel verlengd.
		O		17.3	17.5	3.8	3.4	0.2	
11		↑ S		17.5	19.4	3.6	4.5	1.9	
		O		17.7	17.7	3.5	3.5	0	
12		↓ S		18	17.8	3.7	3.5	-0.2	
		O		18.1	19.1	3.7	4.1	1	
13	1 Grove met 10×2 m. rheochord	↓ S		18	18	3.7	3.5	0	
		O		17.9	19.1	4.2	3.9	1.2	
14		↑ S		17.8	19.3	4.5	3.7	1.5	
		O		17.9	18.1	3.6	3.5	0.2	

Ook de proeven van Blad II liepen regelmatig af; maar het bleek, bij het uittellen, dat op de meeste omgangen de opening wat laat bewerkstelligd was, dat, namelijk, ná de opening dikwijls slechts een paar perioden meer te zien waren Uit de verlenging van deze is dan de vertraging van het vijftal vrij nauwkeurig op te maken, door met 3/2 te vermenigvuldigen. In het hieronderstaande overzicht, plaatsen wij de zwakste stroomen vooraan :

	1 Grove, met 3 × 2 met. rheochord.		1 Grove, met 5 × 2 met. rheochord.		1 Grove, met 10 × 2 met. rheochord.	
	verlenging.	gem.	verlenging.	gem.	verlenging.	gem.
↓S	−0.1 , −0.2	−0.15	2 , 0.2	1.1	1.5 , 0.5 ,	1
O	1.04, 1	1.02	0.7, 1	0.85	0.98, 1.2 ,	1.09
↑S	2.2 , 1.9	2.05	2.5, 2.2	2.35	1.2 , 1 9 , 1.5	1.53
O	0	0	0 , 0.28	0.14	0.14, 0.14, 0.2	0.16

Op de regelmatigheid dezer uitkomsten valt niet bijzonder te roemen. Toch zijn zij sprekend genoeg. Vroeger hadden wij te doen met stroomen van 1 tot 1· Grove, nu met zeer zwakke, stijgende zelfs niet tot 1 Grove. — Gelden hiervoor dezelfde wetten?

1°. In 't algemeen is in de effecten van S ↓ en O ↑ stijging te bemerken met de stroomsterkte, zooals de theorie verlangt. S ↑ en O ↓ geven bij de zwakste stroomen reeds veel effect en schijnen bij de sterkere op haar keerpunt te komen. Bij groote stroomsterkte nemen ze af, omdat de weerstand sneller stijgt dan de intensiteit der aanvangsgolf.

2°. S ↓ > O ↑ leert, dat, ook bij zwakken stroom, de ontstaande katelectrotonus een sterkere golf uitzendt dan de verdwijnende anelectrotonus.

3°. S ↑ > O ↓ spreekt hier sterk en constant, vooreerst om dezelfde reden, als sub 2°, terwijl de weerstanden van het kleine anelectrotonische en van de negatieve modificatie in het katelectrotonische gebied zich zeker nog weinig doen gelden, en tweedens, omdat de gevoeligheid aan de onderste electrode geringer is dan aan de bovenste.

4°. De verhouding van S ↑ tot S ↓ komt te gunstiger uit voor de eerste, hoe zwakker de stroom, geheel in overeenstemming met het vroeger gevondene. Dat 35 minuten na de doorsnijding hier ook reeds de nabij de doorsnede meer verhoogde gevoeligheid in het spel is, mag, zooals later blijken zal, mede veilig worden aangenomen.

Ten slotte merken wij op, dat bij de zwakste stroomen S ↑ reeds een groot effect heeft, terwijl bij de sterkste O ↑ nog bijna onwerkzaam is gebleven. Hierop komen wij terug bij de resultaten, verkregen op

Blad III, 1½ uur na het doorsnijden der beide nn. vagi. Constante stroom, 1 Grove met rheochord.

Linker n. vagus op niet polariseerbare electroden, in de vochtige kamer.

III. Nº	PRIKKEL. wijze	van	op	DUUR, IN VIJFTIENDEN EENER SECONDE, VAN 5 perioden *a* vóór prikkel.	*b.* ná prikkel.	perioden eerste.	tweede (na latente werking).	verschil *b*—*a*.	Aanmerkingen.
1	constante stroom	↓ S	n. vagus sinister	17.2	19.2	3.8	4.3	2	
	1 cel Grove,	O		17.1	17.5	3.4	3.7	0.4	
2	met 5 × 2	↓ S		17.3	20	4.7	3.9	2.7	
	m. rheochord, als	O		17.5	18.3	3.9	3.7	0.8	
3	nevensluiting	↑ S		17.2	19.8	4.6	3.8	2.6	
		O		17.3	17.4	3.6	3.4	0.1	
4		↑ S		17.2	20.2	4.8	3.9	3	
		O		17.3	17.2	3.5	3.4	-0.1	
5		↓ S		17	17.5	3.6	3.6	0.5	
		O		17.1	17.8	3.7	3.7	0.7	
6	id. id.	↓ S	id. id.	17.1	17.7	3.7	3.6	0.6	
	met 1 × 2 m. rheo-	O		17.2	17.4	3.6	3.5	0.2	
7	chord	↑ S		17.1	20	4.7	3.8	2.9	
		O		17.1	17.2	3.5	3.5	0.1	
8		↑ S		17	19.7	3.7	4.5	2.7	
		O		17.3	17.2	3.4	3.4	-0.1	
9		↓ S		17.3	17.4	3.7	3.6	0.1	
		O		17.2	17.2	3.4	3.6	0	
10	id. id.	↓ S	id. id.	17.9	17.9	3.6	3.5	0	
	met 1 × 1 m. rheo-	O		17.7	17.7	3.6	3.6	0	
11	chord	↑ S		18	18.8	3.6	4.1	0.8	
		O		18.2	18.4	3.6	3.7	0.2	
12		↑ S		18.3	19.6	3.7	4.3	1.3	
		O		18	18.3	3.6	3.7	0.3	
13		↓ S		18	17.8	3.6	3 6	-0.2	
		O		17.9	17.7	3.5	3.6	-0.2	
14	id. id.	↓ S	id. id	18	17.9	3.4	3.6	-0.1	
	met 1 × 2 m. rheo-	O		17.8	17.8	3.5	3.7	0	
15	chord	↑ S		18	20.2	4.6	3.7	2.2	
		O		17.9	17.9	3.5	3.6	0	
16		↓ S		18	18.1	3.7	3.6	0.1	
		O		17.8	17.9	3.5	3.6	0.1	

De betrekkelijk groote effecten, op Blad II gevonden, noopte mij, dezelfde zenuw met nog zwakker stroomen te prikkelen. Dit is geschied op Blad III. Dat hierbij een regelmatige, ongestoorde gang werd verkregen, blijkt uit het ontbreken van alle leemte en van alle onzekerheid in de bovenstaande resultaten. Het overzicht en de gemiddelden vindt men in onderstaande tabel.

	a. 1 Grove, met 1 × 1 m. rheochord.	gem.	*b.* 1 Grove, met 1 × 2 m. rheochord.	gem.	*c.* 1 Grove, met 5 × 2 m. rheochord.	
↓S	0 ,−0.2	−0.1	0.6, 0.1, −0.1, 0.1	0.18	2 , 2.7, 0.5	1.73
O	0 ,−0.2	−0.1	0.2, 0 , 0 , 0 1	0.08	0.4, 0.8, 0 7	0.63
↑S	0.8, 1.3	1.15	2.9, 2.7, 2.2,	2.6	2.6, 3 ,	2.8
O	0.2, 0.3	0.25	0.1, 0.1, 0	0.08	0.1,−0.1,	0.05

Wij constateeren hier: van de zwakste stroomen tot de zeer matige van 1 Grove met 5 × 2 rheochord, zijn:

1°. S ↓ stijgend, O ↑ zonder kennelijk effect; S ↑ en O ↓, die bij sterke stroomen dalen, nog altijd stijgend.

2°. S ↓ > O ↑, duidelijk eerst uitkomende bij 2 × 5 Rh., dewijl bij de zwakkere stroomen de werking nog al te gering is.

3°. S ↑ *veel* grooter dan O ↓: van bijzondere weerstanden kan nog nauwelijks sprake zijn, zoodat, evenals door 2°, de sterker werking van den wordenden katelectrotonus boven den verdwijnenden anelectrotonus aan den dag komt.

4°. S ↑ > S ↓, blijkbaar bij alle stroomsterkten: eerst bij veel grootere keert die verhouding zich om door den weerstand, dien S ↑ zich zelven schept.

5°. Zien wij hier de orde, waarin bij stroomen, stijgende van 0, de effecten het eerst te voorschijn treden: S ↑, reeds bij *a* zeer ontwikkeld; S ↓ bij *b* aanwezig, sterk ontwikkeld bij *c*, O ↓, twijfelachtig bij *a* en *b*, onmiskenbaar bij *c*, O ↑, ook bij *c* nog schier onwerkzaam. Twijfel kan er alléén bestaan tusschen S ↓ en O ↓. Op Blad II kreeg O ↓ stellig vroeger effect dan S ↓; Blad III zou ons eer tot het tegendeel doen besluiten.

Ik kom op die vraag later terug, en ga nu over tot de resultaten der proeven van

Blad IV, 2 uren na doorsnijding der zenuwen. De *rechter* zenuw (die, alléén op Blad I geprikkeld, ruim 1½ uur tusschen de spieren is verborgen gebleven) op niet polariseerbare electroden, prikkeling eerst met zwakke, N°. 13 tot 16 met sterke stroomen.

IV. N°.	PRIKKEL. wijze	van	op	DUUR, IN VIJFTIENDEN EENER SECONDE, VAN 5 perioden *a.* vóór prikkel.	*b.* ná prikkel.	perioden eerste.	tweede (na latente werking).	verschil *b—a*	Aanmerkingen.
1	constante stroom 1 Grove met 2 × 2 m. rheochord, als nevensluiting	↓ S	n. vagus dexter	17.5	19	4	3.9	1.5	
		O		17.5	17,5	3.9	3.7	0	
2		↑ S		17.9	21.5	5.6	4.2	3.6	
		O		18	17.9	3.6	3.6	—0.1	was nog vertraagd.
3		↑ S		17.8	20.7	4.7	4.1	2.9	
		O		18	17.7	3.5	3.7	—0.3?	was nog vertraagd.
4		↓ S		17.7	17.7	3.5	3.6	0?	
		O		17.5	17.7	3.6	3.6	0.2?	
5	id. id. met 1 × 2 m, rheochord	↓ S	id. id.	17.5	17.7	3.5	3.7	0.2	
		O		17.5	17.4	3.5	3.5	--0.1	
6		↑ S		17.5	19.3	4.4	3.7	1.8	
		O		17.6	17.6	3.4	3.5	0	
7		↑ S		17.5	19.5	4.4	3.9	2	
		O		17.6	17.7	3.6	3.5	0.1	
8		↓ S		17.4	17.5	3.5	3.6	0.1	
		O		17.6	17.4	3.4	3.6	−0.2	
9	id. id. met 1 × 1 m. rheochord	↓ S	id. id.	17.7	17.5	3.5	3.6	−0.2	
		O		17.7	17.6	3.6	3.5	−0.1	
10		↑ S		17.6	17.8	3.6	3.6	0.2	
		O		17.7	17.6	3.5	3.5	−0.1	
11		↑ S		17.7	18	3.7	3.5	0.3	
		O		17.8	17.6	3.5	3.5	−0.2	
12		↓ S		17.7	17.6	3.6	3.4	−0.1	
		O		17.6	17.6	3.6	3.5	0	
13	2 Grove, zonder rheochord	↓ S	beide zenuwen	18 3	25.7	8.5	4.7	7.4	
		O		18.5	20	4.6	3.8	1.5	
14		↑ S		17.8	25.3	8.2	4.8	7.5	
		O		18.2	20.8	5	4.1	2.6	
15		↑ S		17.7	21.8	6	4	4.1	
		O		18	18.2	3.8	3.6	0.2	
16		↓ S		17.9	27.3	9.3	5	9.4	ontbreekt.
		O							

Het scheen belangrijk, de effecten voor zwakke stroomen, die op Blad II en III voor de linker zenuw werden onderzocht, ook voor de rechter na te gaan. De proef liep volkomen regelmatig af. Na 3 reeksen met zwakkere en zwakkere stroomen te hebben geregistreerd, bleef er nog plaats voor ééne reeks, waarbij wij, om op deze gevoelige zenuwen eens een groot effect te zien, een sterken stroom op beide zenuwen aanwendden. Onderstaande tabel neemt ook deze laatste serie op, die evenwel afzonderlijk zal moeten ter sprake komen.

	1 CEL GROVE, MET						2 GROVE,	
	1 × 1 m. Rheoch.		1 × 2 m. Rheoch.		2 × 2 m. Rheoch.		zonder Rheoch.	
	vertraging.	gem.	vertraging.	gem.	vertraging.	gem.	vertraging	gem
↓ S	−0.2, −0.1	−0 15	0.2, 0.1	0.15	1.5, ?	1.5	9.4, 7.4	8.4
O	−0.1, 0	−0.05	−0.1, −0.2	−0.15	0 0 2	0.1	1.5	1 5
↑ S	0.2, 0.3	0.25	1.8, 2	1.9	3.6, 2.9	3.25	4.1, 7.5	5.8
O	−0.1, −0.2	−0.15	0 , 0.1	0.05	−0.1, −0.3	−0.2	0 2, 2.6	1 4

De effecten van zwakke stroomen op de rechter zenuw zijn geheel gelijk aan die op de linker. De grootste stroomsterkte in de drie eerste reeksen is 1 Grove met slechts 2 × 2 meters Rheochord, en dus geringer dan op Blad II, waar tot 5 × 2 Rheochord gegaan werd. Hier nu, dat is bij 2 × 2 Rheochord, is het effect van O ↓ nog zeer problematisch, dat van S ↓ reeds zeer ontwikkeld. Naar Blad III en IV is dus de orde van ontstaan, bij van 0 stijgende stroomsterkte deze: S ↑, met sterk overwicht, S ↓, O ↓ weldra volgende, O ↑ veel later beginnende.

Volkomen ook beantwoorden de effecten van sterker prikkeling aan de vastgestelde wetten. De prikkeling geschiedde met slechts 2 Grove, dus bij sterke middelmatige stroomen. Vergelijken wij de uitkomsten met die bij dezelfde stroomsterkte van 2 Grove, op konijn 1 verkregen, zoo vinden wij de verhouding in denzelfden zin. Alléén blijkt de gevoeligheid bij konijn 2 veel grooter te zijn. Om te doen zien, in welken zin op konijn 2 bij 1 en 4 Grove verandering te wachten ware geweest, worden deze met 2 Grove van een en hetzelfde konijn 1 hier vereenigd:

	KONIJN 2.	KONIJN 1.		
	2 Grove.	2 Grove.	4 Grove.	1 Grove.
↓S	8.4	1.6	2.6	1.25
O	1.5	0.85	0.45	1.25
↑S	5.8	1.15	0.2	1.45
O	1.4	0.65	1.1	0.4

Blijkbaar is bij 2 Grove het grootste effect nog niet bereikt: S↓ en O↑ zouden nog zijn toegenomen, O↓ en S↑ bijna tot nul gedaald zijn. Ook in deze daling zou het effect van den stroom, namelijk, van den weerstand van den anelectrotonus en van den katelectrotonus, in zijne negatieve modificatie, gebleken zijn. Wij hebben hier dus, bij 2 Grove, het effect van een sterken middelmatigen stroom, waarbij in beide richtingen S en O nog effect hebben, en S↑ zelfs nog veel grooter is dan O↑.

Bleek de groote prikkelbaarheid dezer zenuwen bij zwakke stroomen, zij komt niet minder uit in het groot effect, door de betrekkelijk sterke stroomen verkregen. Een vertraging van 9.4 trillingen, over de 5 eerste perioden na de latente werking, zooals hier eenmaal bij S↓ met 2 Grove voorkwam, is zeldzaam, en bijna zonder voorbeeld is het, met welke stroomen ook, door S↑ een vertraging van 7.5 trilling te verkrijgen. Bij deze groote prikkelbaarheid geven intusschen de anelectrotonus en de negative modificatie van den katelectrotonus betrekkelijk weinig weerstand: S↑ immers, welker golf het electrotonisch gebied passeeren moet, bereikt die aanzienlijke hoogte van 7.5 trilling, en een vertraging van 1.5 bij O↓, nadat het ontstaan van den katelectrotonus door S↑ 7.4 had gegeven, is ook buitengewoon. Van den beginne af gaven de zenuwen van dit konijn een zoo groot vertragingseffect. Zou de oorzaak hiervan dan niet veeleer in de ganglia van het hart dan in de zenuwen te zoeken zijn? Ik acht dit zeer waarschijnlijk. Zooveel

staat vast, dat men slechts bij enkele dieren zoo groote effecten verkrijgen kan, hoe men ook den prikkel versterke en de polarisatie der zenuw, blijkens den absoluten weerstand van het anelectrotonisch gebied, snel tot een maximum opvoere.

Uit de resultaten, Blad I, *Konijn* 1, werd een kromme opgemaakt der effecten van S en O (fig. 2), in beide richtingen, met 1, 2 en 4 Cellen Grove verkregen. De bij *Konijn* 2 verkregen groote effecten van prikkeling met zwakke stroomen geven gelegenheid, om voor deze hier een soortgelijke kromme te construeeren (fig. 3). Hiertoe worden, evenals voor de sterkere stroomen geschiedde, de omgangen van grootste effect gekozen, zijnde voor

Fig. 3.



↓ S en O, N°.12, 5 en 1 van Blad IV, N°. 2 van Bl. III;
↑ S en O, N°. 11, 7 en 8 van Blad IV, N°. 4 van Bl. III.

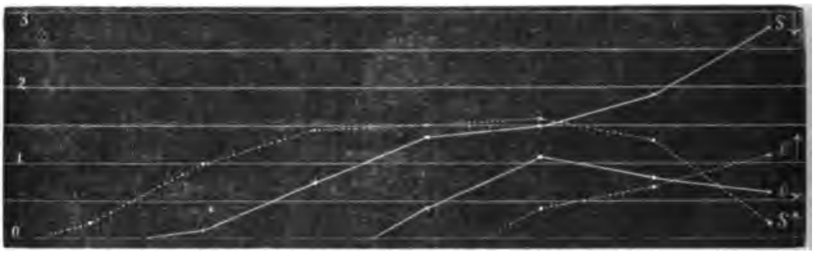
Op Blad II was de prikkelbaarheid nog geringer, zoodat de vertragingen, aldaar bij 2 × 10 M. Rheochord genoteerd, niet in de reeks passen; alléén ontleende ik daaruit het begin van werking voor O ↑.

Men ziet, dat S ↑ bij de zwakste stroomen begint, aanvankelijk snel, weldra langzaam stijgt, terwijl O ↑ bij 2 × 5 Rh. nog = 0 gebleven is (de hoogst geringe vertraging bij 1 × 2 Rheochord is wel toevallig); voorts, dat al spoedig ook S ↓ eenig effect vertoont en regelmatig stijgt, terwijl O ↓ bij 2 × 5 M. Rh. ook actief geworden is.

De hier verkregen krommen stellen ons nu in staat, de vorige vrij wel te completeeren, niet door ze er onmiddellijk aan te verbinden (want daartoe zou de prikkelbaarheid der zenuw in beide gevallen hebben moeten gelijk zijn), maar door ze er evenredig aan

te passen. Onderstaande figuur komt daaruit te voorschijn (Fig. 4).

Fig. 4



Een blik op deze figuur leert ons de effecten als functie der stroomsterkte kennen. In twee wetten laat zich het resultaat samenvatten:

1°. *Met van* 0 *toenemende stoomsterkte komen effecten te voorschijn in de volgende orde:* a. *bij* S ↑, b. *bij* S ↓, c. *bij* O ↓, d. *bij* O ↑.

2°. *De effecten stijgen regelmatig tot* 4 *Grove voor* S ↓ *en* O ↑, *maar bereiken voor* S ↑ *en* O ↓ *veel vroeger hun maximum, om bij toenemende stroomsterkte te dalen.*

Konijn 3, beide nn. vagi doorgesneden, de proeven, prikkeling met constante stroom, geregistreerd op 4 bladen, te vinden als bijlage I, *Konijn* 3 Hier geef ik slechts de berekende gemiddelden, en wel het eerst, die van blad III en IV, als zich sluitende aan de zoo even verkregen uitkomsten.

Blad III.	linker zenuw.		rechter zenuw.			beide zenuwen.		
	3 Grove.	4 Gr.	1 Gr.	2 Gr.	4 Gr.	1 Gr.	2 Gr.	4 Gr.
↓ S	0.9	1.2	2.5	2.03	2.1	3	3.75	4.25
O	0.2	0.1	0.65	0.4	0.08	0.3	0.5	0
↑ S	0.2	0.3	1.43	0.6	0.13	2.8	0.9	0.2
O	0.3	0.05	0.43	1.45	2.18	0 ?	1.95	2.7

Rechter zenuw blijkt gevoeliger te zijn dan linker. Beide bevestigen de vastgestelde wetten: vindt men voor de rechter

zenuw bij S↓ met 1 Grove reeds het maximum, zoo is dit aan de uitkomst eener enkele proef toe te schrijven, waarin, bij uitzondering, het effect buitengewoon groot was.

De groote vertraging, op Blad III verkregen, noopte mij, op een volgend Blad, de effecten van zwakker stroomen te registreeren. Onderstaande tabel vereenigt nu de gemiddelden der beide bladen, bij prikkeling der beide zenuwen.

	Blad IV.			Blad III.		
	1 Grove, met Rheochord			1 Grove.	2 Grove.	4 Grove.
	5 × 2 m.	10 × 2 m	20 × 2 m.			
↓S	2.72	2.45	3.22	3	3.75	4.25
O	0.93	0.97	1.12	0.3	0.5	0
↑S	2.03	1.48	1.58	2.8	0.9	0.2
O	0.38	0.46	0.78	1.3	1.92	2.7

In het algemeen bevestigen deze uitkomsten de vastgestelde regels. Wij zien S↓ en vooral O↑ zeer regelmatig stijgen met de stroomsterkte, en O↓ en S↑ eerst stijgende, dan dalende, om bij 4 Grove genoegzaam = 0 te worden. Werkelijk is dit de regel, en de nog zeer merkbare effecten van O↓ en S↑ bij 4 cellen Grove, zooals ze op fig. 4 zijn af te lezen, behooren tot de uitzondering; wij mogen aannemen, dat ze daar door sterker stroomen ook nog wel zouden zijn gereduceerd geworden. Overigens heb ik nog slechts op te merken, dat de hier vermelde proeven op *Konijn* 3 werden gedaan, toen de zenuwen reeds een paar uren waren doorgesneden. De alsnu verhoogde gevoeligheid verklaart de bij geringe stroomsterkten betrekkelijk groote effecten, en hare ongelijkmatige verdeeling over de verschillende punten der zenuw maakt het zeer begrijpelijk, dat een geringe verschuiving der electroden tot de afwijking aanleiding gaf, die enkele proeven vertoonen.

Op Blad I en II, korter na het doorsnijden der zenuwen verkregen, waren de effecten nog veel kleiner.

Blad I.	Niet polariseerbare elektroden. één zenuw. 1 Grove.	2 Grove.	4 Grove.	beide zenuwen. 4 Grove.	Platina-elektroden. 1 Grove.	4 Grove.
↓S	0.4	0.43	0.4	0.9	0.8	0.8
O	0.35	−0.1	0	0.1	0.5	?
↑S	0.45	0.15	0.1	?	0.8	0.3
O	0 25	0.2	0.2	1.1	?	0.9

Hoe gering ook, bevestigen deze effecten de vastgestelde wetten, het duidelijkst in het dalen van O ↓ en S ↑ bij boven 1 Grove stijgende stroomsterkte. S ↓ en O ↑ hebben bij 1 Grove genoegzaam haar maximum bereikt, grooter bij prikkeling der beide zenuwen en bij het gebruik van platina-electroden. Hetzelfde geldt ten aanzien van S ↓, voor

Blad II.	Linker zenuw. 1 Gr.	2 Gr.	4 Gr.	Beide zenuwen. 1 Gr.	2 Gr.	4 Gr.
↓S	0.25	0.25	0.27	2.35	2	2.15
O	0.2	0.08	0.2	0.4	0.3	0.15
↑S	02.7	0.05	0	2.8	0.95	0.4
O	0.1	0.3	0.47	0.3	1	1.95

Maar wat O ↑ betreft, bestaat hier blijkbaar nog een sterke stijging van het effect van 1 tot 4 eellen. Dat is de regel: O ↑ bereikt zijn maximum eerst bij grooter stroomsterkte dan S ↓. Het is geen zeldzaamheid, dat het effect van S ↓ bij een stroomsterkte grooter dan 1 Grove stationair blijft en bij nog sterker stroomen afneemt. Zeer regelmatig zien wij, vooral bij gelijktijdige prikkeling der beide zenuwen, de effecten van S ↑ en O ↓ met stroomsterkten boven 1 Grove afnemen, en bij 4 Grove inderdaad zeer luttel worden.

Dat op versche zenuwen de effecten bij alle stroomsterkten gering blijven, en van S ↓ al spoedig, van O ↑ eerst bij ster-

der stroomen het maximum wordt bereikt, bevestigen de eerste bladen van

Konijn 4. Na doorsnijding der beide nn. vagi werden de proeven 4 uren lang voortgezet. Zonder eenige stoornis werden in dien tijd op 6 bladen meer dan 200 proeven verricht, bij klimmende gevoeligheid. Ik heb gemeend als een proeve der op een enkel konijn verkrijgbare uitkomsten de resultaten, trouwens rijk genoeg aan gewigtige bijzonderheden, in haar geheel in de bijbladen te mogen laten afdrukken (*konijn* 4). Reeds die van het eerste blad, zich sluitende aan de pas behandelde, zijn belangrijk. De *linker* zenuw werd geprikkeld. Zie hier de gemiddelden:

Blad I.	1 Grove.	2 Grove.	4 Grove.
↓ S	0.33	0.8	0.6
O	0.3	0.25	0
↑ S	0.43	0.3	0.17
O	0.3	0.35	0.57

Alweder S ↑ en O ↓ dalende bij een stroomsterkte van 1 tot 4 Grove, de laatste zelfs tot 0; alweder O ↑ rijzende tot en met 4 Grove, en S ↓ zijn maximum reeds vroeger (bij 2 Grove) bereikende, om bij 4 eenigszins te dalen. In alle opzichten worden deze cijfers door de bekende wetten beheerscht. Op nieuw blijkt ook hier, dat een groot effect door prikkeling der versche zenuw niet te verkrijgen is; want leerde S ↓ ons niet onmiddellijk, dat het maximum bereikt is, het dalen van O ↓ tot 0 zou het kunnen bewijzen: de katelectrotonus in zijn negatieve modificatie geeft absoluten weerstand.

Met de resultaten van Blad I zijn nu te vergelijken die van Blad II, bevattende dezelfde reeksen voor de rechter zenuw, met dit vesschil alléén, dat op de linker de proeven onmiddellijk na de doorsnijding, op de rechter, 40 minuten later, zijnde de doorgesneden zenuw inmiddels tusschen de spieren verborgen geweest, verricht werden.

Blad II.	1 Grove.	2 Grove.	4 Grove.
↓ S	1.66	2.1	1.15
O	0.98	0.2	0.15
↑ S	1.04	0.1	0.15
O	1.46	1.95	2.45

De opmerkingen, onder de tabel van Blad I te vinden, zou ik hier letterlijk kunnen herhalen, zooals bij vergelijking van het daar gezegde met de cijfers der tabel van Blad II blijken kan. Alléén zijn de effecten hier veel grooter, en ik wil nog eens doen uitkomen, dat dit verschil zich heeft ontwikkeld, eenvoudig als effect van doorsnijding, zonder dat de zenuw was geprikkeld geworden. Voorts heeft zich nu ook de tegenstelling tusschen S ↓ en O ↑ met S ↑ en O ↓ reeds bij 2 Grove in volle kracht ontwikkeld, wat op Blad I eerst bij 4 cellen het geval was, en de wet van NOBILI doet zich dus gelden, al is de zenuw na de doorsnijding niet geprikkeld geworden. Let men niet op de gemiddelden, maar op de uitkomsten van iedere proef, dan is de overeenstemming hier weer grooter schier, dan men bij de genoemde bronnen van onregelmatigheid mogelijk zou achten.

Op Blad III heeft het overwicht van S ↓ boven O ↓ en O ↑ boven S ↑ zich, naar de wet van NOBILI, bij nog zwakker stroomen ontwikkeld dan in de vorige bladen, en wel bij 1 Grove. Overigens geldt op nieuw alles, wat uit de beide vorige bladen werd afgeleid. Geprikkeld werd weder de *linker* zenuw, evenals op Blad I. De gemiddelde uitkomsten zijn:

Blad III.	1 Grove.	2 Grove.	4 Grove.
↓ S	1.08	1.4	0.6
O	0.4	−0.1	0
↑ S	0.28	0	−0.1
O	0.63	0.9	1.15

De effecten zijn grooter dan die op Blad I, dus toegenomen.

Of de nog grootere effecten, bij prikkeling der rechter zenuw op Blad II verkregen, niet voor een deel oorspronkelijk reeds in de zenuw gegrond waren, zou ik niet durven beslissen.

Opmerking verdient het, dat, terwijl bij de grootste stroomsterkte het aanvankelijk stijgende effect van S ↓ weder afneemt en dat van O ↑ daarentegen gestadig toeneemt, bij 4 Grove, althans op Blad II en III, het effect van O ↑ dat van S ↓ aanzienlijk overtreft.

Blad IV, door prikkeling der rechter zenuw 2 uren 30′ na de doorsnijding verkregen, bevat twee reeksen van proeven, tot vergelijking der effecten van prikkeling, met de bovenste electrode óf onmiddellijk nabij, óf op 2 ctm. van de doorsnede der zenuw. De uitkomsten zijn:

n. dexter.		1 Grove. waarnem.	1 Grove. gem.	2 Grove. waarn.	2 Grove. gem.
I. Electroden 2 centimeter van doorsnede.	↓S	0.7, 0 , 1.3	0.67	2.3, 2.3?	2.3
	O	0.1, 0.9, 0.4	0.47	1.4, 0.2	0.8
	↑S	0.1, 0.4, 0.3	0.27	0	0
	O	3.7?, 2.2, 0.3	1.25	2.4	2.4
II Electroden nabij de doorsnede.	↓S	1.4, 0.9	1.15	1.8, 0.7	1.25
	O	−0.1, 0.1	0	0.1, 0.6	0.35
	↑S	0.1, 0	0.05	0.1	0.1
	O	−0.1, 0.2	0.05	0.6	0.6
Gemiddelde van I en II.	↓S		0.86		1.6
	O		0.28		0.58
	↑S		0.18		0.05
	O		0.65		1.5

Vergelijken wij de effecten der eerste reeks (electrode 2 centim. van de doorsnede) met die van Blad II, dan blijkt, dat zij, in het laatste uur, bij prikkeling met 2 Grove gelijk gebleven, met 1 Grove wat verminderd zijn. Wij constateeren verder, dat zij regelmatiger en in 't algemeen ook grooter zijn dan die der tweede reeks (electrode nabij de doorsnede), waar

alleen S ↓ tamelijk voldoende getallen geeft, — in zekere mate ook nog O ↑, — dus de gevallen, waarbij de golf van de electrode uitging, die van de meer afgestorvene doorsnede verwijderd lag. Overigens, ondanks grootere onregelmatigheden in de uitkomsten der afzonderlijke proeven, sluiten de gemiddelden zoowel van reeks I als van de vereenigde zich alweder aan de gewone regelen.

De reeksen van proeven, geregistreerd op Blad V, — prikkeling der rechter zenuw, terwijl de bovenste electrode 1 centimeter van de doorsnede verwijderd was, 3 uren 30′ na het doorsnijden, — allen bij 1 Grove, moesten leeren, in hoeverre de verschijnselen vele uren na doorsnijding der zenuwen en na herhaalde prikkeling gewijzigd, voorts, of van het bevochtigen met keukenzoutsolutie van $\frac{1}{100}$ (waarneming 9 tot 16) eenigerlei invloed te zien was.

Blad V.	I. Waarn. N°. 1 tot 8.	Gem.	II. Waarn. N°. 9—16.	Gem.	Gem. I en II.
↓S	2.4, 0.8, 1.8, 0.8, 0.5	1.26	1.2, 0.6, 0.4, 0.5	0.68	0.97
O	0, 0.1, 0, 0 2	0 08	0.1, 0.1	0.1	0.09
↑S	0.1, 0.1, 0.1, 0	0.08	0, 0.1, 0	0.03	0.06
O	0.3, 0.1, 0.2, 0	0.15	0.6, 0.4, 0.3	0.43	0.27

Vooreerst constateeren wij, dat, sedert de proeven van Blad III en vooral sedert die van Blad II, op dezelfde zenuw, de effecten van O ↓ en S ↑, bij 1 Grove, aanzienlijk zijn afgenomen. De reden hiervan ligt voor de hand. Op betrekkelijk kleinen afstand van de doorsnede, is, zóó vele uren na het doorsnijden, de gevoeligheid verminderd, en het is uit de nabijheid van die doorsnede, namelijk van de bovenste electrode, dat de werking bij O ↓ en S ↑ moet uitgaan. De uitkomsten van Blad IV, waarin de effecten van O ↓ en S ↑, bij 1 Grove, nabij de doorsnede zooveel geringer gevonden worden dan op een afstand van 2 centim. van die doorsnede, voerden reeds noodzakelijk tot die verklaring, welke ook hier aanwending vindt.

De effecten zijn hier overigens, na een paar uren, niet veel geringer geworden; maar de zenuw schijnt, blijkens de naar het

einde der reeksen bij gelijke prikkels afnemende effecten, spoediger te worden uitgeput. Hieraan is het ook wel toe te schrijven, dat in de tweede reeks de effecten geringer zijn dan in de eerste, — niet aan de bevochtiging met de zoutsolutie, die wel zonder invloed bleef.

Op Blad VI werden de effecten geregistreerd van irritatie der beide zenuwen te gelijk, zoover mogelijk van het doorsneevlak niet minder dan 5 uren na het doorsnijden, met stroomen van verschillende intensiteit, maar allen betrekkelijk zwak. Het overzicht geeft onderstaande tabel:

	1 Cel Grove met					
	2 × 5 m. Rheochord.		2 × 10 m. Rheochord.		2 × 20 m. Rh.	
	waarnemingen.	gem.	waarnem.	gem.	waarnem.	gem.
↓S	4.5, 2.9, 2.1, 1.2	2.68	4 2, 4.5	4.35	3.6, 3.2	3.4
O	4 , 1.3, 4.1, 4.5	3.48	1.4, 2.2	1.8	1.2, 1.6	1.4
↑S	3 , 3.9, 1.4, 1.1	2.35	2.1, 3.6	2.85	2.3, 2	2.15
O	1.1, 1.5, 0.9, 2.4	1.48	0.9, 1.3	1.1	1.8, 1	1.4

De effecten zijn hier bij zwakke prikkeling, ook wanneer wij in aanmerking nemen, dat beide zenuwen geprikkeld werden, bijzonder groot te noemen. Blijkbaar verkeerde dus de geprikkelde plaats, zoover mogelijk van de doorsnede verwijderd, nog in een toestand van verhoogde prikkelbaarheid, terwijl, zooals uit de proeven van Blad IV en V gebleken is, nabij de doorsnede, de gevoeligheid reeds sterk was afgenomen. Met die groote gevoeligheid moet het in verband staan (immers van vermoeienis door de prikkels blijkt weinig of niets), dat S ↓ en O ↑ zelfs niet tot 1 Grove, met 2 × 20 Rheochord, met de stroomsterkte stijgende blijven. Dat de effecten van O ↓ en S ↑ bij stijgende stroomsterkte afnemen, kan mede aan den weerstand bij de onderste electrode worden toegeschreven.

BIJLAGE I.

Konijn 3. Beide vagi ontbloot en doorgesneden.
Prikkeling met constanten stroom.
Blad I, onmiddellijk na doorsnijding, afwisselend een of beide zenuwen op niet polariseerbare, van 15—18 platina-elektroden, 1 ctm. van elkander.

I. No.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: *a.* vóór prikkel	*b* ná prikkel	perioden 1ste, 2de (na latente werking)	verschil *b—a*	Aanmerkingen.
1	Constante	↓ S	n. vagus	16.1	16.4	3.5	0.3	
	stroom 1	O	sinister.	16	16.3	3.3 3.4	0.3	
2	cel Grove, niet polari-	↑ S		16.2	16.7	3.7 3.3	0 5	
	seerbare	O		16.5	16.8	3.5 3.4	0.3	
3	elektroden.	↑ S		16.4	16.8	3.4 3.4	0.4	
		O		16.5	16.7	3.4 3.3	0.2	
4		↓ S		16.5	17	3.5 3.4	0.5	
		O		16.5	16.9	3.4 3 4	0.4	
5	id. id.	↓ S	n. vagus	16.3	17	3.6 3.4	0.7	
	2 cellen	O	sinister.	16.5	16.5	3.4 3.2	0	
6	Grove.	↑ S		16.5	16.6	3.3 3.3	0.1	
		O		16.5	16.7	3.3 3.4	0.2	
7		↑ S		16.4	1[illegible].6	3.3 3.5	0.2	
		O		16.5	16.7	3.3 3.5	0.2	
8		↓ S		16.5	16.8	3.4 3 4	0.3	O mislukt
8′		↓ S		16.6	16.9	3.4 3.4	0.3	
		O		16.9	16.7	3.3 3.4	-0.2	
9	id. id.	↓ S	n. vagus	16.6	16.7	3.4 3.4	0.1	
	4 cellen	O	sinister.	16.8	16.7	3 3 3.4	-0.1	
10	Grove.	↑ S		16.5	16.6	3.3 3.4	0.1	
		O		16.7	16.[illegible]	3.4 3.4	0.1	
11		↑ S		16.6	16.7	3.3 3.4	0.1	
		O		16.7	17	3.5 3.5	0.3	
12		↓ S		16.6	17.3	3.7 3.3	0.7	
		O		16.7	16.7	3.3 3.4	0	
13	id. id. id	↓ S	beide	16.8	17.7	3.8 3.7	0.9	
		O	n.n.vagi.	17	17 1	3.4 3.6	0.1	
14		↑ S		16.2?	17.1	3.7 3.3	0.9?	
		O		16.7	17.8	3.8 3.6	1.1	
15	id. id.	↓ S	n.	16.8	17.6	3.5 3.6	0.8	
	1 cel Grove	O	sinister.	17	17 5	3.6 3.5	0.5	
16	platina-elektro[illegible]den.	↑ S		16.8	17 6	3.4 3.4?	0.8	
17	id id.	↓ S	id. id.	16.8	17.6	3.6 3.5	0.8	O mislukt.
	4 cellen					3.5 3.4		
18	Grove	↑ S		16.7	17	3.4 3 4	0.3	
		O		16.6	17,5	3.4 3.6	0.9	

Blad II, 40 minuten na doorsnijding. Niet polariseerbare electroden, 1 ctm. van elkander, afwisselend op linker zenuw en op beide zenuwen.

II. Nº.	Prikkel wijze	Prikkel van	Prikkel op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste. (na latente werking)	2de	verschil b—a	Aanmerkingen.
1	Constante		n. vagus						
1'	stroom	↑ S	sinister	16.6	16.8	3.5	3.4	0.2	
	1 cel Grove	O		16.7	16.6	3.2	3.4	-0.1	
2		↑ S		16.7	16 9	3.6	3.3	0.2	
		O		16.8	16.8	3.4	3.3	0	
2'		↓ S		16.7	16.9	3.5	3.4	0.2	
		O		16.8	17	3.4	3.4	0.2	
3	id. id.	↓ S	n. vagus	16 8	16.9	3 5	3.4	0.1	
	2 cellen Grove	O	sinister	16.7	16.8	3 3	3.5	0.1	
3'		↑ S		16.7	16 8	3.3	3.5	0.1	
		O		16.7	17	3.5	3.5	0.3	
4		↑ S		16.8	16.6	3.2	3.4	-0.2	
		O		16.8	17	3.5	3.5	0.2	
4'		↓ S		17	17.3	3 6	3.5	0.3	
		O		17.1	17	3.4	3.4	-0.1	
5	id. id.	↓ S	n. vagus	16.8	17.1	3.4	3.5	0.3	
	4 cellen Grove	O	sinister	17	16.7	3 3	3.4	-0.3	
5'		↑ S		16.8	16.8	3.4	3.3	0	
		O		16.8	17 4	3.7	3.4	0.6	
6		↑ S		16 9	16.9	3.4	3.4	0	
		O		16.9	17.3	3.6	3 4	0.4	
6'		↓ S		17	17.1	3.5	3.4	0.1	
		O		17.1	17	3.4	3.4	-0.1	
7	id. id. id.	↓ S	beide	17.3	19.7	4.8	3.9	2.4	
	4 cellen Grove	O	n. vagi	17.5	17.6	3 6	3.6	0.1	
7'		↑ S		17.5	17.2	3.4	3 4	-0.3	
		O		17.4	19.3	4.7	3.9	1.9	
8		↑ S		17	17.5	3 7	3.4	0.5	
		O		17.2	19.2	4 7	3.8	2	
8'		↓ S		17.1	19	3 6	4.6	1.9	
		O		17.4	17.6	3.6	3.4	0.2	
9	id. id.	↓ S	beide	17.2	19.4	4.9	3.9	2.2	S en O te
	2 cellen Grove	O	n. vagi	10.9	10.7	3.5	3.6	-0.2	snel 8 peri-
9'		↑ S		17.4	18 2	3.8	3.6	0.8	oden op
		O		17.6	18.8	4	3.8	1.2	elkander.
10		↑ S		17 8	18.4	3 8	3.7	1.1	
		O		17.7	18.5	4	3.7	0.8	
10'		↓ S		17.5	19.3	4.7	3.8	1.8	
		O		17.6	18	3.3	3.8	0.4	

II. Nº.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste. (na latente werking)	2de	verschil b—a	Aanmerkingen.
11	id. id. 1 cel Grove	↓ S	beide n. vagi	17.2	19.9	5.1	3.9	2.7	
		O		13 9	14.2	3.5	3.6	0.3	4 perioden.
11′		↑ SP		17.1	20.5	5.3	4.2	3.4	
		OP		17.4	17.8	3.7	3.4	0.4	
12		↑ SP		16.9	19.1	4.4	4	2.2	
		OP		14.3	14.1	3.5	3 6	-0.2	
12′		↓ S		17	19	4.5	3.8	2	
		O		17.5	18	3.5	3.7	0.5	
13	id. id. 1 cel Grove	↓ S	n. vagus sinister	17	17.3	3.7	3.5	0.3	
		O		17.2	17.4	3.5	3.4	0.2	
13′		↑ S		17	17.4	3.5	3.6	0.4	
		O		17.1	17.4	3.6	3.5	0.3	
14	id. id. 2 cellen Grove	↑ S	n. vagus sinister	17.2	17.2	3.7	3.4	0	
		O		13 7	13.9	3.6	3 2	0.2	4 perioden.
14′		↓ S		17.2	17.6	3.7	3.6	0.4	
		O		17.2	17.5	3.6	3.4	0.3	
15		↓ S		17.2	17.4	3.7	3.4	0.2	
		O		17 2	17.2	3.4	3.4	0	
15′		↑ S		17.1	17	3.3	3.4	-0.1	
		O		16.9	17.4	3.7	3.4	0.5	
16	id. id. 4 cellen Grove	↓ S	n. vagus sinister	17	17.4	3 6	3.6	0.4	
		O		17.2	17	3 3	3.5	-0.2	
16′		↑ S		17	17	3.4	3.4	0	
		O		16.9	17.3	3.6	3.5	0.4	

Blad III. 1 uur 40 minuten, na doorsnijding der zenuwen. Het dier is onrustig, geeft nu en dan schokken, die, ook nadat door tracheotomie bezwaren der ademhaling zijn weggenomen, niet geheel ophouden.

Afwisselend één en beide zenuwen op niet polariseerbare electroden.

III. Nº.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste, (na latente werking)	2de	verschil b—a	Aanmerkingen
1	Constante stroom 1 cel Grove	↓ S	n. vagus dexter.	18.2	20.3	3.7	4.6	2.1	O ontbreekt.
		O							
1′		↑ S		18.4	20.3	4.5	4.1	1.9	
		O		19	19.2	4	3.8	0.2	
2		↑ S		18.3	20	4.3	4.1	1.7	
		O		18.8	19.6	4	4	0.8	
2′		↓ S		18.5	20.5	4.5	4.2	2	
		O		19	19.5	3.8	4	0.5	
3	id. id. 2 cellen Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	18.1	20.4	4.3	4.4	2.3	
		O		18,9	19.5	4.1	4	0.6	
3′		↑ S		18.4	19.4	3 8	4	1	O ontbreekt.
4		↑ S		18.1	19.6	4.2	3.9	1.5	
		O		18.6	19.5	3.8	4	0.9	
4′		↓ S		18.5	20.3	4.5	4.2	1.8	
		O		11.5	11.7	3.8	3.9	0.2	
5	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	18.6	20.8	4.8	4.2	2.2	
		O		19.2	19	3.8	3.8	-0.2	
5′		↑ O		18.6	20.8	4.8	4.3	2.2	
6		↑ S		18.5	18.6	3.7	3.7	0.1	
		O		18.6	20.2	3.7	4.5	1.6	
6′		↓ S		18.6	20.8	4.6	4.5	2.2	
		O		11.6	11.6	4	3.8	0	
7	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	beide n.n. vagi	18.4	22.8	5.7	4.5	4.4	
		O		19.4	19.5	4	3.8	0.1	
7′		↑ S		18.6	18.8	3.3	3.9	0.2	
		O		15	17.7	5.2	4.4	2.7	
8		↑ S		18.9	19.1	3.8	3.8	0.2	
8′		↓ S		18.5	22.6	5.4	4.7	4.1	
		O		8	7.9	3.9	4	-0.1	
9	id. id. 2 cellen Grove.	↓ S	beide n.n. vagi	18.8	23	5.6	4.6	4.2	
		O		19.6	20.6	4.4	4.1	1	
9′		↑ S		18.9	19.6	4	4	0.7	
		O		15.6	17.5	4.6	4.7	1.9	
10		↑ S		18.8	19.9	4.3	4	1.1	
		O		15.4	17.4	5	4.2	2	
10′		↓ S		19	22.8	5.3	4.5	3.3	
		O		12	12	3.8	4.1	0	

III. N°.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste, (na latente werking)	2de	verschil b—a	Aanmerkingen.
11	id. id. 1 cel Grove.	↓ S	beide n. n. vagi	18.9	22.3	5.1	4.7	3.4	
		O		15.9	16.2	4	4.2	0.3	
11′		↑ S		18.6	21.5	5.3	4.2	2.9	
		O		11.7	11.7	3.9	3.9	0	
12		↑ S		18.7	21.4	5.2	4.3	2.7	
		O		19.2	19.2	3.8	3.8	0	
12′		↓ S		18.7	21.3	5.2	4.4	2.6	
13	id. id 1 cel Grove	↓ S	n. vagus dexter.	18.6	21.6	5.1	4.3	3	
		O		19.5	20.5	4.3	4.2	1	
13′		↑ S		18.9	19.5	3.8	4	0.6	
		O		11.4	11.7	3.9	4	0.3	
14		↑ S		18.4	19.9	4.2	4.1	1.5	
		O		18.9	19.3	3.9	3.8	0 4	
14′		↓ O		19.6	20.2	4.2	4.2	0.6	S ontbreekt.
15	id. id. 2 cellen Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	18.6	18.5	3.7	3.8	-0.1?	
		O		14.9	14.9	3.8	3.6	0	
15′		↑ S		18.8	18.6	3.7	3.7	-0.2?	
		O		18.6	20.7	4.6	4.1	2.1	
16		↑ S		18.5	18.6	3.6	3.7	0.1	
		O		18.6	20.5	4.6	4.1	1 9	
16′		↓ S		18.8	20.8	4.7	4.3	2	
		O		15.4	15.8	3.8	4.1	0.4	
17	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	18.9	20.3	4.4	4	1.4	
		O		15.4	15 4	3.9	3.8	0	
17′		↑ S		18.7	18.9	3.8	3.8	0.2	
		O		18.7	21.4	4.8	4.4	2 7	
18		↑ S		18.4	18.9	4.1	3.6	0.5	
		O		18.6	20.8	4.9	4.1	2.2	
18′		↓ S		18.7	21.3	4.5	4.3	2.6	
		O		19.2	19.3	3.9	3.9	0.1	
19	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	n. vagus sinister.	18.6	19	4.3	4	1.2	
		O		11.3	11.4	3 9	3.8	0.1	
19′		↑ S		19	19.1	3.8	3.8	0.1	
		O		15.5	15.8	3.9	4.2	0.3	
19″		↑ S		11.4	11.9	4	4	0 5	
		O		7.8	7.6	3.8	3.8	0.2	
20	id. id. 3 cellen Grove.	↓ S	n. vagus sinister.	18	18.9	3.8	4	0.9	
		O		15.1	15.3	3.8	3.8	0.2	
20′		↑ S		15.1	15	3.9	3.6	-0.1	
		O		7.7	8	4.1	3.9	0.3	
20″		↑ S		18.4	18.9	3.7	3.9	0.5	

Blad IV, 2 uur 35′ na de doorsnijding der zenuwen. De schokken hebben nog niet geheel nagelaten.
Beide zenuwen op niet polariseerbare electroden, bij betrekkelijk zwakke stroomen geprikkeld.

IV. N°.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel.	b. ná prikkel.	perioden 1ste.	2de (na latente werking).	verschil b—a	Aanmerkingen.
1	Constante stroom 1 cel Grove met 2 × 20 m rheoch., als nevensluiting.	↓ S	beide nn. vagi?	18	21 5	5.1	4.2	3 5	gewone werking van electromagneet op den kamer.
		O		18.7	19.8	4.3	4	1.1	
1′		↑ S		18.5	20.8	4 8	4 2	2.3	
2		↑ S		18.7	20.5	4.1	4.7	1.8	
		O		18.7	19	3 9	3.9	0.8	
2′		↓ S		18.6	21.3	4.9	4.5	2.7	
		O		18 9	20.1	4 4	4 2	1.2	
3	id. id. 1 cel Grove. met 2 × 10 m. rheoch.	↓ S	id. id.	18.7	21.5	5.1	4.5	2.8	
		O		19.2	19 6	3.9	4.1	0 4	
3′		↑ S		18.7	20 2	4.1	4.3	1.5	
		O		19	18 8	3.8	3.6	-0.2	
4		↑ S		18.6	21.6	5.1	4.5	3	
		O		19	18.5	3.8	3 6	-0 5	nog verlenging.
4′		↓ S		18.9	21.9	5.3	4.6	3	
		O		19.3	20	4.3	4	0.7	
5	id. id. 1 cel Grove, met 5 × 2 m. rheoch.	↓ S	id. id.	18.7	22	5.2	4.5	3.3	
		O		19.1	19.8	3.9	4.1	0.7	
5′		↑ O		19 5	18 8	3.6	3.9	-0.7	S ↑ mislukt.
6		↑ S		18.2	21 2	5 3	4.1	3	
		O		18.6	19.1	3.9	3.8	0.5	
6′		↓ S		18.7	22.3			3.6	
7	id. id. 1 cel Grove, met 5 × 2 m. rheoch.	↓ S	id. id.	19	21.8	5.5	4.3	2 8	zonder werking der electromagneet op den kamer.
		O		19	19.7	4 1	3.9	0.7	
7′		↑ S		18 6	20.5	4 7	4.3	1.9	
		O		18 5	18.8	4	3.2	0.3	
8		↑ S		18 9	20.1	4 2	4 2	1.2	
		O		18.9	18.9	3.8	3.8	0	
8′		↓ S		19.2	22 5	5.7	4 5	3.3	
		O		18.8	20.4	4.5	4.3	1.6	
9	id. id. 1 cel Grove, met 10 × 2 m. rheoch.	↓ S	id. id.	18.7	21.9	5.3	4 5	3.2	
		O		19.1	20 1	4	3.4	1	
9′		↑ S		19.1	19.6	4.2	4	0.5	
		O		18 7	19	3 8	3 8	0.3	
10		↑ S		18.9	21.5	5 2	4.4	2 6	
		O		19	19.6	4.1	3.9	0.6	
10′		↓ S		19 3	22.3	5.3	4.5	3	
		O		19	20.6	4.5	4.1	1.6	

IV. Nº.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: *a.* vóór prikkel.	*b.* ná prikkel.	perioden 1ste.	2de (na latente werking).	verschil *b*—*a*	Aanmerkingen
11′	id. id.	↑ S	id. id.	19 2	21.7	5.1	4.3	2.5	11 ontbreekt.
	1 cel Grove,	O		18.9	19.7	4.2	4.1	0.8	
12	met 20 × 2 m. rheoch.	↑ S		19.1	20.1	4.5	4.2	1	
		O		19	20.2	4.1	4.2	1.2	
12′		↓ S		19.4	22.6	5.4	4 6	3.2	
		O		19.8	20.9	4.6	4.2	1.1	
13	id. id.	↓ S	id. id.	20.4	23.9	6.1	5	3.5	gewone werking van electro-magneetopdenkamer.
	1 cel Grove.	O		8.3	9	4.3	4 7	0.7	2 perioden.
13′	met 20 × 2 m. rheoch.	↑ S		18.9	20.7	4.5	4.4	1.8	
		O		11.7	11.9	3.9	4.1	0 2	3 perioden.
14		↑ S		20.3	20.2	4 3	4	-0.1	
		O		12.4	12	3.8	4.1	-0.4	
14′		↓ S		19.1	22 6	5.9	4.6	3.5	
		O		20	21.5	4.6	4.3	1.5	
15	id. id.	↓ S	id. id.	19.5	21.2	4.8	4.3	1.7	
	1 cel Grove,	O		11.8	13	4.7	4.1	1.2	
15′	met 10 × 2 m. rheoch.	↑ S		19.8	20.2	4.2	4 1	0.4	
		O		15.7	16.6	3.9	4.4	0.9	
16		↑ S		20.3	21 2	4.2	4.6	0.9	
		O		12.2	13.3	3.6	4.1	1.1	
16′		↓ S		11.8	12.7	4.2	4.3	0.9	
		O		7.7	8.6	4.4	4.2	0.9	
17	id. id.	↓ S	id. id.	19.5	20.2	4.3	4	0.7	
	1 cel Grove, met 5 × 2 m. rheoch.	O		19.7	20.4	4.3	3.9	0 7	

BIJLAGE II.

Konijn 4. Beide vagi zijn doorgesneden.
Prikkeling met constanten stroom bij verschillende stroomsterkten.
Niet polariseerbare electroden.
Blad I. Electroden, 1 ctm. van elkander, linker n. vagus, onmiddellijk na doorsnijding der beide n.n. vagi.

I. Nº.	Prikkel wijze	Prikkel van	Prikkel op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: *a.* vóór prikkel	*b.* ná prikkel	perioden 1ste, 2de (na latente werking)	verschil *b*−*a*	Aanmerkingen.
1	Constante stroom 1 cel Grove.	↓ S	n. vagus sinister.	19	19.2	4 ?	0.2	
		O		19	19.3	4	0.3	
2		↑ S		19	19.4	4	0.4	
		O		18.9	19.2	4	0.3	
3		↑ S		18.9	19.5	4.1	0.6	
		O		18.8	19.1	3.9	0.3	
4		↓ S		19	19.2	3.9	0.2	
		O		19	19.5	4	0.5	
5	id. id. 1 cel Grove.	↓ S	id. id.	19	19.3	3.9	0.3	
		O		19	19.2	3.8	0.2	
6		↑ S		18.9	19.3	4	0.4	
		O		18.8	19.2	4	0.4	
7		↑ S		19.1	19.4	3.9	0.3	
		O		19.1	19.5	4	0.4	
8		↓ S		18.9	19.5	4	0.6	
		O		19	19.2	4	0.2	
9	id. id. 2 cellen Grove.	↓ S	id. id.	18.8	19.7	4	0.9	
		O		19	19	3.8	0	
10		↑ S		18.9	18.9	3.8	0	
		O		18.8	19.3	4	0.5	
11		↑ S		18.8	19.4	4	0.6	
		O		19	19.2	3.9	0.2	
12		↓ S		18.7	19.4	4	0.7	
		O		19	19.5	4	0.5	
13	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	id. id.	18.8	19.4	4.1	0.6	
		O		19	19	3.8	0	
14		↑ S		19	18.7	3.8	-0.3	
		O		18.9	19.3	4	0.4	
15		↑ S		19	18.8	3.8	-0.2	
		O		18.8	19.4	4.1	0.6	
16		↓ S		19	19.5	4	0.5	
		O		19.2	19.2	3.9	0	
17	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	id. id.	19	19.7	4.2	0.7	
		O		18.9	18.9	4	0	
18		↑ S		18.7	18.7	3.8	0	
		O		18.7	19.4	4.1	0.7	

Blad II. Electroden, 1 ctm. van elkander; rechter zenuw (tijdens de proef van Blad I was deze tusschen de spieren geborgen en bleek daar eenigszins door plastische stof te zijn vastgekleefd).

II. Nº.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste, 2de (na latente werking)	verschil b—a	Aanmerkingen.
1	Constante stroom 1 cel Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	19.3	21.2	4.6	1.9	
		O		19.5	20.2	4.2	0.7	
2		↑ S		19.5	21.1	4.4 4 6	1.6	
		O		19.5	20.6	4.4	1.1	
3		↑ S		19.5	20.5	4.2	1	
		O		19.7	21 8	4.8	2.1	
4		↓ S		19.3	21	4.6	1 7	
		O		19.7	20.7	4.2	1	
5	id. id. 1 cel Grove.	↓ S	id. id.	19.6	21.2	4.5	1.6	
		O		19.6	21	4.5	1.4	
6		↑ S		19.4	20.9	4.5	1.5	
		O		19.7	20.6	4 4	0.9	
7		↑ S		19.5	20.3	4.2	0·8	
		O		19.6	21.4	4.6	1.8	
8		↓ S		19 6	21.8	4.7	2.2	
		O		19 6	20.6	4.4	1	
9	id. id. 2 cellen Grove.	↓ S	id. id.	19.6	22.3	5.1	2.7	
		O		19.8	19.7	4.1	-0.1	
10		↑ S		19.5	19.7	4.1	0.2	
		O		19.6	22 1	4.8	2.5	
11		↑ S		19.5	19.5	3.9	0	
		O		19.5	20.9	4.5	1.4	
12		↓ S		19 5	21	4.6	1.5	
		O		19.7	20	4.1	0.3	
13	id. id. 4 cellen Grove.	↓ S	id. id.	19.6	20.8	4.4	1.2	
		O		19.7	19.7	4	0	
14		↑ S		19.6	19.7	4	0.1	
		O		19 7	22	5	2.3	
15		↑ S		19 6	19.8	4	0.2	
		O		19.8	22.4	5.2	2 6	
16		↓ S		19.7	20 8	4.4	1.1	
		O		20	19.7	3.9	-0.3	
17	id. id. 1 cel Grove	↓ S	id. id.	19.7	20 6	4.3	0.9	
		O		19 9	20.7	4.2	0.8	
18		↑ S		20	19.7	4	-0.3	
		O		19.7	21.1	4.5	1.4	

Blad III. Electroden 1 centimeter van elkander, de bovenste nog 2 centimeters van de doorsnede der zenuw. Linker zenuw (als Blad I), 80 minuten na de doorsnijding: de zenuw was inmiddels, tijdens de proef van Blad II tusschen de spieren geborgen, maar werd hier niet vastgekleefd gevonden, zooals de rechter.

III. N°.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel.	b. ná prikkel	perioden 1ste.	2de (na latente werking).	verschil b—a.	Aanmerkingen.
1	Constante	↓ S	n. vagus	20 5	21.3	4.6		0.8	
	stroom	O	sinister	20.5	20.9	4.3		0.4	
2	1 cel Grove	↑ S		20.5	21	4 3		0.5	
		O		20 7	21.5	4.6		0.8	
3		↑ S		20.4	20 8	4.3		0.4	
		O		20.5	20 9	4.2	4.2	0.4	
4		↓ S		20.1	21.8	4.9		1.7	
		O		20.3	20.9	4.4		0.6	
5	id. id.	↓ S	id. id.	20.3	20 4	4 1?		0.1?	
	2 cellen	O		20.4	20.4	4 1?		0 ?	
6	Grove	↑ S		20.4	20.4	4.1		0	
		O		20.5	21.2	4.6		0.7	
7	id. id.	↓ S	id. id.	20.5	21.2	4.4		0.7	
	4 cellen	O		20 7	20.7	4.1		0	
8	Grove	↑ S		20.5	20.4	4 1		-0.1	
		O		20.4	21.6	4.6		1.2	
9	id. id.	↓ S	id. id.	20.5	21.4	4.5		0.9	Om de zenuw,
	1 cel Grove	O		20.3	20.8	4.3		0.5	nabij de door-
10		↑ S		20.6	20.7	4 2		0.1	snede, wordt een
		O		20.5	21.5	4.7		1	zijden draad vast-
11		↑ S		20.5	20.6	4 2		0.1	gesnoerd.
		O		20.7	21	4.2		0 3	
12		↓ S		20.6	21 5	4.4		0.9	
		O		20.7	20.8	4.2		0.1	
13	id. id.	↓ S	n. vagus	20.6	22	4.8		1.4	
	2 cellen	O	sinister	20.7	20 6	4.2		-0.1	
14	Grove	↑ S		20.7	20.7	4.1		0	
		O		20.6	21.7	4.7		1.1	
15	id. id.	↓ S	id. id.	20.6	21.1	4.4		0.5	
	4 ce len	O		20.7	20.7	4.1		0	
16	Grove	↑ S		20.6	20 5	4.1		-0.1	
		O		20.5	21.6	4.7		1.1	
17	id. id.	↓ S	id. id.	20 6	21.2	4.4		0.6	De bovenste elec-
		O		20.6	20.6	4.2		0	trode ligt bij de afgesnoerde plaats.

Blad IV. Rechter zenuw, 2 uren 30 minuten na de doorsnijding.

IV. N°.	Prikkel wijze	van		op	Duur in vijftienden eener secunde van: 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste, 2de (na latente werking)	verschil b—a	Aanmerkingen.
									1 ontbreekt.
2	Constante stroom	↓	S	n. vagus dexter.	21.2	21.9	4.2 4.7	0.7	Doorsnede der zenuw, 2 ctm.
	1 cel Grove.		O		21.3	21.4	4.3 4.2	0.1	over de electroden uitstekende.
3		↑	S		21.3	21 4	4.3 4.3	0.1	
			O		21	24.7	6 2 5	3.7	wellicht
4		↑	S		21 3	21.7	4.5 4.4	0.4	↑ O, S, O.
			O		21.3	23.5	5.4 4.8	2.2	
5		↓	S		21.3	21.3	4.3 4.2	0	
			O		21.2	22.1	4.7 4.4	0.9	
6	id. id.	↓	S	id. id.	21.2	23.5	5.3 4.8	2.3	
	2 cellen		O		21.1	22.5	4.9 4.4	1.4	
7	Grove.	↓ ?	S		21	23.3	5.4 4.6	2.3	
			O		21.3	21.1	4 2 4.3	-0.2	
8		↑	S		21	21	4.2 4.1	0	
			O		21.6	23.5	5.2 4.8	1.9	
9	id. id.	↑	S	id. id.	21.4	21.3	4.2 4.3	-0.1	Doorsnede der zenuw, nauwelijks over de electroden uitstekende.
	2 cellen		O		21.3	21.9	4.4 4 4	0.6	
10	Grove.	↓	S		21.2	23	5 4.7	1.8	
			O		21.4	21.3	4.2 4.3	-0.1	
11		↓	S		21.2	21.9	4.2 4.6	0.7	
			O		21.3	21 9	4.5 4.4	0.6	
12	id. id.	↓	S	id. id.	21.2	22.6	4.9 4.6	1.4	
	1 cel Grove.		O		21.4	21.3	4 3 4.3	-0.1	
13		↑	S		21.3	21.4	4.3 4.2	0.1	
			O		21.5	21 4	4.2 4 2	-0.1	
14		↑	S		21.5	21.5	4.3 4.3	0	
			O		21.4	21.6	4.4 4.3	0.2	
15		↓	S		21.4	22.3	4.4 4.6	0.9	
			O		21.4	21.5	4.3 4.2	0.1	
16	id. id.	↓	S	id. id.	21.4	22.7	4.6 4 6	1.3	
	1 cel Grove.		O		21.4	21.8	4.4 4.4	0.4	
17		↑	S		21.7	22	4 4 4.6	0.3	
			O		21.7	22	4.4 4.5	0.3	

Blad V. Rechter zenuw, bovenste electrode 1 ctm. van de doorsnede verwijderd, 3 uren 30 minuten na de doorsnijding der zenuw. Buiten de proef werd de zenuw steeds tusschen de spieren geborgen. Vóór N°. 9 werd de zenuw met keukenzout-oplossing van $\frac{1}{200}$ bevochtigd.

V. N°.	Prikkel wijze	Prikkel van	Prikkel op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel	b. ná prikkel	perioden 1ste, 2de (na latente werking)	verschil b—a	Aanmerkingen.
1	Constante stroom 1 cel Grove.	↓ S	n. vagus dexter.	21.2	23.6	5.5 4.6	2.4	
1'		↓ S		21.5	22.3	4.3 4.7	0.8	O ontbreekt.
		O		21.5	21.5	4 3 4.4	0	
2		↑ S		21.4	21.5	4.3 4.3	0.1	
		O		21.4	21.7	4.3 4.5	0.3	
3		↑ S		21.5	21 6	4.3 4.3	0.1	
		O		21.5	21.6	4 3 4.4	0.1	
4		↓ S		21.5	23.3	4.9 4.9	1.8	
		O		21.8	21.7	4.4 4.3	-0.1	
5		↓ S		21.5	22.3	4.6 4.6	0.8	
		O		21.8	21 8	4 4 4.3	0	
6		↑ S		21.6	21.7	4.3 4.4	0.1	
		O		21.7	21.5	4.2 4.4	-0.2	
7		↑ S		21.7	21.7	4.3 4.4	0	
		O		21 8	21.8	4.4 4 3	0	
8		↓ S		21.7	22.2	4.6 4.3	0.5	
		O		21.7	21.5	4.3 4.4	-0.2	
								Zoutoplossing 1/200, op de zenuw.
9	id. id.	↓ S	id. id.	21.8	23	4.9 4.6	1.2	O ?
10	1 cel Grove.	↑ S		21.8	21.8	4,5 4.3	0	
		O		21.7	22.3	4.5 4.5	0.6	
11		↑ S		22	21 9	4.3 4.4	-0.1	
		O		22	22.4	4.6 4.5	0.4	
12		↓ S		22.2	22.8	4.7 4.7	0 6	
		O		22.1	22	4.4 4.4	-0.1	
13		↓ S		22	22.4	4.4 4.7	0.4	14 ontbreekt.
		O		?	22	4.5 4.3	?	
15		↑ S		22	22	4.4 4.4	0	
		O		21.9	22.2	4.5 4.4	0.3	
16		↓ S		21.9	22.4	4.6 4.5	0 5	
		O		22	22.1	4.4 4.4	0.1	

Blad VI. Beide zenuwen, met de doorsneden verscheidene centimeters over de electroden heen hangende, en dus zoover mogelijk van de doorsneden geprikkeld.

VI. N°.	Prikkel wijze	van	op	Duur in vijftienden eener secunde van 5 perioden: a. vóór prikkel.	b. ná prikkel.	perioden 1ste.	2de (na latente werking).	verschil b—a	Aanmerkingen.
1	Constante	↓ S	beide	22.4	26.9	6.8		4.5	
	stroom	O	n. vagi	22 8	26.8	6 9.		4	
2	1 cel Grove,	↑ S		23	26	6.2		3	
	en 5 × 2 m.	O		23.3	24 4	5.3		1.1	
3	rheochord,	↑ S		23 5	27.4	7.1		3.9	
	als neven-	O		23.5	25	5.4		1 5	
4	sluiting	↓ S		23.6	26.5	6.3		2.9	
		O		23.5	24.8	5 2		1.3	
5	id. id. id.	↓ S	id. id.	23.9	28.1	7		4.2	
	1 cel Grove,	O		24 1	25.4	5.5		1.3	
6	met 10 × 2 m. rheoch,	↑ S		23.7	25 8	5.2	5.6	2.1	
	als neven-	O		23.9	24 8	5	5.2	0.9	
7	sluiting	↑ S		23 6	27.2	6 7	5.6	3.6	
		O		23 7	25	5.3	4.9	1.3	
8		↓ S		23.9	28.4	7.3	5.7	4.5	
		O		24.5	26.7	5.9	5.4	2.2	
9	id. id.	↓ S	id. id.	24.1	27.7	6.9	5.9	3.6	
	1 cel Grove,	O		24 5	25.7	5.4	5 3	1.2	
10	met 20 × 2 m. rheoch.,	↑ S		24 2	26.5	6	5.3	2 3	
	als neven-	O		24.4	26.2	5.8	5.3	1.8	
11	sluiting	↑ S		24.3	26 3	5 9	5.2	2	
		O		24.5	25.5	5.3	5.3	1	
12		↓ S		24 2	27 4	6.5	5.5	3.2	
		O		24.6	26.2	5.8	5.2	1.6	
13	id. id.	↓ S	id. id.	24.6	26.7	6	4.5	2.1	
	1 cel Grove,	O		24.7	28 8	6.7	6	4 1	
14	met 5 × 2 m. rheoch.,	↑ S		24 6	26	5.7	5 2	1 4	
	als neven-	O		24.8	25.7	5	5 5	0.9	
15	sluiting	↑ S		24 5	25.6	5 5	5 2	1.1	
		O		24.4	26.8	6.1	5.5	2.4	
16		↓ S		24.5	25.7	5.5	5.2	1.2	
		O		24.7	29.2	7.3	5.9	4.5	

OVER

DE BEWEGING VAN EEN ZWAAR LICHAAM

OM EEN VAST PUNT.

DOOR

Dr. P. VAN GEER.

I.

Wanneer het vaste rechthoekige coördinatenstelsel met den oorsprong in het vaste punt wordt gebracht, zoodanig dat de Z-as is gericht volgens de verticaal: en het veranderlijke stelsel volgens de drie hoofdassen voor dat punt, dan zijn de oorspronkelijke formulen, die de beweging van het lichaam uitdrukken *):

$$A\frac{dp}{dt} + (C - B)qr = mg(\beta c'' - \gamma c') \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$B\frac{dq}{dt} + (A - C)rp = mg(\gamma c - \alpha c'') \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$C\frac{dr}{dt} + (B - A)pq = mg(\alpha c' - \beta c) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Hierin zijn:

A, B, C, de momenten van inertie om de veranderlijke assen van X′, Y′, Z′, zijnde de hoofdassen van het lichaam voor het vaste punt:

p, q, r, de hoeksnelheden om die zelfde assen;

m, de massa van het lichaam;

g, de intensiteit der zwaartekracht;

---

*) Poisson, *Traité de mecanique*, II. no. 418.

α, β, γ, de coördinaten van het zwaartepunt op de veranderlijke assen;

c, c', c'', de cosinussen van de hoeken, die de Z-as maakt met de veranderlijke assen.

Door de hoeksnelheden uit te drukken in de Eulersche coördinaten ontstaan de bekende formulen:

$$p = Sin.\theta\, Sin.\varphi \frac{d\chi}{dt} - Cos.\varphi \frac{d\theta}{dt}, \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

$$q = Sin.\theta\, Cos.\varphi \frac{d\chi}{dt} + Sin.\varphi \frac{d\theta}{dt}, \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

$$r = \frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta \frac{d\chi}{dt}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

waarbij moet gevoegd worden:

$$c = -Sin.\theta\, Sin.\varphi\,,\quad c' = -Sin.\theta\, Cos.\varphi\,,\quad c'' = Cos.\theta \,.\,. \quad (7)$$

De negen formulen (1)—(7) zijn toereikend om de beweging van het lichaam te bepalen, als bevattende de tien onbekenden:

$$p,\ q,\ r,\quad c,\ c',\ c'',\quad \chi,\ \theta,\ \varphi,\ t.$$

Het doel der berekening is om de negen eersten in de laatste uit te drukken, dat is, om met behulp der zes laatste formulen de drie differentiaal-vergelijkingen der tweede orde te integreren.

In het algemeen kan de eliminatie der onbekenden niet volbracht worden; in den loop der bewerking zal blijken in welke bijzondere gevallen de mogelijkheid daartoe bestaat.

Beginnen wij door (1) met c, (2) met c', (3) met c'' te vermenigvuldigen en deze produkten op te tellen, dan vallen de tweede leden weg en de som wordt:

$$\mathrm{A}c\frac{dp}{dt} + \mathrm{B}c'\frac{dq}{dt} + \mathrm{C}c''\frac{dr}{dt} + (\mathrm{C}-\mathrm{B})cqr + (\mathrm{A}-\mathrm{C})c'rp$$
$$+ (\mathrm{B}-\mathrm{A})c''pq = 0;$$

of

$$\mathrm{A}\left[c\frac{dp}{dt} + p(c'r - c''q)\right] + \mathrm{B}\left[c'\frac{dq}{dt} + q(c''p - cr)\right]$$
$$+ \mathrm{C}\left[c''\frac{dr}{dt} + r(cq - c'p)\right] =$$

Nu is volgens bekende cinematische formulen:

$$\frac{dc}{dt}=c'r-c'p;\ \frac{dc'}{dt}=c''p-cr;\ \frac{dc''}{dt}=cq-c'p;$$

waardoor de voorgaande formule overgaat in:

$$A\left(c\frac{dp}{dt}+p\frac{dc}{dt}\right)+B\left(c'\frac{dq}{dt}+q\frac{dc'}{dt}\right)+C\left(c''\frac{dr}{dt}+r\frac{dc''}{dt}\right)=0,$$

of integrerende:

$$Acp+Bc'q+Cc''r=l\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (8)$$

Zijnde eene eerste integraal der vergelijkingen (1)—(3), waarin l de willekeurige constante.

In de tweede plaats vermenigvuldigen wij (1) met p, (2) met q, (3) met r en tellen op dan ontstaat:

$$Ap\frac{dp}{dt}+Bq\frac{dq}{dt}+Cr\frac{dr}{dt}=mg\Big[p(\beta c''-\gamma c')+q(\gamma c-\alpha c'')+r(\alpha c''-\beta c)\Big]$$

$$=mg[\alpha(rc'-qc'')+\beta(pc''-rc)+\gamma(qc-pc')]=$$

$$=mg\Big[-\alpha\left(Sin.\,\theta\, Cos.\,\varphi\frac{d\varphi}{dt}+Sin.\,\varphi\, Cos.\,\theta\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$+\beta\left(Sin.\,\theta\, Sin.\,\varphi\frac{d\varphi}{dt}-Cos.\,\varphi\, Cos.\,\theta\frac{d\theta}{dt}\right)-\gamma\, Sin.\,\theta\frac{d\theta}{dt}\Big];$$

gevende na integratie:

$$Ap^2+Bq^2+Cr^2=-2mg[\alpha Sin.\theta Sin.\varphi+\beta Sin.\theta Cos.\varphi-\gamma Cos.\theta]+h.(9)$$

zijnde een tweede integraal der vergelijkingen (1) en (3) met h tot willekeurige constante.

De beteekenis der vergelijkingen (8) en (9) ligt voor de hand, want de eerste drukt uit het *beginsel der sectoren* voor een vlak loodrecht op de richting der zwaartekracht; de tweede bevat het

beginsel der levendige krachten, omdat de factor van $2mg$ juist den verticalen afstand van het zwaartepunt tot het vaste punt voorstelt. Uitgaande van die beide beginselen had men dus terstond de vergelijkingen (8) en (9) kunnen opstellen.

De vergelijking (8) geeft door substitutie der waarden uit (4) — (7)

$$A\, Sin.\theta\, Sin.\varphi \left[Sin.\theta\, Sin.\varphi \frac{d\chi}{dt} - Cos.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right] +$$

$$+ B\, Sin.\theta\, Cos.\varphi \left[Sin.\theta\, Cos.\varphi \frac{d\chi}{dt} + Sin.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right] -$$

$$- C\, Cos.\theta \left[\frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta \frac{d\chi}{dt}\right] = l \;\ldots\ldots\; (10)$$

Evenzoo wordt (9):

$$A\left[Sin\,\theta\, Sin.\varphi \frac{d\chi}{dt} - Cos.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right]^2 + B\left[Sin.\theta\, Cos.\varphi \frac{d\chi}{dt} + Sin.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right]^2 +$$

$$+ C\left[\frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta \frac{d\chi}{dt}\right]^2$$

$$= - 2mg\,[\alpha\, Sin.\theta\, Sin.\varphi + \beta\, Sin.\theta\, Cos.\varphi - \gamma\, Cos.\theta] + h \;..\; (11)$$

Deze beide vergelijkingen kunnen nog eenigzins vereenvoudigd worden.

Vermenigvuldigt men daartoe (10) met $\frac{d\chi}{dt}$, en trekt dit produkt af van (11) dan wordt:

$$- A\, Cos.\varphi \frac{d\theta}{dt}\left[Sin.\theta\, Sin.\varphi \frac{d\chi}{dt} - Cos.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right] +$$

$$+ B Sin.\varphi \frac{d\theta}{dt}\left[Sin.\theta Cos.\varphi \frac{d\chi}{dt} + Sin.\varphi \frac{d\theta}{dt}\right] + C \frac{d\varphi}{dt}\left[\frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta \frac{d\chi}{dt}\right] =$$

$$- 2mg[\alpha Sin.\theta\, Sin.\varphi + \beta\, Sin.\theta\, Cos.\varphi - \gamma\, Cos.\theta] + h - l\frac{d\chi}{dt} \;..\; (12)$$

Na rangschikking worden de vergelijkingen (10) en (12):

$$\frac{d\chi}{dt}\left[Sin.^2\theta\,(A\,Sin.^2\varphi + B\,Cos.^2\varphi) + C\,Cos.^2\theta\right] +$$

$$+ Sin.\theta\,Sin.\varphi\,Cos.\varphi\frac{d\theta}{dt}(-A + B) - C\,Cos.\theta\frac{d\varphi}{dt} = l \,..\, (13)$$

$$\frac{d\chi}{dt}\frac{d\theta}{dt}\,Sin.\theta\,Sin.\varphi\,Cos.\varphi\,(-A + B) +$$

$$+ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 (A\,Cos.^2\varphi + B\,Sin.^2\varphi) + C\frac{d\varphi}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta\frac{d\chi}{dt}\right)$$

$$= -2mg\left[\alpha Sin.\theta Sin.\varphi + \beta Sin.\theta\,Cos.\varphi - \gamma Cos.\theta\right] + h - l\frac{d\chi}{dt} \,.\, (14)$$

Trekt men nu deze laatste vergelijking af van de voorgaande, die eerst met $\frac{d\chi}{dt}$ is vermenigvuldigd, dan blijft:

$$\left(\frac{d\chi}{dt}\right)^2\left[Sin.^2\theta\,(A\,Sin.^2\varphi + B\,Cos.^2\varphi) + C\,Cos.^2\theta\right] -$$

$$- \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 (A\,Cos.^2\varphi + B\,Sin.^2\varphi) - C\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 =$$

$$2mg\left[\alpha\,Sin.\theta\,Sin.\varphi + \beta\,Sin.\theta\,Cos\,\varphi - \gamma\,Cos.\theta\right] - h \,.\,.\, (15)$$

Van de drie vergelijkingen (13) — (15) kunnen twee willekeurig genomen worden, als onafhankelijke betrekkingen tusschen χ, θ, φ en t, zoodat nog ééne moet gevonden worden. Wellicht ware hier het *beginsel van den laatsten vermenigvuldiger* van JACOBI toe te passen, dat betrekking heeft op het geval, waar van drie differentiaal-vergelijkingen twee eerste integralen gevonden zijn, en hieruit de vermenigvuldiger voor de derde integraal moet bepaald worden; doch de samengesteldheid der bovenstaande vergelijkingen laat de toepassing van dat beginsel niet toe.

Om te trachten tot eene derde vergelijking te geraken kan men den volgenden weg inslaan.

Vermenigvuldigende (1) met Ap, (2) met Bq en (3) met Cr daarna optellende volgt:

$$A^2 p \frac{dp}{dt} + B^2 q \frac{dq}{dt} + C^2 r \frac{dr}{dt} =$$

$$= mg \left[Ap(\beta c'' - \gamma c') + Bq(\gamma c - \alpha c'') + Cr(\alpha c' - \beta c) \right]$$

$$= mg \left[\alpha(Cr c' - Bq c'') + \beta(Ap c'' - Cr c) + \gamma(Bq c - Ap c') \right]$$

$$= mg \left[\alpha \left\{ -C \frac{d\varphi}{dt} Sin.\,\theta\, Cos.\,\varphi + (C - B) \frac{d\chi}{dt} Sin.\,\theta\, Cos.\,\theta\, Cos.\,\varphi - \right.\right.$$

$$\left. - B \frac{d\theta}{dt} Cos.\,\theta\, Sin.\,\varphi \right\}$$

$$+ \beta \left\{ C \frac{d\varphi}{dt} Sin.\,\theta\, Sin.\,\varphi + (A - C) \frac{d\chi}{dt} Sin.\,\theta\, Cos.\,\theta\, Sin.\,\varphi - \right.$$

$$\left. - A \frac{d\theta}{dt} Cos.\,\theta\, Cos.\,\varphi \right\}$$

$$+ \gamma \left\{ (A - B) \frac{d\chi}{dt} Sin.^2\,\theta\, Sin.\,\varphi\, Cos.\,\varphi - \frac{d\theta}{dt} Sin.\,\theta \left(A\, Cos.^2\,\varphi + \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + B\, Sin.^2\,\varphi \right) \right] \right\} . (16)$$

Blijkbaar is deze vergelijking in hare algemeenheid ongeschikt voor eenige verdere berekening of herleiding. Het eerste lid is wel geschikt voor integratie, doch het integreren van het tweede lid blijft, wel is waar het eenige, maar toch onoverkomelijk struikelblok van het vraagstuk, zoodat slechts die bijzondere gevallen voor oplossing vatbaar zijn, waarbij de kwadratuur van dat tweede lid kan bepaald worden.

Daartoe maken wij in de eerste plaats de onderstelling, dat het zwaartepunt van het lichaam ligt op een der hoofdassen voor het vaste punt, of wat op hetzelfde neêrkomt, dat het vaste punt is genomen op eene der natuurlijke assen (hoofdassen voor het zwaartepunt) waarvoor de Z'-as kan genomen worden, dan

is $\alpha = \beta = 0$; hierdoor gaat de laatste vergelijking over in:

$$A^2 p\frac{dp}{dt} + B^2 q\frac{dq}{dt} + C^2 r\frac{dr}{dt} = -mg\gamma\, Sin.\theta \left\{ (B-A)\frac{d\chi}{dt} Sin.\theta Sin.\varphi Cos.\varphi + \frac{d\theta}{dt}(A Cos.^2\varphi + B Sin.^2\varphi) \right\}$$

Hoewel deze vergelijking veel eenvoudiger is, kan zij niet geïntegreerd worden; slechts door eene zoodanige onderstelling zal dit gelukken, waarbij φ uit het tweede lid geheel verdwijnt. Blijkbaar zal dit slechts dan plaats hebben, wanneer $A = B$ wordt gesteld, dat is wanneer in verband met de eerste onderstelling, het lichaam als van omwenteling wordt aangenomen. Dan wordt ook het tweede lid geschikt voor integratie en er komt:

$$A^2 (p^2 + q^2) + C^2 r = 2 A mg\gamma\, Cos.\theta + k \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

waarin k de willekeurige constante voorstelt. In het bijzonder geval, waartoe wij nu gekomen zijn, geeft deze vergelijking de derde integraal der drie differentiaal-vergelijkingen, waardoor de oplossing van het vraagstuk mogelijk wordt, zoodat op nieuw blijkt *) hoe alleen de beweging kan bepaald worden, wanneer het lichaam van omwenteling is en het vaste punt geplaatst op de omwentelings-as.

De vergelijking (9) geeft voor $\alpha = \beta = o$ en $A = B$,

$$A(p^2 + q^2) + Cr^2 = 2 mg\gamma\, Cos.\theta + h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Uit (17) en (18) volgt:

$$r^2 = \frac{k - A h}{C(C - A)} = n^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

of volgens (6):

$$\frac{d\varphi}{dt} - Cos.\theta \frac{d\chi}{dt} = n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

leerende de eenparigheid van de wenteling om de as, hetgeen ook terstond uit verg. (3) voortvloeit.

*) Poisson, II, n°. 425.

Verder geeft (18):

$$A(p^2 + q^2) = -Cn^2 + 2mg\gamma \, Cos.\theta + h;$$

of volgens (4) en (5):

$$A\left(Sin.^2\theta\left(\frac{d\chi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right) = -Cn^2 + 2mg\gamma \, Cos.\theta + h \ldots (21)$$

In dezelfde onderstelling gaat (8) over in:

$$A \, Sin.^2\theta \frac{d\chi}{dt} = Cn \, Cos.\theta + l \;\ldots\ldots\; (22)$$

Nemen we nu aan, dat het lichaam in beweging is gebracht door een koppel van impulsie loodrecht op de omwentelings-as en op dat oogenblik die as een hoek α met de verticaal maakte, zoodat voor $t = o$, $\theta = \alpha$, $\frac{d\chi}{dt} = o$, $\frac{d\theta}{dt} = o$, dan geven de vergelijkingen (21), (22) en (20):

$$\left.\begin{aligned} Sin.^2\theta\left(\frac{d\chi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 &= \frac{2mg\gamma}{A}(Cos.\theta - Cos.\alpha) \\ Sin.^2\theta\frac{d\chi}{dt} &= \frac{Cn}{A}(Cos.\theta - Cos.\alpha) \\ \frac{d\varphi}{dt} &= Cos.\theta\frac{d\chi}{dt} + n \end{aligned}\right\} \ldots (I)$$

Dit bekende stelsel vergelijkingen *) bepaalt het vraagstuk. Gebruik makende van de Jacobische theorie der elliptische functiën zullen we trachten de volledige oplossing der onbekenden te volbrengen.

---

*) Poisson, II, n°. 430.

II.

Door eliminatie van $\frac{d\chi}{dt}$ uit de beide eerste formulen (I) volgt:

$$Sin.^2\theta\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=(Cos.\theta-Cos.\alpha)\left\{\frac{2mg\gamma}{A}Sin.^2\theta-\left(\frac{Cn}{A}\right)^2(Cos.\theta-Cos.\alpha)\right\}$$

$$=\frac{2mg\gamma}{A}(Cos.\theta-Cos.\alpha)\left\{Sin.^2\theta-\frac{C^2n^2}{2Amg\gamma}(Cos.\theta-Cos.\alpha)\right\}.$$

Stellende hierin:

$$\frac{A}{mg}=l, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

$$\frac{C^2n^2}{2Amg\gamma}=\left(\frac{Cn}{A}\right)^2\frac{A}{m\gamma}\cdot\frac{1}{2g}=\left(\frac{Cn}{A}\right)^2\frac{l}{2g}=\alpha^2, \quad \ldots \quad (24)$$

wordt:

$$\left(Sin.\theta\frac{d\theta}{dt}\right)^2=\frac{2g}{l}(Cos.\theta-Cos.\alpha)\left\{Sin.^2\theta-\alpha^2(Cos.\theta-Cos.\alpha)\right\}$$

en

$$dt=\sqrt{\frac{l}{2g}}\frac{Sin.\theta\,d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta-Cos.\alpha)\left\{Sin.^2\theta-\alpha^2(Cos.\theta-Cos.\alpha)\right\}}} \quad \ldots (25)$$

Volgens (23) stelt l voor de schommelings-lengte van het lichaam om eene horizontale as door het vaste punt. Dit wordt bevestigd door de formule (25) die de gewone slingerbeweging geeft, in het geval dat aan het lichaam geene omwentelende beweging is medegedeeld zoodat n en a nul worden.

Verder volgt uit de formulen (I) en (25):

$$d\chi=\frac{Cn}{A}\frac{Cos.\theta-Cos.\alpha}{Sin.^2\theta}dt$$

$$=\frac{Cn}{A}\sqrt{\frac{l}{2g}}\frac{(Cos.\theta-Cos.\alpha)\,Sin.\theta\,d\theta}{(1-Cos.^2\theta)\sqrt{(Cos.\theta-Cos.\alpha)\left\{Sin.^2\theta-\alpha^2(Cos.\theta-Cos.\alpha)\right\}}}$$

of door splitsing der breuk in twee andere:

$$d\chi = \tfrac{1}{2}a\left[\frac{1-Cos.\alpha}{1-Cos.\theta}\,\frac{Sin.\theta\, d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta - Cos.\alpha)\{Sin.^2\theta - a^2(Cos.\theta - Cos.\alpha)\}}}\right.$$

$$\left. - \frac{1+Cos.\alpha}{1+Cos.\theta}\,\frac{Sin.\theta\, d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta - Cos.\alpha)\{Sin.^2\theta - a^2(Cos.\theta - Cos.\alpha)\}}}\right] \quad (26)$$

Eindelijk wordt:

$$d\varphi = ndt + Cos.\theta\, d\chi = \left(n + \frac{Cn}{A}\,\frac{Cos.^2\theta - Cos.\alpha\, Cos.\theta}{Sin.^2\theta}\right)dt$$

$$= \left[n\left(1 - \frac{C}{A}\right) + \frac{Cn}{A}\,\frac{1 - Cos.\alpha\, Cos.\theta}{1 - Cos.^2\theta}\right]dt$$

$$= n\left(1 - \frac{C}{A}\right)dt + \frac{Cn}{2A}\left(\frac{1 - Cos.\alpha}{1 - Cos.} + \frac{1 + Cos.\alpha}{1 + Cos.\theta}\right)dt\,;$$

of

$$d\varphi = n\left(1 - \frac{C}{A}\right)dt +$$

$$+ \tfrac{1}{2}a\left[\frac{1-Cos.\alpha}{1-Cos.\theta}\,\frac{Sin.\theta\, d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta - Cos.\alpha)\{Sin.^2\theta - a^2(Cos. - Cos.\alpha)\}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1+Cos\,\alpha}{1+Cos.\theta}\,\frac{Sin.\theta\, d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta - Cos.\alpha)\{Sin.^2\theta - a^2(Cos.\theta - Cos\,\alpha)\}}}\right] \quad (27)$$

De eenige in de formulen (25)—(27) te herleiden vorm is:

$$\frac{Sin.\theta\, d\theta}{\sqrt{(Cos.\theta - Cos.\alpha)\,\{Sin.^2\theta - a^2\,(Cos.\theta - Cos.\alpha)\}}},$$

waarvoor geschreven kan worden:

$$-\frac{d\,.\,Cos.\theta}{\sqrt{-(Cos.\theta - Cos.\alpha)\,\{Cos.^2\theta + a^2\,Cos.\theta - (1 + a^2\,Cos.\alpha)\}}}$$

stellende

$$Cos.\,\theta = x \quad , \quad Cos.\,\alpha = x_0, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

wordt dit:

$$-\frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)\,\{x^2+a^2\,x-(1+a^2\,x_0)\}}}$$

of:

$$-\frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)\,(x-x_1)\,(x-x_2)}}.$$

Hierin is:

$$x_1 + x_2 = -a^2 \quad , \quad x_1\,x_2 = -(1+a^2\,x_0)$$

gevende

$$x_2 = -\frac{1-x_0\,x_1}{x_1-x_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

$$a^2 = \frac{1-x_1{}^2}{x_1-x_0}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

De bestaanbaarheid van den wortelvorm eischt

$$x_0 < x < x_1 < 1$$

zoodat mag gesteld worden

$$x_1 = Cos.\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

als wanneer

$$\frac{\pi}{2} > \alpha > \theta > \beta,$$

of

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \theta < \beta,$$

naarmate de cosinussen gelijktijdig positief of negatief zijn.

Hieruit blijkt, dat α en β de grenzen zijn waartusschen θ voortdurend besloten blijft. De waarde van β uitgedrukt in de gegevens van het vraagstuk is:

$$Cos.\,\beta = -\tfrac{1}{2}a^2 + \sqrt{1 + a^2\,x_0 + \tfrac{1}{4}a^4},$$

zoodat vóór de oplossing de grenswaarden van den hoek θ kunnen bepaald worden.

De vergelijkingen (25)—(27) worden nu:

$$dt = -\sqrt{\frac{l}{2g}} \frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} \quad . \; (32)$$

$$d\chi = -\tfrac{1}{2} a \left[\frac{1-x_0}{1-x} \frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1+x_0}{1+x} \frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} \right] \; . \; . \; . \; (33)$$

$$d\varphi = x\left(1-\frac{C}{A}\right)dt - \tfrac{1}{2} a \left[\frac{1-x_0}{1-x} \frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1+x_0}{1+x} \frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} \right] \; . \; . \; . \; (34)$$

Deze formulen, die de oplossing van het vraagstuk bevatten zijn geschikt voor herleiding tot elliptische integralen als bevattende onder het wortelteeken eene algebraische uitdrukking van den derden graad.

III.

Op twee wijzen kan de bovengenoemde herleiding tot stand gebracht worden *).

Voor beide substitutiën is:

$$k^2 = \frac{x_1 - x_0}{x_2 - x_0};$$

---

*) Durège, *Theorie der elliptischen Functionen*, § 22 en § 76. Daar dit werk in het vervolg dikwijls zal aangehaald worden, zal het eenvoudig door de letter D worden aangeduid.

en dan voor de *eerste:*

$$Sin.^2\sigma = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1},\ Cos.^2\sigma = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0},\ \Delta^2\sigma = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2},$$

$$-\frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} = +\frac{2}{\sqrt{x_1 - x_2}}\frac{d\sigma}{\Delta\sigma}.$$

Voor de *tweede* substitutie:

$$Sin.^2\omega = \frac{1}{k^2}\frac{x - x_0}{x - x_2} = \frac{Cos.^2\sigma}{\Delta^2\sigma};$$

$$-\frac{dx}{\sqrt{-(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}} = -\frac{2}{\sqrt{x_1 - x_2}}\frac{d\omega}{\Delta\omega}.$$

Wanneer nu alles weer wordt uitgedrukt in de hoeken θ, α en β dan is volgens de formulen (28)—(31)

$$x_2 = -\frac{1 - Cos.\alpha\, Cos.\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha},\ a^2 = \frac{Sin.^2\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha} \ldots (35)$$

$$x_1 - x_2 = \frac{1 - 2\, Cos.\alpha\, Cos.\beta + Cos.^2\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha}, \ldots\ldots (36)$$

$$k^2 = \frac{(Cos.\beta - Cos\alpha)^2}{1 - 2\, Cos.\alpha Cos.\beta + Cos.^2\beta} = \frac{(Cos.\beta - Cos.\alpha)^2}{(Cos.\beta - Cos.\alpha)^2 + Sin.^2\alpha} \ldots (37)$$

$$k'^2 = 1 - k^2 = \frac{Sin.^2\alpha}{1 - 2\, Cos.\alpha\, Cos.\beta + Cos.^2\beta} \ldots (38)$$

Hierdoor geeft de formule (32)
met de *eerste* substitutie:

$$dt = +2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1 - 2\, Cos.\alpha\, Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\frac{d\sigma}{\Delta\sigma};$$

of

$$t = 2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-2Cos\,\alpha Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\int_{\sigma_0}^{\sigma}\frac{d\sigma}{\Delta\sigma}; \quad (39)$$

met de *tweede* substitutie:

$$dt = -2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\frac{d\omega}{\Delta\omega},$$

$$t = -2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-2Cos.\alpha Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\Delta\omega}. \quad (40)$$

Bij de eerste substitutie is:

$$Sin.^2\sigma = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1},$$

dus

$$\left.\begin{array}{l} x = x_0\,Sin.^2\sigma + x_1\,Cos.^2\sigma \\ \text{of} \\ Cos.\,\theta = Cos.\,\alpha\,Sin.^2\sigma + Cos.\,\beta\,Cos.^2\sigma, \end{array}\right\} \quad \ldots (41)$$

waarin voor $\sigma = 0$, $\theta = \beta$.

Stelt men

$$\int_0^{\sigma}\frac{d\sigma}{\Delta\sigma} = u,$$

dan wordt

$$t = 2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\,u,$$

of stellende

$$2\sqrt{\frac{l}{2g}}\sqrt{\frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}} = M, \quad . \quad (42)$$

$$t = M\,u;$$

waarbij is aangenomen, dat men den tijd begint te tellen op het oogenblik, dat de hoek θ zijn kleinste waarde β bezit.

Zij T de halve schommeltijd, dat is de tijd die noodig is, opdat de hoek θ van de kleinste waarde β tot de grootste α komt, zoodat voor $\theta = \alpha$, $\sigma = \frac{\pi}{2}$, en

$$u = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\sigma}{\Delta\sigma} = \mathrm{K},$$

wordt, dan is

$$\mathrm{T} = \mathrm{M}\,\mathrm{K},$$

waaruit volgt:

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{K}},$$

$$t = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{K}}\,u, \quad u = \mathrm{K}\frac{t}{\mathrm{T}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

en

$$\sigma = am\,\mathrm{K}\frac{t}{\mathrm{T}}.$$

Hierdoor wordt volgens (41)

$$Cos.\,\theta = Cos.\,\alpha\; Sin.^2\left(am\,\mathrm{K}\frac{t}{\mathrm{T}}\right) + Cos.\,\beta\; Cos.^2\left(am\,\mathrm{K}\frac{t}{\mathrm{T}}\right) \ldots (44)$$

zoodat de hoek θ is uitgedrukt in t.

De formule (40) geeft niet zulke eenvoudige uitkomsten. Daarbij is

$$Sin.^2\omega = \frac{1}{k^2}\,\frac{x - x_0}{x - x_2},$$

dus

$$x = \frac{x_0 - k^2\,Sin.^2\omega\,.\,x_2}{1 - k^2\,Sin.^2\omega} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

of

$$Cos.\,\theta = \frac{Cos.\,\alpha + k^2\,\dfrac{1 - Cos.\,\alpha\; Cos.\,\beta}{Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha}\,Sin.^2\omega}{1 - k^2\,Sin.^2\omega}.$$

Hierin is voor $\omega = 0$, $\theta = \alpha$, zoodat de tijd begint te tellen, wanneer θ zijne *grootste* waarde α heeft, dat is op het oogenblik der impulsie. Stellende dan

$$\int_0^\omega \frac{d\,\omega}{\Delta\,\omega} = u_1\,,$$

wordt

$$t = -\,M u_1 = -\,\frac{T}{K}\,u_1\,,\ u_1 = -\,K\,\frac{t}{T}\ \ldots\ (46)$$

en

$$\omega = am\left(-\,K\frac{t}{T}\right)$$

zoodat $u_1 = -\,u$ mag gesteld worden, wanneer te gelijk de aanvang van de tijdsrekening wordt verplaatst, van de grootste waarde van θ naar de kleinste waarde.

Voor de berekening van θ blijft dus de formule (44) de meest geschikte. Zij komt geheel overeen met de formule voor den bolvormigen slinger (Zie DURÈGE, *theor. der ellipt. Funct.* § 76, *n.* (24)), zoodat alle uitkomsten daar verkregen, ook hier geldig zijn. De beweging heeft zoodanig plaats, dat de hoek θ in omgekeerde volgorde van de grootste waarde α tot de kleinste β afneemt, als hij van β tot α is gekomen, en na verloop van den tijd 2 T steeds dezelfde waarden van θ periodiek terugkeeren. De berekening der formule (44) wordt ter genoemde plaatse uitvoerig opgegeven.

IV.

Wij gaan over tot de herleiding der meer samengestelde hoofd-formulen (33) en (34). De *eerste* substitutie volbrengende wordt volgens (41):

$$\frac{1-x_0}{1-x} = \frac{1-x_0}{1-x_1+(x_1-x_0)Sin.^2\sigma} = \frac{1-Cos.\alpha}{1-Cos.\beta}\,\frac{1}{1+\dfrac{Cos.\beta-Cos\,\alpha}{1-Cos.\beta}Sin.^2\sigma},$$

$$\frac{1+x_0}{1+x}=\frac{1+x_0}{1+x_1+(x_0-x_1)Sin.^2\sigma}=\frac{1+Cos.\alpha}{1+Cos.\beta}\cdot\frac{1}{1-\frac{Cos.\beta-Cos.\alpha}{1+Cos.\beta}Sin.^2\sigma}.$$

Stellende hierin:

$$\frac{Cos.\beta-Cos.\alpha}{1-Cos.\beta}=n_1\ ,\ -\frac{Cos.\beta-Cos.\alpha}{1+Cos.\beta}=n_2\ ,$$

dan wordt lettende op (35) en (36):

$$\chi=\frac{Sin.\beta}{\sqrt{1-2Cos.\alpha Cos.\beta+Cos.^2\beta}}\left[\frac{1-Cos.\alpha}{1-Cos.\beta}\int\frac{d\sigma}{(1+n_1 Sin.^2\sigma)\Delta\sigma}-\right.$$

$$\left.-\frac{1+Cos.\alpha}{1+Cos.\beta}\int\frac{d\sigma}{(1+n_2 Sin.^2\sigma)\Delta\sigma}\right]\ .\ .\ .\ (47)$$

Evenzoo geeft formule (34):

$$\varphi=n\left(1-\frac{C}{A}\right)t+$$

$$+\frac{Sin.\beta}{\sqrt{1-2Cos.\alpha Cos.\beta+Cos.^2\beta}}\left[\frac{1-Cos.\alpha}{1-Cos.\beta}\int\frac{d\sigma}{(1+n_1 Sin.^2\sigma)\Delta\sigma}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+Cos.\alpha}{1+Cos.\beta}\int\frac{d\sigma}{(1+n_2 Sin.^2\sigma)\Delta\sigma}\right]\ .\ .\ .\ (48)$$

Nemende nu de tweede substitutie, dan volgt uit (45):

$$\frac{1-x_0}{1-x}=\frac{(1-x_0)(1-k^2 Sin.^2\omega)}{1-x_0-k^2 Sin.^2\omega(1-x_2)}=\frac{1-k^2 Sin.^2\omega}{1-\frac{1+Cos.\beta}{Cos.\beta-Cos.\alpha}.k^2 Sin.^2\omega},$$

$$\frac{1+x_0}{1+x}=\frac{(1+x_0)(1-k^2 Sin.^2\omega)}{1+x_0-(1+x_2)k^2 Sin.^2\omega}=\frac{1-k^2 Sin.^2\omega}{1+\frac{1-Cos.\beta}{Cos.\beta-Cos.\alpha}k^2 Sin.^2\omega}.$$

Stellende nu:

$$-k^2\frac{1+Cos.\beta}{Cos.\beta-Cos.\alpha}=m_1\ ,\ +k^2\frac{1-Cos.\beta}{Cos.\beta-Cos.\alpha}=m_2\ .\ .\ (49)$$

wordt;

$$\frac{1-x_0}{1-x}=\frac{\Delta^2\omega}{1+m_1\,Sin.^2\omega},$$

$$\frac{1+x_0}{1+x}=\frac{\Delta^2\omega}{1+m_2\,Sin.^2\omega};$$

zoodat de formulen (33) en (34) overgaan in:

$$\chi=-\frac{Sin.\beta}{\sqrt{1-2Cos.\alpha\,Cos.\beta+Cos.^2\beta}}\left\{\int\frac{\Delta^2\omega\,d\omega}{(1+m_1\,Sin.^2\omega)\Delta\omega}-\right.$$

$$\left.-\int\frac{\Delta^2\omega\,d\omega}{(1+m_2\,Sin.^2\omega)\Delta\omega}\right\}\;\ldots\ldots\;(50)$$

$$\varphi=n\left(1-\frac{C}{A}\right)t-\frac{Sin.\beta}{\sqrt{1-2Cos.\alpha Cos.\beta+Cos.^2\beta}}\left\{\int\frac{\Delta^2\omega\,d\omega}{(1+m_1Sin.^2\omega)\Delta\omega}+\right.$$

$$\left.+\int\frac{\Delta^2\omega\,d\omega}{(1+m_2Sin.^2\omega)\Delta\omega}\right\}\;\ldots\ldots\;(51)$$

De formulen (50) en (51) eenvoudiger zijnde dan de formulen (47) en (48), zoo zullen wij in het vervolg alleen van de *tweede* substitutie gebruik maken en tot grondslag der verdere berekeningen de formulen (50) en (51) in verband met (49) nemen.

De integralen in deze formulen kunnen terstond tot elliptische integralen der derde soort herleid worden, die m_1 of m_2 tot *parameter* hebben.

Omdat volgens (49)

$$-1<m_1<-k^2,$$
$$0<m_2<\infty,$$

behooren al deze integralen tot de klasse der *intégrales à paramètre circulaire.*

Volgens D. § 69 moet nu gesteld worden:

$$\left.\begin{aligned}m_1&=-k^2\,Sin.^2\,am\,(ia_1+K)\\ m_2&=-k^2\,Sin.^2\,am\,(ia_2)\end{aligned}\right\}\;\ldots\ldots\;(52)$$

Verder is voor het geval (D. § 78 (29)):

$$m = - k^2 \, Sin.^2 \, am\, a\,,$$

$$\int_0^u \frac{\Delta^2 \omega d\omega}{(1 + m\, Sin.^2 \omega) \Delta \omega} = u_1 - \frac{Cotg.\, am\, a}{\Delta\, am\, a} \Pi (u_1\, a)\,,$$

waarin

$$u_1 = \int_0^u \frac{d\omega}{\Delta \omega}\,.$$

Derhalve

$$\int_0^u \frac{\Delta^2 \omega d\omega}{(1 + m_1\, Sin.^2 \omega) \Delta \omega} = u_1 - \frac{Cotg. am(ia_1 + K)}{\Delta\, am(ia_1 + K)} \Pi (u_1, ia_1 + K)$$

$$\int_0^u \frac{\Delta^2 \omega d\omega}{(1 + m_2\, Sin.^2 \omega) \Delta \omega} = u_1 - \frac{Cotg.\, am(ia_2)}{\Delta\, am(ia_2)} \Pi (u_1\, , ia_2).$$

Maar volgens de formulen D. (18) § 10 is:

$$\frac{Cotg. am(ia_1 + K)}{\Delta\, am(ia_1 + K)} = - i \frac{Sin.\, am(u_1 k') \Delta\, am(a_1 k')}{Cos.\, am(a_1 k')}\,,$$

en volgens D. (12) § 8:

$$\frac{Cotg.\, am(ia_2)}{\Delta\, am(ia_2)} = - i \frac{Cos.\, am(a_2 k')}{Sin.\, am(a_2 k') \Delta\, am(a_2 k')}\,.$$

waarin k' gegeven wordt door de formule (38).

Door substitutie wordt dus:

$$\int_0^u \frac{\Delta^2 \omega d\omega}{(1+m_1 Sin.^2\omega) \Delta\omega} = u_1 + i \frac{Sin.am(a_1 k')\Delta am(a_1 k')}{Cos.\, am(a_1 k')} \Pi(u_1, ia_1 + K). (53)$$

$$\int_0^u \frac{\Delta^2 \omega d\omega}{(1+m_2 Sin.^2\omega)\Delta\omega} = u_1 + i \frac{Cos. am(a_2 k')}{Sin.am(a_2 k')\Delta am(a_2 k')} \Pi(u_1, ia_2). (54)$$

Tevens is volgens D. (18) § 10:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta^2 am(a_1 k') &= \frac{1}{Sin.^2 am(ia_1+K)} = -\frac{k^2}{m_1} = \frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1+Cos.\beta} \\
Sin.^2 am(a_1 k') &= \frac{1-\Delta^2}{k'^2} = \frac{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}{(1-Cos.\alpha)(1+Cos.\beta)} \\
Cos.^2 am(a_1 k') &= \frac{(Cos.\beta - Cos.\alpha)(1-Cos.\beta)}{(1-Cos.\alpha)(1+Cos.\beta)}
\end{aligned}\right\} . (55)$$

Evenzoo volgens D. (12) § 8.

$$\left.\begin{aligned}
Cos.^2 am(a_2 k') &= \frac{1}{Cos.^2 am(ia_2)} = \frac{k^2}{m_1+k^2} = \frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1-Cos.\alpha} \\
Sin.^2 am(a_2 k') &= \frac{1-Cos.\beta}{1-Cos.\alpha} \\
\Delta^2 am(a_2 k') &= \frac{(Cos.\beta - Cos.\alpha)(1+Cos.\beta)}{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}
\end{aligned}\right\} . (56)$$

Door overbrenging der waarden uit (55) in (53) en uit (56) in (54) volgt:

$$\int_0^\omega \frac{\Delta^2\omega\, d\omega}{(1+m_1 Sin.^2\omega)\,\Delta\omega} = u_1 + \frac{\sqrt{1-2Cos.\alpha Cos.\beta + Cos.^2\beta}}{Sin.\beta}\, i\Pi(u_1, ia_1+K),$$

$$\int_0^\omega \frac{\Delta^2\omega\, d\omega}{(1+m_2 Sin.^2\omega)\,\Delta\omega} = u_1 + \frac{\sqrt{1-2Cos.\alpha Cos.\beta + Cos.^2\beta}}{Sin.\beta}\, i\Pi(u_1, ia_2);$$

zoodat de formulen (50) en (51), wanneer de oorsprong van tijd wordt genomen voor $\theta = \alpha$, overgaan in

$$\chi = -\{i\Pi(u_1, ia_1 + K) - i\Pi(u_1, ia_2)\}$$

$$\psi = n\left(1 - \frac{C}{A}\right)t - 2\frac{Sin.\beta}{\sqrt{1-2\,Cos.\alpha\,Cos.\beta + Cos.^2\beta}}\, u_1 -$$

$$-\{i\Pi(u_1, ia_2 + K) + i\Pi(u_1, ia_2)\}.$$

In deze laatste formule is volgens (46) en (24)

$$n\frac{C}{A}t = -n\frac{C}{A}Mu_1 = -a\sqrt{\frac{2g}{l}}Mu_1$$

en nu volgens de waarde van M uit (42) en van a uit (35)

$$\frac{nC}{A}t = -2\frac{Sin.\,\beta}{\sqrt{1-2\,Cos.\,\alpha\,Cos.\,\beta + Cos.^2\beta}}u_1,$$

zoodat φ deze eenvoudiger waarde verkrijgt:

$$\varphi = nt - \{i\Pi(u_1, ia_2 + K) + i\Pi(u, ia_2)\}.$$

Stellen wij nu nog $u_1 = -u$, door volgens eene vroeger gemaakte opmerking, den oorsprong van tijd te verplaatsen van $\theta = \alpha$ naar $\theta = \beta$, en bedenken daarbij dat:

$$\Pi(-u, a) = -\Pi(u, a),$$

zoo volgt

$$\chi = i\Pi(u, ia_1 + K) - i\Pi(u, ia_2). \; . \; . \; . \; . \; . \; (57)$$

$$\varphi = nt + i\Pi(u, ia_1 + K) + i\Pi(u, ia_2) \; . \; . \; . \; . \; (58)$$

welke vrij eenvoudige formulen moeten dienen om de waarde van χ en φ in den tijd uit te drukken.

Beide zijn hier gegeven in de Jacobische functie Π, die samenhangt met de elliptische integralen van de derde soort.

V.

Schrijven wij voor de verdere berekening de formulen (57) en (58) in den vorm:

$$\chi = i\{\Pi(u, ia_1 + K) - \Pi(u, ia_2)\} \; . \; . \; . \; . \; . \; (59)$$

$$\varphi = nt + i\{\Pi(u, ia_1 + K) + \Pi(u, ia_2)\}, \; . \; . \; . \; (60)$$

en maken verder gebruik van een optellings-theorema, nl.: (JACOBI, *Fundamenta nova*, § 54).

$$\Pi(u,a)+\Pi(u,b)=\Pi(u,a+b)+uk^2\,Sin.am\,a\,Sin.am\,b\,Sin.am(a+b)$$

$$+\tfrac{1}{2}\log\frac{\theta(a-u)\,\theta(b-u)\,\theta(a+b+u)}{\theta(a+u)\,\theta(b+u)\,\theta(a+b-u)}.$$

Door toepassing hiervan wordt:

$$\Pi(u,ia_1+K)\mp\Pi(u,ia_2)=$$

$$\Pi\big(u,i(a_1\mp a_2)+K\big)\mp uk^2\,Sin.am(ia_1+K)Sin.am(ia_2)Sin.am\big(i(a_1\mp a_2)+K\big)$$

$$+\tfrac{1}{2}\log\frac{\theta(u-ia_1-K)\,\theta(u\pm ia_2)}{\theta(u+ia_1+K)\,\theta(u\mp ia_2)}\cdot\frac{\theta\big(i(a_1\mp a_2)+K+u\big)}{\theta\big(i(a_1\mp a_2)+K-u\big)}\cdot \quad (61)$$

Men heeft ook de herleidingsformule: (SCHLÖMILCH, *Comp. der h. Anal.* II, bladz. 464)

$$i\,\Pi(u,ia+K)=u\Big[\frac{-k'^2\,Sin.am(ak')\,Cos.am(ak')}{\Delta\,am(ak')}+$$

$$+\frac{\pi a}{2KK'}+Z(ak')\Big]+\frac{i}{2}\log\frac{\theta(u-K-ia)}{\theta(u+K+ia)};$$

waaruit volgt, daarbij bedenkende dat $\theta(-u)=\theta(u)$:

$$i\Pi\big(u,i(a_1\mp a_2)+K\big)=u\Big[\frac{-k'^2Sin.am(a_1\mp a_2,k')\,Cos.am(a_1\mp a_2,k')}{\Delta\,am(a_1\mp a_2,k')}+$$

$$+\frac{\pi(a_1\mp a_2)}{2\,K'K'}+Z(a_1\mp a_2,k')\Big]+\frac{i}{2}\log\frac{\theta\big(i(a_1\mp a_2)+K-u\big)}{\theta\big(i(a_1\mp a_2)+K+u\big)}.$$

Hierdoor gaat form. (61) over in:

$$i\{\Pi(u,ia_1+k)\mp\Pi(u,ia_2)\}=u\Big[-\frac{k'^2Sin.am(a_1\mp a_2,k')\,Cos.am(a_1\mp a_2,k')}{\Delta\,am(a_1\mp a_2,k')}\mp$$

$$\mp ik^2\,Sin.am(ia_1+K)Sin.am(ia_2)Sin.am\big(i(a_1\mp a_2)+K\big)+\frac{\pi(a_1\mp a_2)}{2\,KK'}+$$

$$+Z(a_1\mp a_2,k')\Big]+\frac{i}{2}\log\frac{\theta(u-ia_1-K)\,\theta(u\pm ia_2)}{\theta(u+ia_1+K)\,\theta(u\mp ia_2)}\quad . \; . \; (62)$$

Om de goniometrische functiën van *am* $(a_1 \mp a_2)$ te berekenen maken wij gebruik van de bekende optellings-formule (JACOBI, *Fundamenta* § 18):

$$Sin.\,am\,(a_1 \pm a_2, k') =$$

$$\frac{Sin.am(a_1k')Cos.am(a_2k')\Delta am(a_2k') \pm Sin.am(a_2k')Cos.am(a_1k')\Delta am(a_1k')}{1-k'^2\,Sin.^2\,am\,(a_1k')\,Sin.^2\,am\,(a_2k')},$$

en substitueren hierin de waarden uit (55) en (56), dan wordt na eenige herleiding:

$$Sin.\,am\,(a_1 \pm a_2\,,\,k') =$$

$$= \frac{\dfrac{Cos.\beta-Cos.\alpha}{1-Cos.\alpha} \pm \dfrac{Cos.\beta-Cos.\alpha}{1-Cos.\alpha}\,\dfrac{1-Cos.\beta}{1+Cos.\beta}}{1-\dfrac{1+Cos.\alpha}{1-Cos.\alpha}\cdot\dfrac{1-Cos.\beta}{1+Cos.\beta}} = \frac{(1+Cos.\beta)\pm(1-Cos.\beta)}{2}$$

derhalve:

$$Sin.\,am\,(a_1 + a_2\,,\,k') = 1$$

$$am\,(a_1 + a_2\,,\,k') = \frac{\pi}{2};$$

en

$$Sin.\,am\,(a_1 - a_2\,,\,k') = Cos.\,\beta\,,$$

$$am\,(a_1 - a_2\,,\,k') = \frac{\pi}{2} - \beta = \beta'.$$

Deze onverwachte uitkomsten zijn bijzonder dienstig tot vereenvouding der formulen. Want nu wordt volgens (59), (60) en (62):

$$\chi = u\Big[-\frac{k'^2\,Sin.\,\beta\,Cos.\,\beta}{\Delta\,(\beta'\,k')} -$$

$$-i\,k^2\,Sin.\,am\,(ia_1 + \mathrm{K})\,Sin.\,am\,(ia_2)\,Sin.\,am\big(i(a_1 - a_2) + \mathrm{K}\big) +$$

$$+\frac{\pi\,(a_1 - a_2)}{2\,\mathrm{K}\mathrm{K}'} + \mathrm{Z}\,(a_1 - a_2\,,\,k')\Big]$$

$$+\frac{i}{2}\,log.\,\frac{\theta\,(u - ia_1 - \mathrm{K})\,\theta\,(u + ia_2)}{\theta\,(u + ia_1 + \mathrm{K})\,\theta\,(u - ia_2)}\,;\;\;\ldots\ldots\;(63)$$

en

$$\varphi = nt + u\Big[ik^2 Sin.am(ia_1 + K) Sin.am(ia_2) Sin.am\big(i(a_1 + a_2) + K\big) +$$

$$+ \frac{\pi (a_1 + a_2)}{2KK'} + Z(a_1 + a_2, k')\Big]$$

$$+ \frac{i}{2} log. \frac{\theta(u - ia_1 - K)\,\theta(u - ia_2)}{\theta(u + ia_1 + K)\,\theta(u + ia_2)} \quad \ldots\ldots (64)$$

Nu is volgens (52):

$$Sin.^2 am(ia_1 + K) = \frac{1 + Cos.\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha},$$

$$Sin.^2 am(ia_2) = -\frac{1 - Cos.\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha};$$

en verder

$$Sin.am\big(i(a_1 - a_2) + K\big) = \frac{1}{\Delta\, am(a_1 - a_2, k')} = \frac{1}{\Delta(\beta' k')}$$

$$Sin.am\big(i(a_1 + a_2) + K\big) = \frac{1}{\Delta\, am(a_1 + a_2, k')} = \frac{1}{k}$$

ook is volgens (38):

$$\Delta(\beta' k') = k' \frac{1 - Cos.\alpha\, Cos.\beta}{Sin.\alpha} \quad \ldots\ldots (65)$$

Door substitutie hiervan worden de twee eerste termen tusschen [ ] in (63):

$$-\frac{k' Sin.\beta Cos.\beta Sin.\alpha}{1 - Cos.\alpha Cos.\beta} + \frac{k^2}{k'} \frac{Sin.\beta Sin.\alpha}{(Cos.\beta - Cos.\alpha)(1 - Cos.\alpha Cos.\beta)} = -k' Cot.\alpha\, Sin.\beta;$$

en de eerste term tusschen [ ] in (64):

$$-k \frac{Sin.\beta}{Cos.\beta - Cos.\alpha} = -k' \frac{Sin.\beta}{Sin.\alpha}.$$

Hierdoor geven de formulen (63) en (64):

$$\chi = u\left[-k' \, Cot.\,\alpha \, Sin.\,\beta + \frac{\pi(a_1 - a_2)}{2\,\mathrm{K}\mathrm{K}'} + \mathrm{Z}(a_1 - a_2, k')\right] +$$

$$+ \frac{i}{2} log. \frac{\theta(u - \mathrm{K} - ia_1)}{\theta(u + \mathrm{K} + ia_1)} \cdot \frac{\theta(u + ia_2)}{\theta(u - ia_2)} \quad \ldots \quad (65)$$

$$\varphi = nt + u\left[-k' \frac{Sin.\,\beta}{Sin.\,\alpha} + \frac{\pi(a_1 + a_2)}{2\,\mathrm{K}\mathrm{K}'} + \mathrm{Z}(a_1 + a_2, k')\right] +$$

$$+ \frac{i}{2} log. \frac{\theta(u - \mathrm{K} - ia_1)}{\theta(u + \mathrm{K} + ia_1)} \cdot \frac{\theta(u - ia_2)}{\theta(u + ia_2)} \quad \ldots \quad (66)$$

Bedenkt men hierbij dat volgens (43) de grootheid u is uitgedrukt in t, dan blijkt dat de bovenstaande formulen de oplossing geven der hoeken χ en φ als *functiën van den tijd*, hetgeen het doel onzer berekening was. De vormen θ en Z, die hierin voorkomen zijn de beide bekende Jacobische functiën.

VI.

Stelt men in de formulen (65) en (66) de waarde voor u, uitgedrukt in t volgens (43) namelijk:

$$u = \mathrm{K}\frac{t}{\mathrm{T}},$$

dan worden zij:

$$\chi = \left[-k'\mathrm{K}\, Cot.\alpha\, Sin.\beta + \frac{\pi(a_1 - a_2)}{2\mathrm{K}'} + \mathrm{K}\,\mathrm{Z}(a_1 - a_2, k')\right]\frac{t}{\mathrm{T}} +$$

$$+ \frac{i}{2} log. \frac{\theta(u - \mathrm{K} - ia_1)}{\theta(u + \mathrm{K} + ia_1)} \cdot \frac{\theta(u + ia_2)}{\theta(u - ia_2)},$$

$$\varphi = \left[n\mathrm{T} - k'\mathrm{K}\frac{Sin.\,\beta}{Sin.\,\alpha} + \frac{\pi(a_1 + a_2)}{2\mathrm{K}'} + \mathrm{K}\,\mathrm{Z}(a_1 + a_2, k')\right]\frac{t}{\mathrm{T}} +$$

$$+ \frac{i}{2} log. \frac{\theta(u - \mathrm{K} - ia_1)}{\theta(u + \mathrm{K} + ia_1)} \cdot \frac{\theta(u - ia_2)}{\theta(u + ia_2)};$$

of, stellende:

$$\left.\begin{array}{l} -k'\mathrm{K}\,Cot.\alpha Sin.\beta + \dfrac{\pi(a_1-a_2)}{2\,\mathrm{K}'} + \mathrm{K}\,\mathrm{Z}(a_1-a_2\,,k') = \Psi \\ n\,\mathrm{T} - k'\mathrm{K}\dfrac{Sin.\beta}{Sin.\alpha} + \dfrac{\pi(a_1+a_2)}{2\,\mathrm{K}'} + \mathrm{K}\,\mathrm{Z}(a_1+a_2\,,k') = \Phi \end{array}\right\} \quad . \; . \; (67)$$

wordt:

$$\left.\begin{array}{l} \chi = \dfrac{\Psi}{\mathrm{T}}t + \dfrac{i}{2}log.\dfrac{\theta(u-\mathrm{K}-ia_1)}{\theta(u+\mathrm{K}+ia_1)}\cdot\dfrac{\theta(u+ia_2)}{\theta(u-ia_2)} \\ \varphi = \dfrac{\Phi}{\mathrm{T}}t + \dfrac{i}{2}log.\dfrac{\theta(u-\mathrm{K}-ia_1)}{\theta(u+\mathrm{K}+ia_1)}\cdot\dfrac{\theta(u-ia_2)}{\theta(u+ia_2)} \end{array}\right\} \quad . \; . \; (68)$$

Nu bestaan de tweede leden ieder uit twee termen, waarvan de eerste evenredig met den tijd toeneemt, doch de tweede periodiek is. Volgens hetgeen omtrent een dergelijken algebraischen vorm is meêgedeeld in DURÈGE § 78 verdwijnt het periodieke gedeelte in beide formulen voor

$$u = o; = \mathrm{K}; = 2\,\mathrm{K}; = 3\,\mathrm{K} \text{ enz.}$$

zoodat deze overeenkomstige waarden van t, θ, χ, φ plaats hebben:

$$\begin{array}{llllll} t = o, & = \mathrm{T}, & = 2\mathrm{T}, & = 3\mathrm{T}, & = 4\mathrm{T}, & \ldots\ldots \\ \theta = \alpha, & = \beta, & = \alpha, & = \beta, & = \alpha, & \ldots\ldots \\ \chi = o, & = \Psi, & = 2\Psi, & = 3\Psi, & = 4\Psi, & \ldots\ldots \\ \varphi = o, & = \Phi, & = 2\,\Phi, & = 3\,\Phi, & = 4\,\Phi, & \ldots\ldots \end{array}$$

terwijl de beweging van het lichaam uit onderling gelijk- en gelijkvormige deelen bestaat, die met het tijdsverloop 2 T en de doorloopen hoeken $2\,\Psi$ en $2\,\Phi$ overeenkomen. Elk gelijk- en gelijkvormig gedeelte bestaat weêr uit twee symmetrische deelen, zoodat de beweging op dezelfde wijze toeneemt voor β naar α, als zij was afgenomen voor α naar β. Door middel van de tafels, door JACOBI en anderen gegeven, kunnen de waarden der

periodieke functiën voor elke u dus ook voor elke t berekend worden.

Nu moeten nog de grootheden Ψ en Φ, wier mechanische beteekenis is gebleken, nader onderzocht worden.

Volgens de formule (D. § 63):

$$Z(u) = E(u) - \frac{E}{K} u ,$$

is:

$$Z(a_1 - a_2, k') = E(a_1 - a_2, k') - \frac{E'}{K'}(a_1 - a_2),$$

$$Z(a_1 + a_2, k') = E(a_1 + a_2, k') - \frac{E'}{K'}(a_1 + a_2).$$

Dit gesubstitueerd in de formulen (67) volgt:

$$\Psi = -k' K\, Cot.\alpha\, Sin.\beta + \frac{a_1 - a_2}{K'}\left(\frac{\pi}{2} - K E'\right) + K E(a_1 - a_2, k')$$

$$\Phi = n T - k' K\, Sin.\beta + \frac{a_1 - a_2}{K'}\left(\frac{\pi}{2} - K E'\right) + K E(a_1 + a_2, k')$$

Maar volgens de formule (D. § 70):

$$K'E + KE' - KK' = \frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (69)$$

is

$$\frac{\pi}{2} - KE' = K'(E - K).$$

Hierdoor wordt:

$$\Psi = -k' K\, Cot.\alpha\, Sin.\beta + (a_1 - a_2)(E - K) + K E(a_1 - a_2, k').$$

$$\Phi = n T - k' K \frac{Sin.\beta}{Sin.\alpha} + (a_1 + a_2)(E - K) + K E(a_1 + a_2, k').$$

Nu is vroeger gevonden:

$$am(a_1 + a_2, k') = \frac{\pi}{2},$$

$$am(a_1 - a_2, k') = \frac{\pi}{2} - \beta = \beta' ;$$

derhalve van de elliptische functiën tot de elliptische integralen teruggaande:

$$a_1 + a_2 = K',$$
$$a_1 - a_2 = F(\beta' k').$$

Hieruit volgt, wanneer de elliptische integralen der tweede soort volgens DURÈGE door het teeken E_1 worden aangewezen:

$$\Psi = - k' K \, Cot.\alpha \, Cos.\beta' + (E-K) \, F(\beta' k') + K E_1(\beta' k'), \quad (70)$$

$$\Phi = nT - k' K \frac{Sin.\beta}{Sin\ \alpha} + (E-K) K' + K E'.$$

De laatste vergelijking wordt terstond door de betrekking (69) vereenvoudigd en geeft:

$$\Phi = nT - k' K \frac{Sin.\beta}{Sin.\alpha} + \frac{\pi}{2}.$$

Verder is

$$T = MK;$$

dus zie (42)

$$K = \frac{T}{M} = T \sqrt{\frac{g}{2l} \cdot \frac{Cos.\beta - Cos.\alpha}{1 - 2\, Cos.\alpha \, Cos.\beta + Cos.^2\beta}};$$

en volgens (37) en (35):

$$K = \frac{T k a}{Sin.\beta} \sqrt{\frac{g}{2l}};$$

eindelijk volgens (24)

$$K = \frac{T C n k}{2 A \, Sin.\beta};$$

dit overgebracht geeft:

$$\Phi = nT\left(1 - \frac{C k k'}{2 A \, Sin.\alpha}\right) + \frac{\pi}{2}.$$

Deze vrij eenvoudige formule geeft de waarde van Φ. Men ziet terstond dat zij grooter of kleiner dan $\frac{\pi}{2}$ zal zijn, naarmate

$$1 \lessgtr \frac{C k k'}{2 A \, Sin. \, \alpha}$$

of

$$2 A \, Sin. \, \alpha \gtrless C k k'.$$

Wanneer bij de hoekbeweging in φ, (de beweging van den aequator boven de lijn der knopen) de oorspronkelijke rotatie om de as van het lichaam buiten rekening wordt gelaten, moet van Φ de eerste term nT afgetrokken worden, en dan blijkt, dat zij steeds kleiner is dan $\frac{\pi}{2}$, en te meer, naarmate die oorspronkelijke beweging grooter is.

Nu blijft nog over de beschouwing van Φ, die gegeven wordt door de formule (70) welke formule hare eenvoudigste gedaante heeft verkregen.

Stelt men in deze formule $\beta = o$ dus $\beta' = \frac{\pi}{2}$, dan wordt de eerste term nul; F $(\beta' k')$ wordt K' en E_1 $(\beta' k')$ wordt E', zoodat in die onderstelling

$$\Psi = (E - K) K' + KE' = \frac{\pi}{2}$$

wordt. Dit laat zich uit den aard der zaak verklaren, want β is nul voor $n = o$, dat is wanneer geene wentelende beweging aan het lichaam wordt meegedeeld, zoodat de beweging in die van den eenvoudigen slinger overgaat. Om verder na te gaan welke invloed de oorspronkelijke wenteling op de waarde van Ψ uitoefent, moet de verg. (70) gedifferentiëerd worden met betrekking tot β, want volgens (24) en (35) nemen β en n gelijktijdig toe, totdat voor $n = \infty$, $\beta = \alpha$ wordt.

Nu is

$$\frac{d \Psi}{d \beta} = \left(\frac{d \Psi}{d \beta'}\right) \left(\frac{d \beta'}{d \beta}\right) + \left(\frac{d \Psi}{d (k'^2)}\right) \left(\frac{d (k'^2)}{d \beta}\right)$$

$$= - \frac{d \Psi}{d \beta'} + \left(\frac{d \Psi}{d (k'^2)}\right) \left(\frac{d (k'^2)}{d \beta}\right).$$

Uit verg. (70) vloeit voort:

$$\frac{d\psi}{d\beta'} = + k' \mathrm{K} \cot \alpha \, Sin.\, \beta' - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\Delta(\beta' k')} + \mathrm{K}\, \Delta(\beta' k'),$$

waarin volgens (65)

$$\Delta(\beta' k') = k' \frac{1 - Cos.\, \alpha\, Cos.\, \beta}{Sin.\, \alpha},$$

derhalve

$$\frac{d\psi}{d\beta'} = k' \mathrm{K} \cot.\, \alpha\, Cos.\, \beta + k' \mathrm{K} \left(\frac{1}{Sin.\, \alpha} - \cot.\alpha\, Cos.\beta\right) - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\Delta(\beta' k')}$$

$$= + \frac{k' \mathrm{K}}{Sin.\, \alpha} - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\Delta(\beta' k')}.$$

Verder is:

$$\left(\frac{d\psi}{d(k'^2)}\right) = - \frac{\mathrm{K}\, Cot.\, \alpha\, Sin.\, \beta}{2k'} - k'\, Cot.\, \alpha\, Sin.\, \beta \frac{d\mathrm{K}}{d(k'^2)}$$

$$+ \mathrm{F}(\beta' k') \frac{d(\mathrm{E}-\mathrm{K})}{d(k'^2)} + (\mathrm{E}-\mathrm{K}) \left(\frac{d\,\mathrm{F}(\beta' k')}{d(k'^2)}\right)$$

$$+ \mathrm{E}_1(\beta' k') \frac{d\mathrm{K}}{d(k'^2)} + \mathrm{K} \left(\frac{d\,\mathrm{E}_1(\beta' k')}{d(k'^2)}\right).$$

Maar volgens DURÈGE § 80 is:

$$\frac{d\mathrm{K}}{d(k'^2)} = - \frac{\mathrm{K}}{2k'^2} + \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{2k^2 k'^2}; \quad \frac{d(\mathrm{E}-\mathrm{K})}{d(k'^2)} = \frac{\mathrm{K}}{2(k'^2)} - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{2(k'^2)};$$

$$\left(\frac{d\,\mathrm{F}(\beta' k')}{d(k'^2)}\right) = \frac{\mathrm{E}_1(\beta' k')}{2k^2 k'^2} - \frac{\mathrm{F}(\beta' k')}{2k'^2} - \frac{Sin.\, \beta'\, Cos.\, \beta'}{2k^2 \Delta(\beta' k')};$$

$$\left(\frac{d\,\mathrm{E}_1(\beta' k')}{d(k'^2)}\right) = \frac{\mathrm{E}_1(\beta' k') - \mathrm{F}(\beta' k')}{2k'^2}.$$

Door substitutie hiervan wordt:

$$\left(\frac{d\psi}{d(k'^2)}\right) = - \frac{\mathrm{K} \cot.\, \alpha\, Sin.\, \beta}{2k'} - k' \cot.\alpha\, Sin.\beta \left(-\frac{\mathrm{K}}{2k'^2} + \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{2k^2 k'^2}\right)$$

$$+ \mathrm{F}(\beta' k') \left(\frac{\mathrm{K}}{2k'^2} - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{2k'^2}\right) + (\mathrm{E}-\mathrm{K}) \left(\frac{\mathrm{E}_1(\beta' k')}{2k^2 k'^2} - \frac{\mathrm{F}(\beta' k')}{2k'^2} - \frac{Sin.\beta\, Cos.\beta'}{2k^2 \Delta(\beta' k')}\right)$$

$$+ \mathrm{E}_1(\beta' k') \left(-\frac{\mathrm{K}}{2k'^2} + \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{2k^2 k'^2}\right) + \mathrm{K} \frac{\mathrm{E}_1(\beta' k') - \mathrm{F}(\beta' k')}{2k'^2}.$$

In het tweede lid vallen vele termen tegen elkander weg en blijft:

$$\left(\frac{d\Psi}{d(k'^2)}\right) = (\mathrm{K}-\mathrm{E})\frac{Sin.\,\beta}{2\,k^2}\left(-\frac{Cot.\,\alpha}{k'} + \frac{Cos.\,\beta}{\Delta\,(\beta' k')}\right)$$

$$= (\mathrm{K}-\mathrm{E})\frac{(Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)\ Sin.\,\beta}{2\,k^2\ k'\ Sin.\,\alpha\,(1 - Cos.\,\alpha\ Cos.\,\beta)}.$$

Uit de formule

$$k'^2 = \frac{Sin.\,^2\alpha}{1 - 2\ Cos.\,\alpha\ Cos.\,\beta + Cos.\,^2\beta},$$

volgt

$$\frac{d(k'^2)}{d\beta} = \frac{2\,Sin.\,^2\alpha\ Sin.\,\beta\,(Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)}{(1 - 2\ Cos.\,\alpha\,Cos.\,\beta + Cos.\,^2\beta)^2} = \frac{2\,k'^2\ k^2\ Sin.\,\beta}{Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha}.$$

Hierdoor wordt:

$$\left(\frac{d\Psi}{d(k'^2)}\right)\left(\frac{d\,k'^2}{d\,\beta}\right) = (\mathrm{K}-\mathrm{E})\frac{k'\ Sin.\,^2\beta}{Sin.\,\alpha\ (1 - Cos.\,\alpha\ Cos.\,\beta)}$$

en ten slotte:

$$\frac{d\Psi}{d\beta} = -\frac{\mathrm{K}\ k'}{Sin.\,\alpha} + \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\Delta\ (\beta' k')} + (\mathrm{K}-\mathrm{E})\frac{k'\ Sin.\,^2\beta}{Sin.\,\alpha\,(1 - Cos.\,\alpha\,Cos.\,\beta)}$$

$$= -\frac{\mathrm{K}k'}{Sin.\,\alpha} + (\mathrm{K}-\mathrm{E})\left\{\frac{Sin.\,\alpha}{k'(1 - Cos.\,\alpha Cos.\,\beta)} + \frac{k'\ Sin.\,^2\beta}{Sin.\,\alpha(1 - Cos.\,\alpha Cos.\,\beta)}\right\}$$

$$= -\frac{\mathrm{K}\ k'}{Sin.\,\alpha} + \frac{2\ k'\ (\mathrm{K}-\mathrm{E})}{Sin.\,\alpha}$$

$$= \frac{k'\ (\mathrm{K}-2\,\mathrm{E})}{Sin.\,\alpha}.$$

Nu moet nog onderzocht worden welk teeken deze uitdrukking bezit, hetgeen zal afhangen van het teeken van $\mathrm{K}-2\,\mathrm{E}$. Om dit te onderzoeken nemen wij:

$$\mathrm{K}-2\,\mathrm{E} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{d\,\varphi}{\Delta\,\varphi} - 2\,\Delta\,\varphi\,d\varphi\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2\,\Delta^2\,\varphi}{\Delta\,\varphi}\,d\,\varphi$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-1 + 2\,k^2\ Sin.\,^2\varphi}{\Delta\,\psi}\,d\,\varphi.$$

Voor kleine waarden van φ heeft de teller blijkbaar het negatieve teeken. Doch voor *alle* waarden van φ heeft hetzelfde plaats.

Want voor $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wordt de teller

$$-1 + 2k^2 = -1 + \frac{2\,(Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)^2}{(Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)^2 + Sin.^2\,\alpha}$$

$$= - \frac{Sin.^2\,\alpha - (Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)^2}{Sin.^2\,\alpha + (Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha)^2};$$

en hierin is de teller positief, omdat

$$Sin.\,\alpha + Cos.\,\alpha > 1 > Cos.\,\beta$$

$$Sin.\,\alpha > (Cos.\,\beta - Cos.\,\alpha).$$

Hieruit volgt, dat de uitdrukking K—2E in ons vraagstuk *negatief* dus ook $\frac{d\Psi}{d\beta}$ *negatief* is. Derhalve is de hoek Ψ altijd minder dan $\frac{\pi}{2}$ en wordt kleiner naarmate β van o tot α nadert, dat is naarmate de oorspronkelijke wenteling van het lichaam om zijne as sneller is. Is die wenteling oneindig snel dan wordt $\beta = \alpha$, $k = o$, dus $K = E = o$ en $\Psi = o$; derhalve behoudt de omwentelingsas denzelfden stand in de ruimte. Dit is de grens, waartoe de beweging nadert bij toenemende omwentelings-snelheid.

VOORSTEL VAN EENE WIJZE VAN WAARNEMEN,

OM HET SOORTELIJK GEWIGT

EENER VLOEISTOF TE BEPALEN

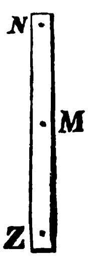
IN EENE

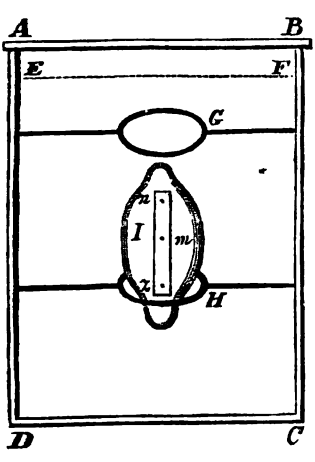
BESLOTEN RUIMTE OF GESLOTEN GLAZEN VAT.

DOOR

F. J. STAMKART.

Het denkbeeld dat hiertoe tot grondslag ligt, is dit: vooreerst, dat het te onderzoeken soortelijk gewigt ten naastenbij bekend is; ten tweeden, dat men in de vloeistof laat zinken een hol (glazen) ligchaam, dat slechts weinig soortelijk zwaarder is; ten derden, dat men het *minimum* bepaalt der kracht noodig om dit ligchaam in de vloeistof op te heffen; en ten laatsten, dat om dit minimum van kracht te meten magnetismus aangewend worde, waartoe in het glazen ligchaam een magneetstaafje kan verborgen zijn.





Zij ABCD een gesloten vat of flesch waarin de te onderzoeken vloeistof zich tot aan EF bevindt. I zij een toegeblazen glazen fleschje of zoogenaamde peer, gelijk gewoonlijk gebezigd wordt om het soortelijk gewigt eener vloeistof door weging te bepalen. — De peer moet daartoe aan een dun draadje of aan een haar, onder de eene schaal eener balans hangen. In

de plaats hiervan zij in het fleschje I — dat wij kortheidshalve *peer* zullen blijven noemen — eene kleine magneetstaaf *m*, in een verticalen stand, bevat. Voorts zij er nog een weinig kwik in het fleschje, opdat men naar welgevallen het eene of andere uiteinde der peer in de vloeistof onder kunne doen blijven.

G en H zijn twee koperen of beter platina ringen, tusschen welke de peer zich moet bevinden.

Is de peer met het staafje en het kwik te zamen meer of minder of slechts iets soortelijk zwaarder dan de vloeistof, dan moet zij op den ondersten ring H rusten. Is de peer daarentegen iets ligter, dan moet zij door den bovensten ring G belet worden naar de oppervlakte E F te rijzen, en iets daar boven uit te steken.

Ondersteld de peer — waarvan het gewigt en het uitwendig volumen bekend moeten zijn — is iets zwaarder dan de vloeistof die zij verplaatst, en rust dus op den ondersten ring H. De vraag is dan naar de kracht waarmede deze ring door de peer gedrukt wordt?

Men brenge daartoe eene magneetstaaf M verticaal boven de peer en het daarin besloten magneetje, natuurlijk zoo, dat ongelijknamige polen naar elkander gerigt zijn; aanvankelijk op zoodanigen afstand, dat de magnetische aantrekking nog onvoldoende is om de peer van den ring H te ligten. Door nu de staaf M langzaam te laten zakken, zal de magnetische aantrekking toenemen en gelijk kunnen worden aan de kracht van drukking der peer op den ring. De peer zal dan op dat oogenblik niet meer op den ring drukken, maar, bij de geringste verdere nadering van de magneet M, beginnen te rijzen. Laat men de staaf M dan in haren stand, dan zal de rijzing met eene versnelde beweging voortgaan totdat de peer tegen den ring G stuit, en daar tegengehouden wordt. De afstand der magneetstaven M en *m* is dan verminderd met den weg welken de peer doorloopen heeft. — Zoo men nu de staaf M weder evenveel naar boven schuift en nog een *zeer weinigje*, hoe gering ook, meer, dan zal de peer weder gaan zakken, en met eene versnelde beweging dalen, tot op den ring H.

De rijzing der peer is dus waargenomen bij eenen afstand

der magneetstaven een *weinig kleiner*, de daling bij eenen afstand een *weinig grooter* dan *de juisten afstand* waarop de magnetische aantrekking gelijk is aan de drukking der peer op den ring H, zonder het aanwezen der staaf M.

Het gemiddelde der beide afstanden zal, bij goede waarnemingen, die gemakkelijk herhaald kunnen worden, onbeduidend van dien juisten afstand verschillen.

De gevraagde drukking der peer op den ring H zal dus eene functie zijn van het gemiddelde der waargenomen afstanden bij het begin van de rijzing en het begin van de daling der peer.

Dat de staaf M langs eene verdeelde schaal kan bewogen worden, die eene vaste stelling met betrekking tot de ringen H en G heeft, is ligt op te merken, gelijk alles wat tot eene inrigting dienen kan om het hier ontwikkelde denkbeeld te verwezenlijken, met weinig moeite verzonnen wordt.

Het eenige wat nog noodig is, is om voor elken afstand van de middelpunten M en *m* der beide magneetstaven, de magnetische aantrekkingskracht in *milligrammen* uit te drukken, en het is duidelijk dat dit niet anders kan gevonden worden dan door voorafgaande proefnemingen met elk paar magneten in het bijzonder.

De functie hoe de aantrekkende kracht der magneten van haren afstand afhangt, is met voldoende naauwkeurigheid ligt te vinden.

Zijn L en l de halve afstanden der Noord- en Zuidpolen der magneetstaven ieder afzonderlijk; x de afstand der middelpunten, dan wordt de verlangde magnetische aantrekking voldoende naauwkeurig uitgedrukt door de formule:

$$K = A \,.\, \left\{ \frac{1}{(x-L-l)^2} + \frac{1}{(x+L+l)^2} - \frac{1}{(x-L+l)^2} - \frac{1}{(x+L-l)^2} \right\} .$$

$$= 24\,A \left\{ 1 + \frac{10}{3}\,\frac{L^2 + l^2}{x^2} \right\} \cdot \frac{L\,l}{x^4} + \text{etc.}$$

waarin A een standvastig getal is, evenredig aan het product der magnetische intensiteiten van beide magneetstaven. Men kan

dus, daar L en l ook slechts benaderend bekend zijn, stellen

$$K = \frac{M}{x^4} + \frac{N}{x^6} + \text{etc.}$$

om de getallen M en N door waarneming te bepalen.

De wijze hoe ik mij voorstel dat dit geschieden kan is de navolgende:

Men stelle de peer in eenen verticalen stand, zooals zij in de vloeistof staan zal, op de schaal eener balans, en make door gewigtstukken in de andere schaal evenwigt, zoodat de tong der balans zoo juist mogelijk kleine, regts en links gelijke slingeringen om het nul of evenwigtspunt der verdeelde schaal make. Dan worde onder de schaal waarin de peer ligt een steunsel aangebragt, dat de schaal juist aanraakt, zonder haar te ligten. Onder de andere schaal stelle men ook een steunsel, maar lager en wel, zoo men wil, ongeveer op eenen afstand lager zooveel als de peer in de vloeistof tusschen de twee ringen te doorloopen heeft.

De balans kan dan wel naar de zijde der schaal, waar de peer niet in ligt, doorslaan, maar niet naar de zijde waar de peer ligt.

Men legge nu bij deze in de schaal eenig gewigt: een gram, ½ gram, of eenige milligrammen slechts. De met de peer en het overwigt belaste schaal kan nu, des noodig, door het steunsel een weinig te verhoogen of te verlagen, zoo gesteld worden, dat het waargenomen evenwigtspunt juist door de tong der balans wordt aangewezen. Hierna brenge men de magneet M boven de peer op zoodanigen afstand, dat de schaal begint te rijzen, en de balans gaat doorslaan tot zoover de schaal, waar de peer niet in ligt, op het steunsel dat er onder gezet is, komt te rusten.

De afstand der middelpunten M en *m* op het oogenblik dat de peer *begon* te rijzen, is de afstand dier punten M en *m*, waarbij de magnetische aantrekking *gelijk* is aan het bij de peer gevoegde overwigt.

Men kan verder dienzelfden afstand nogmaals vinden, door de staaf M langzaam hooger te brengen. Op het oogenblik dat dezelfde afstand van M en *m* weder plaats vindt, zal de schaal

waar de peer in ligt weder neêrzakken. — Deze laatste proef moet met veel zorg tegen eenige schudding, trilling of luchtbeweging geschieden, want anders zoude de schaal met de peer te vroeg, dat is vóór nog M *m* de gevraagde grootte had, nederzakken.

Op deze wijze kan men, voor elk overwigt in de schaal bij de peer, den afstand vinden der staven, waarbij de magnetische aantrekking der beide magneten gelijk aan het overwigt is. — Bij verschillende temperaturen is eenig verschil welligt merkbaar, maar ook dit kan uit de proeven blijken.

Het spreekt van zelf, dat de balans welke voor deze proefnemingen gebruikt wordt, niet van ijzer zijn kan; maar ook dat de messen en pannen niet van staal mogen zijn. Messen en pannen van agaat zouden zeer dienstig wezen. Wanneer evenwel geen balans dan met stalen messen en pannen voorhanden is, dan zoude de invloed hiervan afzonderlijk door proefneming bepaald kunnen worden, ten einde het deel dat aan de magnetische werking tusschen de staaf M en het staal aan het juk der balans toekomt, afzonderlijk te bepalen. Dit deel zal in elk geval zeer gering zijn, tenzij de naaste pool van de staaf M zeer nabij het mes der balans mogt komen.

Men kan ook de staaf M, instede van boven de schaal, er onder houden. Indien de beide staven M en *m* regelmatig gemagnetizeerd zijn, zal de opheffing van het overwigt bij de peer op denzelfden afstand M *m* door *afstooting* geschieden, als M onder de schaal is, als opheffing door *aantrekking* plaats zoude vinden met M boven de schaal.

Bij de toepassing der magneetkracht om het soortelijk gewigt eener vloeistof te bepalen, kan de magneet ook onder het vat met de vloeistof gehouden worden. Het is in dit geval goed om de te doorloopen ruimte door de peer tusschen de ringen H en G klein te nemen — en er is geen reden die ruimte aanmerkelijk te maken — om eene zijdelingsche beweging der peer te verhoeden.

In elk geval ziet men ligt in, dat het door proefnemingen mogelijk is de onderlinge werking der beide magneten te bepalen en volledig te onderzoeken. Eene krachtige magneet-staaf M op meerderen afstand, is verkieslijk boven eene zwakkere naderbij.

Men kan ook de magneetkracht der staaf M tot opheffing of nederdrukking der peer, nog op eene andere manier wijzigen dan door het verwijderen of naderbij brengen, namelijk door de staaf eenen hellenden stand te geven. Daar evenwel hierdoor ook een koppel ontstaat om de magneet in de peer eenen schuinschen stand te doen aannemen, zoo zouden twee magneetstaven M en M′ gebezigd kunnen worden, van zoo na mogelijk dezelfde magnetische intensiteit. Wanneer deze staven om eene horizontale as beweegbaar, in tegengestelde rigtingen gedraaid worden, zoodat zij gelijke hoeken met de verticaal maken, dan zal de kracht tot opheffing der peer eene functie van den hoek der staven zijn. Het op- en neêrschuiven eener enkele staaf langs eene verdeelde schaal, schijnt voorshands echter eenvoudiger, en meer verkieslijk.

Het voordeel dezer manier boven eene regtstreeksche weging der peer, hangende in de vloeistof, is voor een *zeer* klein deel gelegen in de omstandigheid, dat men geen draad of haar behoeft welke door de oppervlakte der vloeistof gaat en waarbij eene capillaire werking niet te vermijden is; maar bestaat vooral hierin dat in het gesloten vat geen uitdamping plaats heeft, hetgeen de gelijkmatigheid voor de temperatuur der vloeistof moet bevorderen, als ook zal beletten, dat de inwendige zamenstelling van sommige vloeistoffen of mengsels gedurende de weging verandering ondergaat.

Ook biedt deze manier de gelegenheid aan om het soortelijk gewigt van eene vloeistof, bij voorbeeld van water, te onderzoeken bij verwarmingen tot boven het kookpunt; hetgeen ik niet weet of reeds gedaan is. — Hierbij dient evenwel acht geslagen te worden op eene verandering in magnetische intensiteit der kleine magneetstaaf, als op eene meerdere of mindere zamendrukking der peer. Deze echter zoude niet noodzakelijk van glas behoeven gemaakt te zijn.

OVER DE

ZAMENSTELLING VAN EENIGE GLASSOORTEN

VOOR OPTISCH GEBRUIK.

DOOR

P. J. VAN KERCKHOFF.

Voor eenigen tijd werden mij door ons medelid, den Heer VAN DER WILLIGEN, eenige stukken crown- en flintglas ter hand gesteld van dezelfde soorten afkomstig, van welke door hem refractie- en dispersie-bepalingen waren gedaan, met verzoek die glassoorten aan eene chemische analyse te onderwerpen.

Het onderzoek omtrent een niet onwaarschijnlijk verband tusschen de chemische zamenstelling en de genoemde physische eigenschappen, laat ik, zooals van zelf spreekt, geheel aan den Heer VAN DER WILLIGEN over, die juist daarvoor het chemisch onderzoek had verlangd, en aan wien zulks zoo goed is toevertrouwd, en ik bepaal mij hier tot eene eenvoudige beschouwing van de gevonden zamenstelling.

De glassoorten hieronder gemerkt N°. 1 en 2 waren crownglas, die genummerd 3, 4, 5 en 6, flintglas. Van elk dier nummers is één volledige analyse gedaan met uitzondering van het eerste, dat zekerheidshalve tweemaal is geanalyseerd. De goed overeenstemmende uitkomsten dier beide analysen bewijzen voor de zorg, waarmede de bepalingen, onder mijn toezigt, door den Heer VAN DER STAR, amanuensis bij het chemisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool, zijn gedaan.

De mededeeling van den gang der analysen meen ik hier achterwege te kunnen laten, daar zij wordt opgenomen in een

uitvoeriger verslag, dat door de zorg van den Heer VAN DER WILLIGEN elders wordt geplaatst, evenzoo de vermelding der berekeningen, waartoe de beschouwing van de uitkomsten aanleiding heeft gegeven.

Het kwam mij niet onbelangrijk voor, de gevonden cijfers te bezigen tot het onderzoek der volgende vragen.

Welke is de verhouding tusschen silicium, zuurstof en metalen, wanneer men deze laatste in functie van een enkel hunner of (wat op hetzelfde uitkomt) in functie van waterstof berekent?

Is deze verhouding bij al de nummers verschillend, of is zij bij sommige dezelfde, al moge er een verschil zijn in den aard der metalen?

Kunnen die verhoudingen door eenvoudige chemische formulen worden uitgedrukt?

Ter beantwoording dezer vragen heb ik uit de analysen de verhouding opgemaakt van de hoeveelheden zuurstof, die met elk der metalen, en met het silicium kunnen geacht worden verbonden te zijn, en vervolgens de som van het zuurstofgehalte aller bases vergeleken met het zuurstofgehalte van het kiezelzuur.

Op die wijze verkreeg ik voor het zuurstofgehalte van:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Kiezelzuur . . .	31,57	38,02	15,73	22,87	29,22	22,03
Loodoxyde . . .	0,62	0,61	4,33	2,97	2,65	3,86
Kalk	1,86	0,77	0,14	0,14	0,17	0,06
Magnesia	0,16	0,16	0,16	0,12	0,08	0,04
IJzeroxyde . . .	0,21	0,33	0,21	0,30	0,21	0,18
Aluinaarde . . .	0,14	0,14	0,42	0,32	0,19	0,32
Kali	3,57	2,56	1,04	1,63	0,98	0,59
Natron	0,83	0,34	0,44	0,98	0,21	0,08
Som-zuurstofgehalte van alle bases.	7,39	4,91	6,74	6,46	4,49	5,13
Verhouding tusschen het zuurstofgehalte van het kiezelzuur en dat der bases	2:0,468	2:0,247	2:0,857	2:0,565	2:0,307	2:0,465

Het zuurstofgehalte van het kiezelzuur is hierbij gelijk 2 gesteld, omdat als uitgemaakt mag worden aangenomen, dat het atoom silicium quadrivalent en dus de formule van kiezelzuur $Si\,O_2$ is. De laatst verkregen verhoudings-cijfers moeten nu met zulk een coëfficiënt vermenigvuldigd worden, dat het zuurstofgehalte der gezamenlijke bases ongeveer gelijk wordt aan één of aan een veelvoud der eenheid. Voert men dit uit, dan verkrijgt men de volgende verhoudingen:

voor	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	4:0,936	8:0,988	14:5,999	10:2,825	6:0,921	4:0,930

dat is ongeveer als:

4 : 1	8 : 1	14 : 6	10 : 3	6 : 1	4 : 1

Uit deze verhoudingsgetallen kan men de volgende formulen afleiden, in welke de letter M één atoom van een univalent-metaal of eene aequivalente hoeveelheid van een multivalent-metaal voorstelt:

			dualistisch	typisch
voor N°. 1,	$M_2\,Si_2\,O_5$	of	$M_2O\,,\;2\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si_2\\M_2\end{matrix}\right\}O_5$
„ „ 2,	$M_2\,Si_4\,O_9$	„	$M_2O\,,\;4\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si_4\\M_2\end{matrix}\right\}O_9$
„ „ 3,	$M_{12}\,Si_7\,O_{20}$	„	$6\,M_2O\,,\;7\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si^7\\M_{12}\end{matrix}\right\}O_{20}$
„ „ 4,	$M_6\,Si_5\,O_{13}$	„	$3\,M_2O\,,\;5\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si_5\\M_6\end{matrix}\right\}O_{13}$
„ „ 5,	$M_2\,Si_3\,O_7$	„	$M_2O\,,\;3\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si_3\\M_2\end{matrix}\right\}O_7$
„ „ 6,	$M_2\,Si_2\,O_5$	„	$M_2O\,,\;2\,Si\,O_2$	$\left.\begin{matrix}Si_2\\M_2\end{matrix}\right\}O_5$

Ter toetsing van deze formulen heb ik de berekende zamenstelling met de gevondene vergeleken en het volgende verkregen:

	N°. 1. Berekend volgens formule: (Pb. Ca. Mg. Fe_2. Al_2. K_2. Na_2)″ Si_2 } O_5		Gevonden.
Kiezelzuur. . . .	120.—	57.7	59.1
Loodoxyde . . .	18.82	9.0	8.6
Kalk	14.10	6.8	6.5
Magnesia	0.82	0.4	0.4
IJzeroxyde . . .	1.53	0.7	0.7
Aluinaarde . . .	0.64	0.3	0.3
Kali	45.41	21.8	21.0
Natron	6.97	3.3	3.2
	208.29	100.—	99.8

	N°. 2. Berekend volgens formule: (Pb. Ca. Mg. Fe_2 Al_2. K_2. Na_2)″ Si_4 } O_9		Gevonden.
Kiezelzuur. . . .	240.—	71.5	71.3
Loodoxyde . . .	27.74	8.3	8.5
Kalk	8.78	2.6	2.7
Magnesia. . . .	1.30	0.4	0.4
IJzeroxyde . . .	3.57	1.0	1.1
Aluinaarde . . .	0.99	0.3	0.3
Kali. . . , . . .	48.99	14.6	15.1
Natron	4.30	1.3	1.3
	335.67	100.—	100.7

	N°. 3. Berekend volgens formule: $(Pb.\ Ca.\ Mg.\ Fe_2.\ Al_2.\ K_2.\ \overset{Si_7}{Na_2})_{XII} \} O_{20}$		Gevonden.
Kiezelzuur . . .	420.—	29.5	29.5
Loodoxyde . . .	858 5	60.2	60.4
Kalk	7.0	0.5	0.5
Magnesia	5.7	0.4	0.4
IJzeroxyde. . . .	9.7	0.7	0.7
Aluinaarde . . .	12.9	0.9	0.9
Kali	87.5	6.1	6.1
Natron	24.4	1.7	1.7
	1425.7	100.—	100.2

	N°. 4. Berekend volgens formule: $(Pb.\ Ca.\ Mg.\ Fe_2.\ Al_2.\ K_2.\ \overset{Si_5}{Na_2})_{VI} \} O_{18}$		Gevonden.
Kiezelzuur . . .	300.—	41.3	42.9
Loodoxyde . . .	307.60	42.4	41.5
Kalk	3.64	0.5	0.5
Magnesia . . .	2.25	0.3	0.3
IJzeroxyde . . .	7.43	1.0	1.0
Aluinaarde . . .	5.04	0.7	0.7
Kali	71.26	9.9	9.6
Natron	28.21	3.9	3.8
	725.43	100.—	100.3

	N°. 5. Berekend volgens formule: $(Pb. Ca. Mg. Fe_2 Al_2. K_2. {Si_3 \atop Na_2})'' O_7$		Gevonden.
Kiezelzuur . . .	180.—	52.6	54.8
Loodoxyde . . .	132.41	38.6	37.0
Kalk	2.10	0.6	0.6
Magnesia	0.70	0.2	0.2
IJzeroxyde . . .	2.43	0.7	0.7
Aluinaarde . . .	1.77	0.5	0.4
Kali	20.50	6.0	5.8
Natron	2.83	0.8	0.8
	342.74	100.—	100.3

	N. 6. Berekend volgens formule: $(Pb. Ca. Mg. Fe_2. Al_2. K_2. {Si_2 \atop Na_2})'' O_5$		Gevonden.
Kiezelzuur . . .	120.—	39.4	41.3
Loodoxyde . . .	167.95	55.1	53.9
Kalk	0.63	0.2	0.2
Magnesia	0.30	0.1	0.1
IJzeroxyde . . .	1.83	0.6	0.6
Aluinaarde . . .	2.15	0.7	0.7
Kali	10.93	3.6	3.5
Natron	0.93	0.3	0.3
	304.72	100.—	100.6

Voor de glasmonsters N°. 2 en 3 stemt de volgens de formule berekende zamenstelling, zoo naauwkeurig met de gevondene overeen als bij silicaten slechts zelden het geval is. Bij de overige N^os doen zich grootere of kleinere afwijkingen voor. Ik heb gemeend, van de formulen, die benaderend uit de analysen kunnen worden afgeleid, aan diegene de voorkeur te

moeten geven, die het kiezelzuurgehalte iets geringer aangeven dan werkelijk gevonden is, en wel om de eenvoudige reden, dat bij gesmolten silicaten het silicaat, dat als hoofdbestanddeel aanwezig is, zeer ligt met kleinere hoeveelheden van een meer zuur silicaat vermengd kan zijn. Dientengevolge merkt men in het vergelijkend overzigt der berekende en gevonden zamenstelling op, dat het gevonden kiezelzuurgehalte iets hooger, daarentegen de gevonden hoeveelheid der bases iets kleiner is dan de berekende.

De boven medegedeelde formulen met elkaâr vergelijkende, vindt men dat het minst zure (of meest basische) silicaat N°. 3 is, dan volgt N°. 4, daarop de in basiciteit gelijkstaande N°s 1 en 6, dan het zuurdere N°. 5 en eindelijk het meest zure N°. 2.

De N°s 1 en 6 zijn eigenlijk hetzelfde silicaat, dat is waarin de gezamenlijke metalen dezelfde waarde hebben ten opzigte van het silicium en de zuurstof, en verschillen slechts door eene andere verhouding der metalen onderling. Juist daardoor kunnen zij belangrijk zijn ter oplossing der vraag, wélke physische veranderingen voortgebragt worden bij dezelfde chemische constitutie, door vervanging van een metalliek bestanddeel door een ander metalliek bestanddeel.

Als algemeene uitkomst van bovenstaand onderzoek meen ik te mogen aannemen, dat de geanalyseerde monsters optisch glas niet behoeven beschouwd te worden als mengsels van in verschillende verhoudingen zamengesmolten silicaten, maar dat zij vrij naauwkeurig de zamenstelling bezitten van bepaalde silicaten. Slechts twee dier monsters zijn hetzelfde silicaat, maar met verschil in den aard der metalen, daar N°. 1 weinig loodoxyde bevat, tamelijk veel kalk en veel kali, terwijl N°. 6, veel loodoxyde in plaats van den kalk en van een gedeelte van het kali inhoudt. Overigens zijn al de monsters anhydrosilicaten of zoogenoemde zure silicaten, ofschoon in verschillende mate.

Wanneer men bedenkt, dat er mineraal-species, en wel goed gekristalliseerde gevonden worden, in welke het aantal atomen silicium even hoog of hooger moet worden aangenomen, b. v. in veldspaat 6 atomen, dan wordt men eenigsins verrast door de eenvoudige formulen, door welke deze glassoorten worden voorgesteld.

DE DISSOCIATIE-VERSCHIJNSELEN

VAN

WATERIGE OPLOSSINGEN VAN CHLORETUM FERRICUM.

DOOR

Dr. F. W. KRECKE,

Assistent aan het Chem. Laboratorium te Utrecht.

(Medegedeeld door den Heer P. J. VAN KERCKHOFF, in de Gew. Vergadering van 29 Oct. 1870.)

In den laatsten tijd hebben de dissociatie-verschijnselen meer en meer de aandacht der chemici bezig gehouden, en zij verdienen die ten volle zoowel uit een theoretisch als uit een praktisch oogpunt.

Na de toepassing der mechanische warmte-theorie op de dissociatie, is zij beroofd van het geheimzinnige kleed dat haar vroeger bedekte, en dient zij meer en meer ter verklaring van feiten, die vroeger onverklaard moesten blijven. Bij het onderzoek der dissociatie-verschijnselen viel de aandacht meer bijzonder op gassen en dampen. Dat ook bij vaste lichamen en vloeistoffen dissociatie wordt waargenomen, werd door sommigen ter loops opgemerkt, maar tot nog toe heeft niemand een stelselmatig onderzoek van de dissociatie-verschijnselen van die klassen van lichamen geleverd. Toch komen die verschijnselen bij vaste lichamen en vloeistoffen even talrijk voor als bij gassen en dampen: de ontleding van oplossingen van nitras bismuthicus, chloretum stibicum, ijzeraluinen *) en boras natricus †)

---

*) *Jahresbericht*, 1855, p. 404.

†) t. a. p. 1851, p. 300.

door water: de splitsing van bisulfas natricus in een normaal zout en vrij zuur door het omkristalliseeren zijner oplossingen *); de splitsing van oplossingen van sulfas zincicus bij eene temperatuur boven 40° C in een zuur en basisch zout †); de overgang van violette chroomoxyde zouten in groene, bij verwarming hunner oplossingen; de scheiding van koper-hydroxyde bij verwarming onder water in koperoxyde en water; de gedeeltelijke scheiding van hydras ferricus in ijzeroxyde van PÉAN-SAINT-GILLES en water §); de splitsing van koolzure kalk bij verhitting in koolzuur en bijtende kalk **) — ziedaar eenige voorbeelden van dissociatie-verschijnselen die vloeistoffen en vaste lichamen opleveren.

DEBRAY ††) vestigde het eerst de aandacht op dissociatie-verschijnselen die bij chloretum ferricum worden gevonden. GUNNING §§) onderzocht ze nader en bracht nog eenige feiten aan het licht, doch beiden leverden meer algemeene overzichten, zonder zich met de bijzonderheden der verschijnselen te bemoeien. Daarom vond ik het niet onnoodig de dissociatie-verschijnselen welke oplossingen van chloretum ferricum opleveren aan een nauwkeuriger onderzoek te onderwerpen.

I.

Bij verwarming worden alle oplossingen van chloretum ferricum, die geen vrij zoutzuur bevatten, ontleed; de sterkere bij eene hoogere, de slappere bij eene lagere temperatuur, en leveren daarbij eene reeks van verschijnselen op die eene bijzondere vermelding verdienen. Oplossingen die meer dan 4 pro-

---

*) *Jahresbericht*, 1852, p. 311.

†) MULDER, *Scheik. Verhand. en Onderz.* III, 3, p. 73.

§) *Jahresbericht*, 1855, p. 401.

**) t. a. p. 1867, p. 85.

††) *l'Institut.* N°. 1842, p. 121.

§§) *Aanteekeningen van het verhandelde in de sectievergaderingen van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap.* 1869, p. 14.

cent ijzerchloride bevatten, kunnen, zonder ontleed te worden, temperaturen van 100° verdragen. Worden zij echter in gesloten buizen sterker verwarmd, dan heeft bij allen meer of minder volledige ontleding plaats.

Bij mijne proeven ging ik uit van eene normale oplossing van ijzerchloride in water, verkregen door kristallen van dit zout op te lossen. Elk gram daarvan bevatte 0,3255 gram van het watervrije zout. Door bij 1000 gram dezer oplossing 17,2 gram water te voegen, werd eene oplossing van 32 p. c. verkregen. Eene directe bepaling gaf voor hare sterkte 31.97 p. c. Door deze met de noodige hoeveelheden water te verdunnen, werden de slappere oplossingen verkregen.

Eene oplossing van 32 p. c. wordt, bij eene temperatuur van ongeveer 140 graden, gedeeltelijk ontleed, onder afscheiding van een donkerbruin of zwart vast lichaam, dat moeielijk in sterk kokend salpeterzuur oplosbaar is. Het bevat geen chloor, en bestaat uit ijzeroxyde, dat meer of minder water bevat, naarmate de verhitting korter of langer heeft geduurd. Bij 100° vertoont de vloeistof reeds een veel donkerder kleur dan bij de gewone temperatuur. De oorzaak hiervan zal later blijken.

Eene oplossing van 16 p. c. wordt bij ongeveer 120° ontleed, eene van 8 p. c. bij 110°. Beide scheiden eerst een licht geel neêrslag af; een oxychloride van verschillende samenstelling naarmate de verwarming korter of langer heeft geduurd. Na langdurige verwarming gaat het over in zwart ijzeroxyde. Beide oplossingen bezitten bij 100° een veel donkerder kleur dan bij de gewone temperatuur.

Bij verwarming kleurt zich eene oplossing van 4 p. c. steeds donkerder, totdat zij bij eene temperatuur van ongeveer 90° een licht geel oxychloride begint af te scheiden. Bij deze ontleding ontwikkelen zich uit de oplossing sporen van zoutzuur.

Eene oplossing van 2 p. c. wordt insgelijks bij verwarming donkerder van kleur en begint bij 87° een oxychloride af te scheiden. Worden bij de oplossing eenige kristallen chloornatrium gevoegd, dan heeft er bij 86°,3 *) eene afscheiding van

*) Deze cijfers zijn slechts als voorloopige waarden te beschouwen. Hierover later onder III.

hydras ferricus plaats. Evenals de vorige, ontwikkelt ook deze oplossing, bij de ontleding, een weinig zoutzuur.

Wordt eene oplossing van 1 p. c. verwarmd, dan behoudt zij aanvankelijk hare lichte kleur, totdat zij bij eene temperatuur van 83° plotseling veel donkerder gekleurd wordt.

Zij kan tot de kooktemperatuur verwarmd worden, zonder een neêrslag af te scheiden en behoudt, na afkoeling, hare donkere kleur. Bij voortgezette verwarming tot de kooktemperatuur, zet echter eene oplossing, welke met chloornatrium-kristallen bedeeld is, een neerslag van ijzer-hydroxyde af. Wordt de oplossing in eene toegesmolten glazen buis verwarmd, dan scheidt zich daaruit een donker violet-rood neêrslag af, dat uiterst fijn verdeeld is en een sterk kleurend vermogen bezit; wordt de buis, waarin het neêrslag bevat is, geschud, dan is de geheele vloeistof donker gekleurd en ondoorzichtig, hoewel het neêrslag na bezonken te zijn eene uiterst kleine ruimte inneemt. Wordt het neêrslag afgefiltreerd dan is het filtraat kleurloos, bevat geringe sporen van ijzer en veel chloor. Na gedroogd te zijn, lost het gedeeltelijk in verdund salpeterzuur op, de vloeistof bevat geen chloor; het opgeloste is dus hydras ferricus. Het onopgeloste gedeelte is oranjekleurig en lost zich, hoewel moeielijk, in sterk kokend salpeterzuur op. Deze oplossing bevat insgelijks geen chloor, het is dus het moeielijk oplosbare ijzeroxyde, dat PÉAN-SAINT-GILLES *) verkreeg door langdurig koken van ijzer-hydroxyde met water. Het violette neêrslag is dus een mengsel van gewoon ijzer-hydroxyde en het minder waterhoudende van PÉAN-SAINT-GILLES.

Bij verhitting tot 75° wordt eene oplossing van $^1/_2$ p. c. plotseling veel donkerder gekleurd, en behoudt die donkere kleur ook na bekoeling; met chloornatrium bedeeld, begint zij bij 78° ijzer-hydroxyde af te scheiden. Wordt zij in een gesloten buis tot 130° verhit, dan geeft zij een oranjekleurig neêrslag van ijzeroxyde van PÉAN-SAINT-GILLES.

Ongeveer dezelfde verschijnselen vertoont eene oplossing van $^1/_4$ p. c. Deze wordt bij 64° donker gekleurd en behoudt deze

*) *Ann. de Chimie et de Phys.* III, 46, 47.

kleur na bekoeling. Onder 100° geeft zij geen neêrslag doch bij 130° scheidt zij oxyde van PÉAN-SAINT-GILLES af. Na bedeeling met keukenzout geeft zij bij 67° een neêrslag van ijzerhydroxyde.

Na gedurende eenige dagen blootgesteld te zijn geweest aan eene gemiddelde temperatuur van ongeveer 20° wordt eene opoplossing van $^1/_8$ p. c. reeds ontleed en donkerrood van kleur. Later is zij bij doorvallend licht helder, doch troebel bij opvallend licht. Is de oplossing versch bereid, dan vertoont zij nauwelijks eene geelbruine kleur, wordt bij 54° eenigzins donkerder en neemt bij toenemende temperatuur in donkerheid toe. Met keukenzout bedeeld, begint zij bij 57° hydras ferricus af te scheiden.

Nog sneller dan de vorige wordt eene oplossing van $^1/_{16}$ p. c. in de gewone luchttemperatuur ontleed; bij verhitting tot 36° begint eene versch bereide oplossing reeds donkerder te worden en scheidt bij 40°, wanneer zij met chloornatrium-kristallen is bedeeld, een neêrslag van ijzer-hydroxyde af.

Uit de boven vermelde feiten blijkt, dat bij de dissociatie van waterige oplossingen van ijzerchloride verschillende perioden moeten onderscheiden worden. De eerste bestaat steeds in de meer of minder volledige scheiding van ijzerchloride en water in oplosbaar ijzeroxyde van GRAHAM *) en zoutzuur volgens de formule:

$$Fe_2\,Cl_6 + 3\,H_2\,O = Fe_2\,O_3 + 6\,H\,Cl.$$

Deze periode komt bij alle oplossingen voor, zij is gekenmerkt door de donkere kleur die de oplossing aanneemt, en de vorming van hydras ferricus onder den invloed van chloornatrium en andere neutrale zouten der alcaliën. Bij sterkere oplossingen (van 32 tot 4 p. c.) heeft bij bekoeling, wanneer de verhitting niet te sterk is geweest, hereeniging van ijzeroxyde en zoutzuur plaats en herstelt zich de oorspronkelijke kleur on-

*) *Phil. Trans.* 1861; p. 183. *Jahresbericht* 1861, p. 75.

middelijk. Bij slappere (van 4 tot 1 p. c.) hebben basis en zuur na bekoeling eenigen tijd noodig alvorens zij zich weder vereenigen. Bij oplossingen van minder dan 1 p. c. gehalte blijven basis en zuur ook na bekoeling gedeeltelijk gescheiden.

De temperatuur, waarbij deze vorming van oplosbaar ijzeroxyde plaats heeft, is zeer verschillend. Bij de sterkere oplossingen (van 32 tot 4 p. c.) ligt zij boven de kook-temperatuur van water; bij zeer slappe (van $^1/_8$ en $^1/_{16}$ p. c.) is de gewone luchttemperatuur voor die ontleding voldoende.

Dat werkelijk oplossingen van ijzerchloride, alleen door verwarming, in oplosbaar ijzeroxyde van GRAHAM en zoutzuur worden gesplitst, blijkt uit de volgende proef, die ook als collegeproef alle aanbeveling verdient. Men brengt in een kolf ongeveer 1 liter gedestilleerd water aan het koken, en laat daarin, door middel van een pipet, eenige kubiek centimeters eener oplossing van normaal ijzerchloride druppelen, welke ongeveer 32 p. c. van het watervrije zout bevat. Reeds de eerste druppel kleurt het water duidelijk bruinrood en na toevoeging van meer ijzerchlorideoplossing, neemt de vloeistof de donkerroode kleur aan van eene oplossing van het ijzeroxyde van GRAHAM. Uit de vloeistof ontwijkt een deel van het zoutzuur. Na bekoeling behoudt de vloeistof hare kleur en vertoont bijna alle eigenschappen van het oplosbare ijzeroxyde van GRAHAM: zij coaguleert na toevoeging van enkele druppels van oplossingen van neutrale zouten der alcaliën en sterke minerale zuren; deze laatste lossen, in grootere hoeveelheid toegevoegd, het coagulum weder op: zij coaguleert niet door toevoeging van alcohol, rietsuikeroplossing, wijnsteenzuur en azijnzuur. Alleen door eene eigenschap onderscheidt zich het door koken verkregene oplosbare ijzeroxyde, van datgene wat GRAHAM door dialyse verkreeg. Het eerste n.l. coaguleert *niet* het laatste *wel* door eenige druppels chloorammonium-oplossing. Eene eenigzins grootere hoeveelheid dezer oplossing doet echter een coagulum ontstaan. De vraag doet zich nu voor, hoe dit verschijnsel te verklaren?

Zooals bekend is, kan ijzerchloride met chloorammonium een dubbelzout vormen, waarvan de samenstelling wordt uitgedrukt door de formule:

$$4\,NH_4Cl,\ Fe_2Cl_6 + 2\,H_2O.$$

Hieruit blijkt, dat chloor-ammonium en ijzerchloride groote aantrekkingskracht voor elkander bezitten. Daar nu in de donkere, door koken verkregen, oplossing niet al het ijzerchloride in oplosbaar ijzeroxyde en vrij zoutzuur is omgezet *), zal bij toevoeging van weinig chloorammonium dit laatste zich met het onontlede ijzerchloride tot een dubbelzout verbinden en het bestaan blijven van oplosbaar ijzeroxyde niet verhinderen. Wordt echter chloorammonium in overvloed tot de gedissocieerde vloeistof gevoegd, dan ontstaat een neêrslag van hydras ferricus. Sulfas ammonicus en nitras ammonicus, in zeer kleine hoeveelheden toegevoegd, doen dadelijk zulk een neêrslag ontstaan. Chloorkalium, dat evenals chloorammonium een dubbelzout met ijzerchloride vormt, geeft, in zeer kleine hoeveelheid geen neêrslag van ijzerhydroxyde, doch eene iets grootere hoeveelheid daarvan, doet onmiddellijk een praecipitaat daarvan ontstaan.

Wordt een mengsel van ijzerchloride en chloornatrium bij kokend water gevoegd, dan heeft, voor een oogenblik vorming van oplosbaar ijzeroxyde plaats, doch dit wordt onmiddelijk daarna, onder afscheiding van ijzerhydroxyde ontleed. Chloorammonium verhindert echter, met chloretum ferricum gemengd, de vorming van oplosbaar ijzeroxyde niet.

Door dialyse kan men eene op de bovenvermelde wijze door koken verkregen oplossing van ijzeroxyde van het overtollige zoutzuur ontdoen. Tien kubiek Centimeters eener dergelijke oplossing bevatten:

$$Cl = 0,0461 \text{ gram}; \quad Fe = 0,0297 \text{ gram}.$$

of

		Fe_2Cl_6 berekend:	
Fe	= 39,2 p. c.	Fe	= 34,5 p. c.
Cl	= 60,8 " "	Cl	= 65,5 " "
	100,0 " "		100,0 " "

Bij den overgang in oplosbaar ijzeroxyde waren derhalve uit iedere 10 C. C. 0,0104 gram chloor in den vorm van zoutzuur ontweken.

*) Zie hierover later onder III.

Dezelfde hoeveelheid van 10 C. Centimeters bevatte bij dialyse:

	Na 1 dag.	Na 2 dagen.	Na 4 dagen.	Na 6 dagen.
Fe = Gram	0,0274	0,0269	0,0265	0,0258
Cl = Gram	0,0089	0,0051	0,0036	0,0017
of				
Fe = p. c.	75,5	84,1	88,4	93,6
Cl = p. c.	24,5	15,9	11,6	6,4
	100,0	100,0	100,0	100,0

Den 7den dag was de vloeistof op den dialysator gecoaguleerd.

De donkerroode vloeistof, verkregen door ijzerchloride in kokend water te doen druppelen, kan daarna nog ongeveer $2^1/_2$ maal zijn gehalte aan ijzeroxyde oplossen. Tien kubiek Centimeters eener dergelijke oplossing bevatten, vóór de toevoeging van hydras ferricus, 0,0480 gram ijzer, terwijl zij, na eenige dagen met versch neêrgeslagen ijzerhydroxyde te zijn gedigereerd, bevatte:

Fe =	0,1247	gram. of	Fe =	92,8	p. c.
Cl =	0,0097	„	Cl =	7,2	„ „
	0,1344	„		100,0	„ „

Zij coaguleerde toen terstond met chloornatrium-oplossing.

Bij oplossingen, welke minder dan 1 p. c. ijzerchloride bevatten, kenmerkt zich de tweede periode van dissociatie door vorming van moeielijk oplosbaar ijzeroxyde van PÉAN-SAINT-GILLES, dat aanvankelijk in het vrije zuur blijft opgelost tot eene vloeistof, die bij doorvallend licht helder, bij opvallend licht daarentegen troebel is.

Laat men, op de boven beschreven wijze, ijzerchloride in kokend water druppelen, dan vormt zich ook hierin, nadat de vloeistof ongeveer één uur gekookt heeft, deze zelfde wijziging van het ijzeroxyde terwijl eenig zoutzuur ontwijkt.

Aanvankelijk blijft het in het zuur opgelost, doch bij voortgezet koken scheidt zich basis van zuur en slaat het ijzeroxyde

als een steenrood poeder neder. Dit neêrslag bevat, na bij 100° gedroogd te zijn, 2,1 p. c. water. derhalve een weinig minder dan dat van PÉAN, dat na verscheidene dagen gekookt te hebben, nog 3,5 p. c. water bevatte.

De afscheiding van ijzeroxyde van PÉAN, uit de troebele vloeistof, komt overeen met de derde en laatste dissociatie-periode, die alle oplossingen, van minder dan 1 p. c. gehalte, doorloopen.

Bij oplossingen van meer dan 1 p. c. heeft insgelijks bij hoogere temperatuur vorming van oplosbaar ijzeroxyde plaats, maar meer of minder spoedig herstel van ijzerchloride bij bekoeling, wanneer de verwarming niet te lang geduurd noch te sterk is geweest. Was dit laatste het geval, dan vormt zich eerst een geel onoplosbaar oxychloride, dat bij voortgezette verhitting in eene zwarte compacte massa van watervrij ijzeroxyde overgaat.

De volgende Tabel geeft een overzicht van de veranderingen die oplossingen van ijzerchloride bij verwarming ondergaan met opgave der temperatuur waarbij zij geschieden:

Sterkte in Procenten	Vorming van Fe_2O_3 v. GRAHAM.	Afscheiding van Fe_2O_3 van PÉAN.	Vorming van oxychloride.	Vorming van compact Fe_2O_3.
32	100°—130°		Boven 100°	140
16	100°—120°		idem	120
8	100°—110°		idem	110
4	90°—100°		90°	?
2	87°		87°	?
1	83°	100°—130° †)		
1/2	75°	100°—130°		
1/4	64°	idem		
1/8	54° *)	idem		
1/16	36° *)	idem		

II.

De bovenvermelde feiten geven de verklaring van eenige zonderlinge verschijnselen, die oplossingen van ijzerchloride vertoonen.

*) Ook bij een langer verblijf in de gewone temperatuur.

†) Gemengd met ijzer-hydroxyde.

In het jaar 1859 *) maakten A. W. HOFFMANN en E. FRANKLAND opmerkzaam op de eigenschap van ijzerchloride om troebele en voor de gezondheid schadelijke wateren te klaren. Zij stelden voor, deze toe te passen op de reiniging der groote hoeveelheden water, die toen door de groote riolen van Londen in de Theems werd gevoerd.

Later stelde GUNNING †) in de Drinkwater-Commissie voor, deze methode te gebruiken om aan het Maaswater te Rotterdam zijne voor de gezondheid schadelijke bestaanddeelen te ontnemen en het tot drinkwater geschikt te maken. Hij vond dat eene hoeveelheid van 0,032 gram ijzerchloride in oplossing voldoende is om 1 liter min of meer troebel water te klaren. Na verloop van 1 à 2 uren wordt eene afscheiding van ijzerhydroxyde geboren, dat alle in het water zwevende deeltjes insluit, en met deze bezinkt: er blijft in het water geen spoor van ijzer terug. Evenmin kan er van het aanwezig zijn van vrij zoutzuur, waarvan bij bovengenoemde verhouding hoogstens 0,021 gram kan worden afgescheiden, eenig spoor worden gevonden, daar dit door de bicarbonaten van kalk, die bijna nooit ontbreken, wordt geneutraliseerd. Ten overvloede kan men 0,085 gram carbonas natricus per liter toevoegen, dat het vrije zuur, zoo het mocht voorkomen, verzadigt. Op deze wijze mocht het (l. c. Bijlage XVI) gelukken het Maaswater van zijne schadelijke bestanddeelen te bevrijden. De commissie heeft niet getracht eene verklaring te geven van de wijze, waarop hier het neêrslag van ijzer-hydroxyde wordt geboren. Later heeft GUNNING §) die trachten te geven. Hij zegt: „Bij chloretum ferricum, evenals bij „sulfas aluminicus en chromicum-zouten, wordt door de ver„dunning hunner oplossing de zamenhang tusschen zuur en basis „losser gemaakt, maar er moet nog iets bijkomen alvorens het „tot eene volledige scheiding komen kan. Dit bepalende kan

*) *Pharm. Journ. Transac.* [2] 1,328; *Civ. Ingen. Oct.* 1859; *Dingl. Polyt. Journ.* CLVI, p. 50. *Chem. Centrbl.* 1860, 398.

†) *Rapport aan den Koning van de commissie tot onderzoek van Drinkwater*, pag. 73.

§) *Aanteekeningen van het verhandelde in de Sectievergaderingen van het Prov. Utr. Gen.* 1869, p. 15.

„zijn: warmte of licht, maar ook de aanwezigheid van fijne ge-
„suspendeerde deeltjes van geleiachtigen of colloidalen (niet van
„kristallijnen) aard."

Naar mijne proeven, meen ik eene andere verklaring daarvoor te moeten geven. Daaruit is gebleken dat ijzerchloride, in zeer verdunde waterige oplossing, bij de gewone luchttemperatuur gescheiden wordt in vrij zoutzuur en oplosbaar ijzeroxyde. Deze zelfde stoffen zullen zich ook vormen bij toevoeging eener oplossing van ijzerchloride bij rivier- of welwater. Men bemerkt dan ook inderdaad, dat de vloeistof, die, na de toevoeging van dit zout, aanvankelijk kleurloos was, zich spoedig bruinrood begint te kleuren. Het oplosbare ijzeroxyde heeft echter, onder deze omstandigheden, slechts een voorbijgaand bestaan: in alle natuurlijke wateren komen zouten van alcaliën voor die het oplosbare ijzeroxyde in onoplosbaar hydroxyde doen overgaan. Dit laatste zal zich bij voorkeur afzetten rondom de in het water zwevende organische of anorganische deeltjes en met deze ten bodem bezinken.

Om de juistheid dezer verklaring nader te toetsen, vulde ik maatflesschen van 1 liter met gedestilleerd water, rivierwater, gedestilleerd water met een paar druppels chloornatrium en sulfas natricus-oplossing bedeeld en liet in deze vier vloeistoffen papiervezels, amylumkorrels en sulfas baryticus zweven, en voegde nu tot elk der twaalf vloeistoffen eene oplossing van 0,032 gram ijzerchloride. Reeds na enkele minuten begonnen de vloeistoffen, die aanvankelijk kleurloos waren, bruinrood te worden en eenige oogenblikken later vertoonden zich in het rivierwater, en in het gedestilleerde water met chloornatrium en sulfas natricus bedeeld, vlokken van ijzer-hydroxyde, die de papiervezels, het zetmeel en de zwavelzure baryt omhulden, en na eenige uren daarmede op den bodem der flesschen waren bezonken. Gedurende deze afscheiding werden de vloeistoffen allengs lichter van kleur en waren ten slotte kleurloos. Na indampen van de heldere vloeistoffen was er geen spoor van ijzer in te vinden. In het gedestilleerde water daarentegen, dat met dezelfde zwevende stoffen was bedeeld, had geen spoor van afscheiding van hydroxyde plaats en de vloeistoffen behielden, ook na de bezinking der gesuspendeerde deeltjes, hunne roodbruine kleur.

In plaats van dus, met GUNNING, de afscheiding van ijzerhydroxyde te zoeken in aanwezigheid van *fijne gesuspendeerde deeltjes*, meen ik te hebben aangetoond, dat zij juist moet gezocht worden in de *stoffen van kristallijnen aard*, die in drinkwater nooit ontbreken.

In 1821 beschreef J. F. W HERSCHEL *) eene methode om, door koken, ijzeroyde uit eene oplossing te verwijderen. Hij verzadigt de zure oplossing nauwkeurig met carbonas ammonicus en kookt haar vervolgens, waardoor al het ijzer *„ tot het laatste atoom"* als hydroxyde wordt neêrgeslagen, terwijl Mangaan-, Cerium-, Nikkel- en Kobaltzouten in oplossing blijven. Hij voegt er bij dat de carbonaten van alcaliën, aarden en zware metalen, dezelfde precipitatie van ijzeroxyde ten gevolge hebben.

Zijne methode werd door anderen min of meer gewijzigd: J. N. FUCHS †) gebruikte carbonas calcis om de neutralisatie te bewerken, TH. SCHEERER §) hydras kalicus, PH. SCHWARZENBERG **) carbonas ammonicus. H. ROSE ††) ammoniak.

De reden van het ontstaan van het neêrslag is niet ver te zoeken: neutrale oplossingen van ijzerchloride worden, wanneer zij genoegzaam verdund zijn, bij koken omgezet in oplosbaar ijzeroxyde en vrij zoutzuur; het eerste wordt, bij tegenwoordigheid van zouten von alcaliën, omgezet in hydras ferricus, hetgeen zich vlokkig afzet. Indien deze verklaring juist is, dan moet de vloeistof, die in de koude volkomen geneutraliseerd is, bij koken eene zure reactie verkrijgen, hetgeen reeds door HERSCHEL werd opgemerkt.

Deze methode, om ijzeroxyde uit zijne oplossingen af te scheiden is meer en meer in onbruik geraakt, en vervangen door eene andere waarbij acetas natricus wordt toegevoegd, niettegen-

---

*) *Phil. Trans.* 1821, III, p. 293.

†) SCHWEIGER-SEIDEL's *Jahrbuch*, Bd. 62, p. 184.

§) POGG. *Ann.* Bd. 42, p. 104.

**) *Ann. der Chemie und Pharm.* Bd. 97, p. 216.

††) POGG. *Ann.* Bd. 110, p. 292.

staande de kritiek zich nooit tegen haar heeft verklaard. Toch levert zij nauwkeurige resultaten: het komt er slechts op aan eene goede keus te doen van het zout hetgeen men ter neutralisatie gebruikt; na hetgeen pag. 194 is medegedeeld, meen ik hiervoor carbonas natricus te moeten aanbevelen.

Men verdunt de oplossing sterk, voegt vervolgens carbonas natricus toe, tot ze neutraal reageert, en brengt haar vervolgens aan het koken; het grootste deel van het ijzer zal zich dan als hydras ferricus afzetten en slechts sporen zullen door het gevormde zoutzuur in oplossing worden gehouden. Door nu de vloeistof opnieuw met carbonas natricus te verzadigen, zal al het ijzer worden afgescheiden.

III.

Na gevonden te hebben, dat oplossingen van ijzerchloride in water, bij verhooging van temperatuur, min of meer volkomen gesplitst worden in oplosbaar ijzeroxyde van GRAHAM en vrij zoutzuur, dat gedeeltelijk uit de vloeistof ontwijkt, kwam het mij wenschelijk voor quantitatief de hoeveelheid oplosbaar ijzeroxyde, ten opzichte van het onontlede ijzerchloride te bepalen. Die hoeveelheid hangt af van drie factoren:

1°. de concentratie der oplossing.

2°. de temperatuur.

3°. de tijd gedurende welke de temperatuur op de oplossing heeft ingewerkt.

De invloed van elk dier factoren is ons reeds uit de hiervoor medegedeelde onderzoekingen bekend:

1°. toenemende concentratie verhoogt de ontledingstemperatuur.

2°. toenemende temperatuur verhoogt de hoeveelheid oplosbaar ijzeroxyde.

3°. langere inwerking eener constante temperatuur verhoogt insgelijks de hoeveelheid oplosbaar ijzeroxyde *).

*) Dit bleek o. a. uit het feit, dat versch bereide oplossingen van 1/8 en 1/16 p. c., die eerst bij verwarming tot 54° en 36° beginnen ontleed te worden, bij eene langere blootstelling aan de gewone temperatuur, insgelijks ontleed worden.

Tot nog toe was alleen voor enkele gassen de dissosiatie quantitatief bepaald. Bij deze lichamen heeft men in de dampdichtheid een eenvoudig middel om die te vinden. Bij hunne ontleding toch, vervalt één molecule in twee of meer moleculen. Daar nu, dan bij eene bepaalde temperatuur in dezelfde ruimte steeds een gelijk aantal gasmoleculen is bevat, volgens de wet van AVOGADRO, is de ruimte door de ontledingsproducten ingenomen, in verhouding tot die der oorspronkelijke verbinding, even veel malen grooter, als het aantal molekulen bedraagt, waarin het oorspronkelijke molekule is vervallen *).

Deze methode laat zich bij chloretum ferricum in oplossing moeielijk toepassen. Uit één molekule ijzerchloride en drie molekulen water ontstaan één molekule ijzeroxyde en drie molekulen zoutzuur. Vier molekulen, der op elkander inwerkende stoffen, geven derhalve het ontstaan aan even zoo vele molekulen der nieuw gevormde stoffen Had men derhalve met een gas of damp te doen, dan zou de dissociatie geen verandering in de dichtheid brengen. IJzerchloride echter is, tusschen de temperaturen waarbij het onderzoek plaats had, een vast lichaam; water eene vloeistof; oplosbaar ijzeroxyde heeft men nog niet watervrij kunnen verkrijgen, zoodat men omtrent den agregaat-toestand van dit lichaam in het onzekere is; zoutzuur eindelijk is een gas.

Nu heeft er bij oplossing van vaste lichamen, gassen en vloeistoffen in water contractie plaats, waarvan het moeielijk is de hoeveelheid te bepalen, te meer daar verschillende stoffen in oplossing daarop invloed uitoefenen. Hierbij komt dat, volgens de vroeger vermelde proeven, een deel van het zoutzuur gasvormig ontwijkt, waardoor het bijna onmogelijk wordt, al deze factoren in rekening te brengen. Dat echter bij de dissociatie verandering in de dichtheid van oplossingen van chloretum ferricum ontstaat, en wel vermindering van volumen, blijkt uit de volgende tabel, die het soortgelijk gewicht bevat eener op-

*) Zie hierover nader NAUMANN Thermochemie.

lossing van versch bereid en gedissocieerd ijzerchloride van $^1/_2$ p. c. sterkte *).

Temperatuur C.	Versch bereid en normaal.	Oud en gedissociëerd.
0°	1,00086	1,00060
10°	1,00080	1,00041
20°	0,99888	0,99850
30°	0,99682	0,99644
40°	0,99452	0,99386
50°		0,98929
60°		0,98468
70°		0,97937
80°		0,97394
90°		0,96776
100°		0,96114

De door GRAHAM gevonden eigenschap van het oplosbare ijzeroxyde om door neutrale zouten der alcaliën onoplosbaar in water te worden, geeft het middel aan de hand om de hoeveelheid oplosbaar ijzeroxyde in verhouding tot het onveranderde ijzerchloride te bepalen. Voegt men toch, bij eene gedeeltelijk ontlede oplossing van ijzerchloride, chloornatrium, dan wordt daardoor het oplosbare ijzeroxyde als een fijn vlokkig neêrslag afgescheiden, hetgeen men op een filter kan verzamelen, branden en wegen, terwijl het ijzeroxyde van het onveranderde ijzerchloride uit het filtraat door ammoniak kan worden neêrgeslagen, afgefiltreerd en gewogen.

Daar, volgens het vorige, oplossingen van meer dan 1 p. c. gehalte eerst bij temperaturen boven 100° ontleed worden, werden de proeven begonnen met oplossingen van 1 p. c. en minder gehalte.

*) De bepaling van het soortelijk gewicht had plaats volgens eene methode reeds vroeger door mij gebruikt. Zie F. W. KRECKE, De verhouding van wijnsteenzuur tegenover gepolariseerd licht, pag. 35.

Om deze oplossingen te kunnen verwarmen, zonder verlies van water, en tevens in staat te zijn een gedeelte der vloeistof op een gegeven oogenblik te onderzoeken, werd gebruik gebruik gemaakt van den volgenden toestel: De vloeistof was bevat in een glazen kookkolf; deze was met een kurk met drie openingen gesloten. Door de eerste dompelde een thermometer tot in de vloeistof; door de tweede reikte een tweemaal rechthoekig omgebogen glazen hevel tot nabij den bodem van het vat; door de derde eindelijk ging eene korte glazen buis, aan beide zijden open, tot even onder den kurk. Aan het boveneinde daarvan werd een caoutchoukbuis met klemkraan geschoven, die in een tweede glazen buis uitliep. Werd nu de klemkraan geopend, en door de buis geblazen, dan werd daardoor de hevel in werking gebracht, en men kon de vloeistof in een bekerglas opvangen. Had men op deze wijze genoeg vloeistof verzameld, dan kon men door even te zuigen de hevel buiten werking stellen. De kolf was geplaatst op een zandbad en kon door eene daaronder geplaatste gasvlam verwarmd worden.

Verlangde men de kolf gedurende vele uren aan eene constante temperatuur bloot te stellen, dan werd zij, door middel van een ring waaraan drie koperdraden waren bevestigd, opgehangen in een bekerglas, met water gevuld, dat op een zandbad was geplaatst en door een zich daaronder bevindende gasvlam werd verwarmd. Om de temperatuur gedurende de proef standvastig te houden, dompelde in het water, dat in het bekerglas bevat was, een kwikregulateur voor gas zoo als die door prof. HEYNSIUS beschreven is *), echter in zooverre gewijzigd, dat de uitvloeiingsbuis voor het gas niet vlak maar schuin was afgeslepen. Hierdoor werd de temperatuur binnen de grens van 0,5 graad geregeld. Om het water in het bekerglas, zooveel noodig, op een standvastig niveau te houden, was dit, door middel van een' hevel, in verbinding gebracht met een groot vat koud water.

---

*) *Nieuw Tijdschrift voor de Pharmacie in Nederland*, 1870, pag. 1.

De volgende zijn de resultaten der gedane proeven:

IJZERCHLORIDE-OPLOSSING 1 *p. c.*.

Om zooveel mogelijk in gelijke tijdruimten gelijke hoeveelheden warmte aan te voeren, werd de vlam onder het zandbad zoodanig geregeld, dat de temperatuur elke 5 minuten 5 graden steeg. Reeds bij 68° begon de vloeistof donker van kleur te worden, en vertoonde zich weldra bij doorvallend licht helder, bij opvallend licht daarentegen troebel. Vroeger (pag. 191) werd 83° als de ontledingstemperatuur opgegeven; dit verschil moet verklaard worden doordat toen de vloeistof spoediger werd verwarmd.

Gedeelten der vloeistof, met een weinig chloornatrium vermengd, gaven bij de volgende temperaturen de volgende uitkomsten:

Temperatuur.	75°	80°	85°	90°	95°	100°
Oplosbaar ijzeroxyde	Gr. 0,0051	0,0202	0,0531	0,0513	0,0890	0,1246
Fe_2O_3 van onverand Fe_2Cl_6.	Gr. 0,1841	0,1436	0,1563	0,0776	0,1032	0,1263
p. c. ontleed.	2,7	12,3	25,4	39,8	46,3	49,9

Bij 100° is de ontleding dus eerst half volbracht. Stelt men de dissociatie graphisch voor, dan verkrijgt men eene S vormig gebogen lijn, overeenkomende met die welke door PLAIFAIR en WANKLIJN voor den damp van ondersalpeterzuur was gevonden *).

Werd de vloeistof gedurende geruimen tijd op eene tempe-

*) NAUMANN, Thermochemie, p. 62.

ratuur van 75° gehouden, dan vermeerderde het ontlede deel der oplossing aanzienlijk, gelijk blijkt uit de volgende tabel:

Na	1 uur.	2 uur.	3 uur.	4 uur.	6 uur.	8 uur.	10 uur.	12 uur.
Oplosbaar ijzeroxyde Gr.	0,1623	0,1273	0,1271	0,0683	0,1610	0,1098	0,1654	0,0433
Fe_2O_3 van onverand. Fe_2Cl_6	0,2821	0,1760	0,1746	0,0873	0,2040	0,1326	0,1955	0,0524
p. c. ontleed	36,5	41,9	42,1	43,8	44,1	45,3	45,8	45,3

Men ziet hieruit dat bij het begin der verwarming de hoeveelheid ontleed ijzerchloride snel stijgt om daarna minder toe te nemen, en eindelijk, na ongeveer 12 uren, constant te blijven.

Wordt de oplossing geruimen tijd aan eene temperatuur van 100° blootgesteld, dan geeft zij de volgende resultaten:

Na	1 uur.	2 uur.	3 uur.	4 uur.	6 uur.	8 uur.	10 uur.	12 uur.
Oplosbaar ijzeroxyde Gr.	0,1522	0,1623	0,1056	0,0820	0,0724	0,0785	0,1206	0,0885
Fe_2O_3 van onverand. Fe_2Cl_6	0,0924	0,0870	0,0516	0,0373	0.0308	0,0326	0,0490	0,0373
p. c. ontleed	62,2	65,1	67,2	68,8	70,1	70,6	71,1	70,4

De graphische voorstelling van beide laatste reeksen van cijfers toont aan, dat beide lijnen van 75° en 100° bijna evenwijdig loopen.

IJZERCHLORIDE-OPLOSSING $^1/_2$ p. c.

Deze werd op dezelfde wijze als vroeger, op een zandbad zoodanig verwarmd, dat de temperatuur elke 5 minuten 5 graden klom. Bij 61° begon de vloeistof donker van kleur te worden. Zij leverde de volgende uitkomsten:

Temperatuur.	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°
Oplosbaar ijzeroxyde.	Gr. 0,0537	0,1054	0,1111	0,1279	0,1544	0,1457	0,1441	0,3371
Fe_2O_3 van onverand. Fe_2Cl_6	Gr. 0,1614	0,2081	0,1567	0,1310	0,1302	0,0973	0,0788	0,1451
p. c. ontleed	24,9	33,6	41,5	49,0	54,2	59,9	64,6	69,8

Bij 100° is dus de ontleding voor $^7/_{10}$ volbracht. Stelt men de dissociatie graphisch voor, dan verkrijgt men een tak van een parabel. Wordt de vloeistof gedurende geruimen tijd aan eene temperatuur van 65° blootgesteld, dan geeft zij de volgende uitkomsten:

Na	$^1/_4$ uur.	$^1/_2$ uur.	1 uur.	2 uur.	3 uur.	4 uur.	6 uur.	8 uur.	10 uur.	12 [illegible]
Oplosbaar ijzeroxyde (Gr.)	0,1013	0,1015	0,1025	0,1022	0,1274	0,1443	0,1277	0,1475	0,1049	0,1[illegible]
Fe_2O_3 van onverand. Fe_2Cl_6	0,1490	0,1265	0,1064	0,0915	0,1069	0,1172	0,0942	0,1024	0,0692	0,0[illegible]
p. c. ontleed.	40,4	44,5	49,1	52,2	54,4	55,2	58,0	59,0	60,2	60,[illegible]

Bij nog langere verwarming vermeerdert de hoeveelheid ontleed ijzerchloride niet merkbaar: na 24 uur bedroeg die 60,5 p c. en na 48 uur 61,0 p. c.

Wordt eene oplossing van ¹/₂ p. c. aan eene temperatuur van 80° blootgesteld, dan geeft zij de volgende uitkomsten:

Nº	¹/₄ uur.	¹/₂ uur.	1 uur.	2 uur.	3 uur.	4 uur.	6 uur.	8 uur.	10 uur.	12 uur.
plosbaar roxyde (Gr.)	0,0891	0,0996	0,1088	0,1034	0,1370	0,1269	0,1461	0,1385	0,1800	0,2542
O_3 van verand. Fe_2Cl_6	0,0875	0,0858	0,0855	0,0715	0,0799	0,0635	0,0658	0,0526	0,0672	0,0909
c. ontleed.	50,4	53,7	56,0	59,1	63,2	66,6	69,0	71,4	72,8	73,6

Bij eene temperatuur van 100° leverde de oplossing de volgende uitkomsten:

Nº	¹/₄ uur.	¹/₂ uur.	1 uur.	2 uur.	3 uur.	4 uur.	6 uur.	8 uur.	10 uur.	12 uur.
osbaar oxyde Gr.)	0,0846	0,1033	0,1026	0,1285	0,1127	0,1229	0,1305	0,1373	0,1213	0,3456
O_3 van rand. Cl_6	0,0574	0,0569	0,0481	0,0507	0,0428	0,0380	0,0316	0,0297	0,0243	0,0634
ontleed.	59,6	64,4	68,1	71,7	72,5	76,5	80,5	82,2	83,3	84,5

De lijnen, die de ontleding voor temperaturen van 65°, 80° en 100° voorstellen loopen ongeveer evenwijdig en vertoonen denzelfden vorm als die van de oplossing van 1 p. c. voor 75° en 100°.

De cijfers in bovenstaande tabellen leeren, dat bij voortdurende verwarming tot eene constante temperatuur de dissociatie een zeker maximum bereikt, dat door langduriger verwarming niet overschreden wordt.

BIJDRAGE

TOT DE

THEORIE DER ELECTRO-DYNAMISCHE POTENTIAAL.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 29 October 1870.

Nadat men in de leer der attractie met voordeel van de krachtfunctie gebruik had gemaakt, was de invoering der potentiaal in de electrostatica daarvan een noodzakelijk gevolg, en van niet minder gewigt.

Toen hare eigenschappen waren opgespoord en met voordeel gebruikt, ontstond van zelf de wenschelijkheid haar op electrische stroomen toe te passen, waar het werkingen naar buiten geldt. Die toepassing geeft ook hier voordeel. Zoo wordt de inductie tusschen gesloten geleiders ingevolge de wet van LENZ door de potentiaal der electrodynamische werking volkomen bepaald; wanneer echter de geleiders geopend zijn, stuit men op eigenaardige bezwaren

HELMHOLTZ heeft onlangs in eene verhandeling „*Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität* *) dit punt onderzocht. Hij wees op de verschillende waarden voor de potentiaal van twee stroomelementen, wanneer men die van de verschillende uitdrukkingen voor de werkingen van gesloten stroomen afleidt; toonde hoe dit verschil (waarvan alleen bij stroomelementen en open stroomen sprake zijn kan) aan een bepaalden

*) BORCHARDT's *Journal*, Band 72, Seite 57 u. s. w.

vorm gebonden is en wegens het verdwijnen bij integratie voor gesloten stroomen identische resultaten geeft. Uit een onderzoek omtrent de stabiliteit der vrije electriciteit bij stroomen van willekeurigen vorm bleek hem, welke coëfficiënt en teeken aan de uitdrukking die dit verschil aangeeft, moet worden toegekend.

Terwijl hij verder de door C. F. NEUMANN gevonden potentiaal voor gesloten geleiders van eindige afmetingen ook voor stroomelementen meent te moeten aannemen, komt hij eindelijk tot een algemeenen vorm, waarin alle potentialen van de werking tusschen stroomelementen begrepen zijn.

Ofschoon nu HELMHOLTZ niet nader bij dit punt stilstaat en tot het eigenlijke onderwerp zijner verhandeling overgaat, is het wenschelijk, naar aanleiding van de door hem gegeven algemeene formule, de verschillende uitdrukkingen voor de electrodynamische potentiaal en voor de werking tusschen twee stroomelementen na te gaan, meer bepaaldelijk de gebruikelijke theorieën van AMPÈRE en WEBER en de nieuwere theorie van C. NEUMANN in dit opzigt nader te onderzoeken.

Onder de uitdrukkingen voor de werking op afstand van galvanische stroomen is er geen door de ervaring beter bevestigd dan de inductiewet van C. F. NEUMANN. In het aanhangsel tot zijne tweede verhandeling *), wordt de potentiaal-uitdrukking voor de werking van twee gesloten stroomen op elkander gegeven, welke potentiaal de basis zijner inductiewet vormt; hare verandering is evenredig aan de geïnduceerde electromotorische kracht.

Noemen wij eene afstooting positief, zoo zal, als ε den hoek tusschen twee stroomelementen ds en ds', met de stroomsterkten i en i', aanduidt, wier afstand r is,

$$W = -\tfrac{1}{2}\, i i' \int\!\!\int \frac{Cos.\,\varepsilon}{r}\, ds\, ds' \,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

de integralen daarbij uitgestrekt over beide geleiders, die potentiaal voorstellen. Dan toch zal, als X, Y, Z de som van de

*) Zie over beide Verhandelingen: *Abhand. der Berliner Academie*, 1845 u. 1847.

composanten der electrodynamische werking van s' op s volgens drie onderling regthoekige rigtingen aanduiden, en da, db, dc de verplaatsingen van s evenwijdig aan de assen aangeven:

$$X = -\frac{dW}{da}, \; Y = -\frac{dW}{db}, \; Z = -\frac{dW}{dc};$$

terwijl bij draaijing $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ van s om die drie assen de momenten der electrodynamische werking ten opzigte dier assen zijn,

$$X' = -\frac{dW}{d\alpha}, \; Y' = -\frac{dW}{d\beta}, \; Z' = -\frac{dW}{d\gamma}.$$

De uitdrukking (1) heeft bovendien eene andere gewigtige beteekenis; men heeft toch in $-W$ het deel van het aanwezige arbeidsaequivalent, dat door het gelijktijdig aanwezig zijn der stroomen i en i' bepaald wordt. Daar eene dergelijke functie ook voor twee gelijktijdig aanwezige niet gesloten stroomen moet bestaan, meent HELMHOLTZ de uitdrukking

$$-A^2 i i' \frac{Cos.\, \varepsilon}{r} ds\, ds', \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

waarin de constante A^2 door NEUMANN $= \frac{1}{2}$ gesteld is, als de potentiaal voor twee stroomelementen ds en ds' te moeten aannemen. Hij onderzoekt nu welke de algemeenste vorm voor de potentiaal van stroomelementen is, die voor het geval dat een of twee der stroomen gesloten is eene zelfde waarde als de formule van NEUMANN geeft; het resultaat is, dat elke potentiaal, die aan dien eisch voldoet, noodzakelijk den vorm

$$-A^2 i i' \frac{Cos.\, \varepsilon}{r} ds\, ds' + B i i' \frac{d^2 r}{ds\, ds'} ds\, ds' \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

hebben moet, waarin B eene constante voorstelt.

$$\int\!\!\int \frac{d^2 r}{ds\, ds'} ds\, ds'$$

zal toch voor het geval dat s of s' gesloten is verdwijnen.

Wanneer nu (3) als de meest algemeene vorm voor de potentiaal van twee stroomelementen wordt aangenomen, is hierbij ondersteld:

1°. Dat de werking op afstand bij stroomelementen op dezefde wijze van den afstand afhangt als dit bij alle andere electrische werkingen het geval is, zoodat de kracht tusschen twee deeltjes werkzaam evenredig aan $\frac{1}{r^2}$ is.

2°. Dat die werking als regtstreeks evenredig aan de beide stroomsterkten i en i' kan worden aangenomen.

Stelt men de constante B uit (3) onder den vorm

$$-\frac{1-k}{2}A^2,$$

zoo wordt (3):

$$-A^2 i i'\left(\frac{Cos.\,\varepsilon}{r}+\frac{1-k}{2}\frac{d^2 r}{ds\,ds'}\right)ds\,ds' \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Zijn nu x, y, z, x', y', z' de cöordinaten van ds en ds', θ en θ' de hoeken, die zij met de positieve rigting der r maken, zoo hebben wij:

$$r^2=(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2$$

$$\left.\begin{aligned} r\frac{dr}{ds}\,ds &= (x-x')\,dx+(y-y')\,dy+(z-z')\,dz = r\,Cos\theta\,ds \\ r\frac{dr}{ds'}\,ds' &= -(x-x')dx'-(y-y')dy'-(z-z')dz' = -r\,Cos\theta'\,ds' \end{aligned}\right\}.(5)$$

de tweede vergelijking nog eens differentiërende krijgt men:

$$\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\,ds\,ds' = -(dx\,dx'+dy\,dy'+dz\,dz')$$

of

$$\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}=\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}+r\frac{d^2 r}{ds\,ds'}=-\left\{\frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'}+\frac{dy}{ds}\frac{dy'}{ds'}+\frac{dz}{ds}\frac{dz'}{ds'}\right\}=-Cos\varepsilon$$

dus

$$\frac{d^2 r}{ds\,ds'}=\frac{1}{r}\,Cos\theta\,Cos\theta'-\frac{Cos\varepsilon}{r}\;\ldots\ldots\ldots\quad(6)$$

Daardoor gaat (4) over in:

$$W=-\tfrac{1}{2}A^2\frac{ii'}{r}\left\{(1+k)\,Cos\varepsilon+(1-k)\,Cos\theta\,Cos\theta'\right\}ds\,ds'\ldots\ldots(7a)$$

zijnde dit de meest algemeene formule voor de potentiaal van twee stroomelementen.

Ingevolge de betrekkingen (5) en (6) neemt zij nog een tweeden vorm aan:

$$W=\frac{A^2}{2}.ii'\left\{(1+k)\frac{d^2 r}{ds\,ds'}+\frac{2}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right\}ds\,ds'\;\ldots\;(7b)$$

in welke formulen ($7a$) en ($7b$) aan k eene willekeurige constante waarde moet worden toegekend, en wel stemmen blijkens volgende onderzoekingen van HELMHOLTZ positieve waarden van k met *stabiel*, negatieve waarden met *labiel* evenwigt der vrije electriciteit overeen.

Leiden wij hieruit de algemeene uitdrukking voor de werking tusschen twee stroomelementen af, zoo zal voor de werking van ds' op ds.

$$X\,ds\,ds'=-\frac{dW}{dx},\quad Y\,ds\,ds'=-\frac{dW}{dy},\quad Z\,ds\,ds'=-\frac{dW}{dz}.$$

Vervormen wij nu de vergelijking ($7b$) naar aanleiding van (6) in:

$$W=\frac{A^2}{2}ii'\left\{(1+k)\frac{1}{r}\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}+(1-k).\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}ds\,ds'$$

en merken wij op dat ingevolge (6)

$$\frac{d\left(\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\right)}{dx} = 0 \quad \text{. . . . .} \quad (8a)$$

terwijl

$$\frac{d\left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{1}{r^3}\cdot\left(r\frac{dr}{ds}\right)\left(r\frac{dr}{ds'}\right)\right)}{dx} =$$

$$= 3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{dx} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{d\left(r\frac{dr}{ds'}\right)}{dx} \quad \text{. .} \quad (8b)$$

en uit (5):

$$\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{dx} = \frac{dx}{ds}, \quad \frac{d\left(r\frac{dr}{ds'}\right)}{dx} = -\frac{dx'}{ds'} \quad \text{. . . . .} \quad (8c)$$

zoodat

$$\frac{d\left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)}{dx} = -\frac{3}{r^2}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{dr}{dx} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} \quad \text{. .} \quad (8d)$$

dan volgt terstond:

$$Xds\,ds' = -\frac{dW}{dx} = \frac{A^2}{2}\frac{i\,i'}{r^2}\left\{(1+k)\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\frac{dr}{dx} + \right.$$

$$\left. + 3(1-k)\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{dr}{dx} - (1-k)\left(\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right)\right\} ds\,ds' \quad \text{. . .} \quad (9a)$$

$$= \frac{A^2}{2}\frac{i\,i'}{r^2}\left\{\left((1+k)r\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + 2(2-k)\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)\frac{dr}{dx} - \right.$$

$$\left. -(1-k)\left(\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right)\right\} ds\,ds' \quad \text{. . . . .} \quad (9b)$$

$$=\frac{A^2}{2}\frac{ii'}{r^2}\{\left(-(1+k)Cos\varepsilon-3(1-k)Cos\theta Cos\theta'\right)Cos.\varphi_1+$$

$$+(1-k)\{Cos\theta' Cos\alpha+Cos\theta\, Cos\alpha'\}\}\, ds\, ds' \quad \ldots\ldots \quad (9c)$$

in welke laatste uitdrukking φ_1, α, α' de hoeken zijn die r, ds en ds' met de x-as maken.

Dergelijke waarden volgen op dezelfde wijze voor $Y ds\, ds'$ en $Z\, ds\, ds'$.

In deze vergelijkingen hebben wij dan de meest algemeene uitdrukkingen voor de composanten der werking tusschen twee stroom-elementen voor het geval dat die werking van eene potentiaal mag worden afgeleid, daarbij de beide straks genoemde hypothesen aannemende. Wij merken daarbij op, dat blijkens (9c) de niet algemeene factor $Cos\,\varphi_1$ er op wijst, dat, behoudens het geval $k=1$, die werking niet als eene enkele werking volgens de verbindingslijn r mag worden opgevat; dat daarin met het oog op den term

$$A^2\,\frac{(1-k)}{2}\frac{i\,i'}{r^2}(Cos\theta'\; Cos\alpha+Cos\theta\; Cos\alpha')\; ds\, ds'$$

krachten zijn opgenomen in de rigtingen der elementen ds en ds', welke voor het geval van gesloten stroomen, zooals uit de formulen (9a) en (9b) blijkt, bij integratie verdwijnen.

Voor de bijzondere gevallen geven nu de algemeene uitdrukkingen voor potentiaal en kracht de volgende formulen, waarin A^2 telkens, door de eenheid bij de kracht-uitdrukkingen te bezigen, moet worden bepaald.

1e *Geval.* $k=1$. De potentiaal van NEUMANN

$$\left.\begin{aligned} W &= -A^2\, i\,i' \frac{Cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds' \\ &= A^2\, i\,i' \left(\frac{d^2 r}{ds\, ds'}+\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right) ds\, ds' \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10a)$$

$$\left.\begin{aligned} X\, ds\, ds' &= -A^2\,\frac{i\,i'\, ds\, ds'}{r^2} Cos\varepsilon\;\; Cos\,\varphi_1\,, \\ &= i\,i'\, ds\, ds' \left(r\,\frac{d^2 r}{ds\, ds'}+\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)\frac{dr}{dx} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10b)$$

2e *Geval.* $k = 0$. De potentiaal van CLARK MAXWELL *).

$$\left.\begin{aligned} W &= -\frac{A^2}{2}\frac{ii'}{r}\,(Cos\varepsilon + Cos\theta\, Cos\theta')\, ds\, ds' \\ &= \frac{A^2}{2}\, ii' \left(\frac{d^2 r}{ds\, ds'} + \frac{2}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right) ds\, ds' \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (11a)$$

$$\left.\begin{aligned} X\,ds\,ds' &= -\frac{A^2}{2}\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\Big\{(Cos\varepsilon + 3\,Cos\theta\, Cos\theta')\, Cos\varphi_1 - \\ &\qquad - (Cos\theta'\, Cos\,\alpha + Cos\theta\, Cos\,\alpha')\Big\} \\ &= \frac{A^2}{2}\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{\left(r\frac{d^2 r}{ds\, ds'} + 4\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)\frac{dr}{dx} - \left(\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} + \frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right)\right\} \end{aligned}\right\} (11b)$$

3e *Geval.* $k = -1$. De potentiaal van WEBER.

$$\left.\begin{aligned} W &= -A^2\frac{ii'}{r}\, Cos\theta\, Cos\theta'\, ds\, ds' \\ &= A^2\frac{ii'}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\, ds\, ds' \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; (12a)$$

$$\left.\begin{aligned} X\,ds\,ds' &= -A^2\frac{ii'}{r^2}\Big\{3\,Cos\theta\, Cos\theta'\, Cos\varphi_1 - (Cos\theta'\, Cos\alpha + \\ &\qquad + Cos\,\theta\, Cos\alpha')\Big\}\, ds\, ds' \\ &= A^2\frac{ii'}{r^2}\left\{3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{dr}{dx} - \left(\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right)\right\} ds\, ds' \end{aligned}\right\} (12b)$$

Beschouwen wij thans, in verband met het door HELMHOLTZ gegevene, de uitdrukkingen van AMPÈRE, WEBER en C. NEUMANN voor de werkingen van twee stroomelementen op elkander.

*) *Phil. Trans. of the Royal Society* 1865. P. I. p. 459—512.

(17) kan dan weder als de som der composanten van twee krachten beschouwd worden, die in de rigtingen der elementen werken en voor gesloten stroomen verdwijnen. Door die toevoeging houdt de werking op volgens de verbindingslijn der elementen gerigt te zijn.

Hieruit volgt verder dat voor de werking tusschen twee stroomelementen met gelijk regt als de formule van AMPÈRE de meer algemeene formule

$$\frac{i\,i'}{4r^2}\left(-(1+k)\,Cos\,\varepsilon - 3\,(1-k)\,Cos\,\theta\,Cos\,\theta'\right)\,ds\,ds' \quad . \; . \; . \; (18a)$$

$$= \frac{i\,i'}{4r^2}\left((1+k)\,r\,\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + 2\,(2-k)\,\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right)\,ds\,ds' \quad . \; . \; . \; . \; . \; (18b)$$

kan worden gebruikt; waarin aan k eene *willekeurige* waarde kan gegeven worden. Voor $k = 3$ volgt de formule van AMPÈRE, terwijl hier en voor alle waarden van k de werking volgens de verbindingslijn r der elementen ondersteld wordt. — Terwijl bij de beschouwing van stroomelementen in geopende geleiders de formulen (18) gewijzigd moeten worden, zooals boven is aangetoond, geven al die vormen (18) voor het geval dat beide stroomen gesloten zijn goede resultaten.

Het geval $k = 1$, het eenige, waarbij (18) onvoorwaardelijk mag worden toegepast, geeft schijnbaar de eenvoudigste uitdrukking,

$$-\frac{i\,i'}{2}\,\frac{Cos\,\varepsilon}{r^2}\,ds\,ds'.$$

Bij toepassing op bepaalde voorbeelden moet gewoonlijk de daaraan gelijke vorm

$$\frac{i\,i'}{2r}\left(\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{1}{r}\,\frac{dr}{ds}\,\frac{dr}{ds'}\right)\,ds\,ds'$$

gebezigd worden, die niet meer zoo eenvoudig is.

De gewone formule van AMPÈRE munt in dit opzigt uit, daar

dan de krachtuitdrukking, zooals bekend is, de volgende vormen aanneemt,

$$R = + \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left(r\,\frac{d^2 r}{ds\,ds'} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right) ds\,ds'$$

$$= \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{\sqrt{r}} \frac{d\left(\frac{1}{\sqrt{r}} Cos\theta\right)}{ds'}$$

$$= \frac{2\,i\,i'\,ds\,ds'}{\sqrt{r}} \frac{d^2 \sqrt{r}}{ds\,ds'}.$$

Voor $k = 2$ vinden wij

$$R = \frac{i\,i'}{r} \frac{d^2 r}{ds\,ds'}\,ds\,ds'.$$

Het voordeel der algemeene formule (18) is daarin gelegen dat voor elk bijzonder geval k zoodanig gekozen kan worden dat de formule (18b) den meest bruikbaren vorm levert. Het zou van belang zijn in dit opzigt de verschillende vormen (18) aan een bepaald onderzoek te onderwerpen.

2e *Formule van* WEBER.

De potentiaal van WEBER voor de electrodynamische werking tusschen twee electrische massa's e en e', wier afstand r is, wordt dus voorgesteld:

$$W' = \Sigma \frac{e\,e'}{r^2}\left\{1 - a^2\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\} \quad \ldots\ldots \quad (19a)$$

waarin Σ de som der vier bekende werkingen aanduidt. Dan volgt toch voor de genoemde werking

$$R = -\frac{dW'}{dr} = \Sigma\,ee'\left\{\frac{1}{r^2} - \frac{a^2}{r^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2\,a^2}{r}\frac{d^2 r}{dt^2}\right\}$$

$$= \Sigma \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - a^2\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2a^2\,r\,\frac{d^2 r}{dt^2}\right\} \quad . \ (19b)$$

zijnde de bekende formule van WEBER.

De potentiaal (19*a*) stemt nu volmaakt met de vroeger gevondene waarde (12*a*) overeen; wij hebben toch

$$\Sigma \frac{ee'}{r} = 0, \quad \Sigma \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 8\, uu' \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'},$$

waarin u en u' de snelheden der electriciteit in de elementen ds en ds' voorstellen, zoodat daar u en $u' = i\,ds$ en $i'\,ds'$,

$$W' = -\frac{8a^2\, i i'\, ds\, ds'}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}.$$

Voor a^2 de waarde $\frac{1}{16}$ schrijvende, komt dan

$$W' = -\frac{i i'}{2\, r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}\, ds\, ds'$$

$$= \frac{i i'}{2\, r}\, Cos\theta\, Cos\theta'\, ds\, ds',$$

welke formulen, behoudens het teeken, volmaakt met de waarden (12*a*) overeenstemmen. Dit teekenverschil kan met het oog op de vrijheid die men heeft de rigting van ds en ds' naar willekeur te kiezen geen bezwaar opleveren; de mogelijke dubbelzinnigheid die hieruit voor het geval van twee stroomelementen ontstaat, verdwijnt wanneer de stroomen gesloten zijn

Terwijl nu bij deze potentiaal, zooals HELMHOLTZ aantoonde, *labiel* evenwigt der vrije electriciteit plaats vindt, is het wenschelijk de potentiaal van NEUMANN of de algemeene potentiaal, van HELMHOLTZ met positieve waarden van k ook hier in te voeren, zoodat voor de nieuwe potentiaal $A^2 = \frac{1}{2}$ genomen, ingevolge (10*a*), als wij ook hier het teeken negatief nemen,

$$W_1 = -\frac{i i'}{2} \left(\frac{d^2 r}{ds\, ds'} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}\right) ds\, ds'$$

$$= W' - \tfrac{1}{2}\, i i' \frac{d^2 r}{ds\, ds'}\, ds\, ds';$$

daar nu volgens de theorie van WEBER:

$$\tfrac{1}{2} i i' \frac{d^2 r}{ds\, ds'} ds\, ds' = 8\, u\, u' a^2 \frac{d^2 r}{ds\, ds'} = \Sigma\, a^2 \left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right),$$

wordt de gewijzigde potentiaal van WEBER,

$$(W') = \frac{e\, e'}{r} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - a^2\, r \left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right) \right\} \quad . \; . \; (20a)$$

en dus volgt voor de kracht tusschen twee elementen:

$$(R) = \frac{e\, e'}{r^2} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2a^2\, r \frac{d^2 r}{dt^2} + a^2\, r^2 \frac{d\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)}{dr} \right\} . \; (20b)$$

Het is verder duidelijk dat zoo men van de meest algemeene formule (7) voor W gebruik maakt, de laatste term in de formulen (20a) en (20b) nog met $\frac{1+k}{2}$ moet worden vermenigvuldigd.

Het antwoord op de vraag, door welke physische verschijnselen de invoering van den term

$$\frac{d\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)}{dr}$$

verklaarbaar wordt, kan nog niet worden gegeven. Daardoor vervalt ook de mogelijkheid de grootte der werking alsdan uit de formule af te leiden.

3e. *De theorie van* C. NEUMANN.

Het is niet onbelangrijk met deze gewijzigde formule van WEBER den nieuweren arbeid over electrodynamica van C. NEUMANN te verbinden, waarin de gewone formule van WEBER langs geheel oorspronkelijken weg verkregen wordt *).

---

*) C. NEUMANN, *Die Principien der Elektrodynamik*. Tübingen 1868.

De bekende wiskundige RIEMANN ging bij zijne electrodynamische onderzoekingen van de onderstelling uit dat de werking tusschen twee stroomelementen uit krachten verklaard moet worden, wier potentiaal zich op analoge wijze als het licht met constante snelheid in de ruimte voorplant. CARL NEUMANN heeft in 1868 dit denkbeeld verder uitgewerkt.

Tusschen twee electrische massa's m en m' worden potentialen voortgeplant; door beide massa's wordt eene potentiaal uitgezonden en ontvangen; de uitgezonden potentiaal plant zich zonder wijziging in grootte van de eene massa met groote snelheid naar de andere voort, en wel volgens den veranderlijken voerstraal, die de plaats der massa's elk oogenblik verbindt. — Wij hebben dan hier een hooger begrip dan dat van kracht en waarschijnlijk aan een zich voortplantenden spanningstoestand te denken, die eene verandering in de beweging der electrische massa's, zoowel wat grootte als rigting betreft, ten gevolge heeft.

De door m' aan m gezonden potentiaal wordt door den afstand r der beide massa's op den tijd t, het oogenblik van uitzending bepaald, door $mm_1 \varphi(r)$ voorgesteld en de *emissie-potentiaal* genoemd. — Op een later tijdstip $t + \Delta t$ komt die potentiaal onveranderd in m; deze laatste massa ontvangt dus op den tijd t eene door m' vroeger uitgezondene potentiaal, die door den afstand $r - \Delta r$ op het tijdstip van uitzending $t - \Delta t$ bepaald wordt en evenzoo door $mm_1 \varphi(r - \Delta r)$ wordt voorgesteld; zij is de *receptie-potentiaal* voor het tijdstip t.

Deze laatste nu kan worden voorgesteld onder den vorm

$$\omega = W + \frac{dW'}{dt} \quad \ldots\ldots \quad (21a)$$

waarin

$$W = mm'\left(\varphi + \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\right) \quad \ldots\ldots \quad (21b)$$

$$W' = mm'\left(\chi + \frac{d\Phi}{dt}\right) \quad \ldots\ldots \quad (21c)$$

ψ, χ, Φ functiën zijnde, die slechts van r afhangen en uit φ zijn afgeleid.

Hiervan is

$$\psi = \frac{1}{c}\int \sqrt{-r\frac{d\varphi}{dr}}\,dr$$

waarin c de snelheid voorstelt, waarmede zich de potentiaal beweegt.

W wordt door NEUMANN de *effectieve*, W' de *ineffectieve* potentiaal genoemd.

Voor $\varphi = \frac{1}{r}$, de potentiaal volgens de wet van NEWTON, wordt

$$\psi = \frac{2\sqrt{r}}{c} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (22a)$$

en

$$W = \frac{mm'}{r}\left(1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right) \quad \ldots \ldots (22b)$$

$$W' = mm'\left(\frac{\log r}{c} - \frac{1}{2c^2}\frac{dr}{dt}\right) \ldots \ldots (22c)$$

Door NEUMANN wordt nu volgens door hem aangegeven regels van variatie-rekening uit (21b) eene algemeene formule voor de werking tusschen de twee electrische massa's m en m' gezocht en daarvoor gevonden

$$R = mm'\left(-\frac{d\varphi}{dr} + \frac{2\,d\psi}{dr}\frac{d^2\psi}{dt^2}\right) \ldots \ldots (23)$$

welke algemeene uitdrukking voor het geval $\varphi = \frac{1}{r}$ overgaat in

$$R = \frac{mm'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{c^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right\} \ldots \ldots (24)$$

zijnde volmaakt de formule van WEBER, als $c = \frac{1}{a}$ wordt gesteld.

Zooals nu boven is aangegeven, moet die formule, zal zij met stabiel evenwigt der vrije electriciteit corresponderen, gewijzigd

worden en tot den meer algemeenen vorm (vergelijk de opmerking omtrent (20*b*)):

$$R = \frac{mm'}{r^2}\left(1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{c^2}\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{1+k}{2}\frac{r^2}{c^2}\frac{d\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)}{dr}\right) \,.\,. \quad (25)$$

gebragt worden.

Wij moeten dus onderzoeken, of de theorie van C. NEUMANN bij eenige hypothese omtrent de emissie-potentiaal tot den vorm (25) leidt; het is van belang op die vraag eenig antwoord te bekomen, omdat daarmede de waarschijnlijke juistheid der theorie van NEUMANN eenigermate beslist wordt.

De receptie-potentiaal nu, die tot de krachtuitdrukking leiden moet, was volgens (21*b*):

$$W = mm'\left(\varphi + \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\right)$$

zij wordt, daar

$$\psi = \frac{1}{c}\int\sqrt{-r\frac{d\varphi}{dr}}\,dr$$

en dus

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{dr}\,\frac{dr}{dt} = \frac{1}{c}\sqrt{-r\frac{d\varphi}{ds}}\cdot\frac{dr}{dt},$$

$$W = mm'\left(\varphi - \frac{r}{c^2}\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right) \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

De krachtuitdrukking wordt dan bepaald door

$$R = -\frac{\delta W}{\delta r},$$

terwijl, blijkens de rekeningen van NEUMANN,

$$-\frac{\delta W}{\delta r} = -\frac{dW}{dr} + \frac{d\left(\frac{dW}{dr'}\right)}{dt} - \frac{d^2\left(\frac{dW}{dr''}\right)}{dt^2} + \text{enz.} \quad \ldots \quad (27)$$

waarin

$$r' = \frac{dr}{dt}, \quad r'' = \frac{d^2 r}{dt^2}, \text{ enz.}$$

als van elkander onafhankelijk beschouwd moeten worden.

Volgens dien regel leidt dan ook (22*b*) tot (24), zooals terstond blijkt.

Stellen wij nu $\frac{1}{c} = a$, zoo moet, wanneer wij $\frac{d\psi}{dr} = \varphi$ nemen, ψ zoodanig bepaald worden, dat

$$mm' (\varphi - a^2 r r'^2 \varphi')$$

door den regel (27) tot de gewijzigde formule van WEBER

$$mm' \left(\frac{1}{r^2} - a^2 \frac{r'^2}{r^2} + 2a \frac{r''}{r} + \frac{1+k}{2} a^2 \frac{r'''}{r'} \right)$$

leidt.

Bij het opmaken der waarde (21*b*) voor W is ondersteld, dat ψ en dus ook φ', alleen functie van r is, derhalve r', r'', enz niet bevat; dan wordt eenvoudig

$$R = -\frac{dW}{dr} + \frac{d\left(\frac{dW}{dr'}\right)}{dt}$$

en terwijl dan, ingevolge (26)

$$\frac{dW}{dr'} = -2mm' a^2 r r' \varphi',$$

is het duidelijk, dat $\frac{d\left(\frac{dW}{dr'}\right)}{dt}$ nooit den term $\frac{r'''}{r'}$ kan leveren, wat ook φ zij.

Gaan wij verder van de meer zamengestelde hypothese uit, dat φ, de emissie-potentiaal, eene functie van r en r' is, zoo wordt de *totale* receptie-potentiaal op den tijd t bepaald door de uitdrukking:

$$\omega = \psi(r - \Delta r, \ r' - \Delta r').$$

De ontwikkeling dezer uitdrukking volgens TAYLOR geeft, in het oog gehouden dat

$$\Delta t = \frac{r}{c}, \quad \Delta r = \frac{r}{c} r' - \frac{r^2}{2c^2} r'' + \text{enz.}$$

$$\Delta r' = \frac{r}{c} r'' - \frac{r^2}{2c^2} r''' + \text{enz.}$$

wanneer wij termen met $\frac{1}{c^3}$, $\frac{1}{c^4}$ enz. buiten rekening laten,

$$\omega = mm' \left(\varphi - \frac{r}{c} \frac{dr}{dt} \varphi' + \frac{r^2}{2c^2} \frac{d^2 r}{dt^2} \varphi' + \frac{r^2}{2c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \varphi'' \right.$$
$$- \frac{r}{c} \frac{d^2 r}{dt^2} \varphi_{,} + \frac{r^2}{2c^2} \frac{d^3 r}{dt^3} \varphi_{,} + \frac{r^2}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right) \ddot{\varphi}$$
$$\left. + \frac{r^2}{2c^2} \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right)^2 \varphi_{,,} \right) \ldots (28)$$

waarin

$$\frac{d\varphi}{dr} = \varphi', \quad \frac{d\varphi}{dr'} = \varphi_{,}, \quad \frac{d^2 \varphi}{dr^2} = \varphi'', \quad \frac{d^2 \varphi}{dr\, dr'} = \ddot{\varphi}, \quad \frac{d^2 \varphi}{dr'^2} = \varphi_{,,}$$

alle functiën van $(r - \Delta r, r' - \Delta r')$.

Nu gelden, als Φ_0, Ψ_0, Φ, Ψ, willekeurige functiën van r en r' voorstellen, geheel algemeen de formulen:

$$\Phi_0 \frac{d^2 r}{dt^2} + \Psi_0 \frac{d^3 r}{dt^3} = \frac{d}{dt} \left(\Phi_0 \frac{dr}{dt} + \Psi_0 \frac{dr'}{dt} \right) - \left\{ \frac{d\Phi_0}{dt} \frac{dr}{dt} + \frac{d\Psi_0}{dt} \frac{dr'}{dt} \right\}.$$

$$\Phi \frac{dr}{dt} + \Psi \frac{dr'}{dt} = \frac{d}{dt} \int (\Phi dr + \Psi dr').$$

Nemen wij nu:

$$\Phi_0 = \frac{r^2}{2c^2} \varphi' \qquad \Psi_0 = \frac{r^2}{2c^2} \varphi_{,}$$

$$\Phi = \frac{r}{c} \varphi' \qquad \Psi = \frac{r}{c} \varphi_{,}$$

zoo komt er

$$\frac{d\Phi_0}{dt}\frac{dr}{dt}+\frac{d\Psi_0}{dt}\frac{dr'}{dt}=\frac{d\Phi_0}{dr}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{d\Phi_0}{dr'}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{d^2r}{dt^2}+$$

$$+\frac{d\Psi_0}{dr}\left(\frac{dr}{dt}\right)\cdot\frac{d^2r}{dt^2}+\frac{d\Psi_0}{dr'}\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)^2=$$

$$=\frac{r^2}{2c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\varphi''+\frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\varphi'+\frac{r^2}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{d^2r}{dt^2}\ddot{\varphi}$$

$$+\frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{d^2r}{dt^2}\varphi_{,}+\frac{r}{2c^2}\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)^2\varphi_{,,};$$

terwijl verder

$$\frac{d}{dt}\left(\Phi_0\frac{dr}{dt}+\Psi_0\frac{dr'}{dt}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{r^2}{2c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)\varphi'+\frac{r^2}{2c^2}\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)\varphi_{,}\right),$$

en

$$\frac{d}{dt}\int(\Phi dr+\Psi dr')=\frac{d}{dt}\int\frac{(r\varphi' dr+r\varphi_{,}dr')}{c}=$$

$$=\frac{d}{dt}\left(\frac{2r\varphi-\int(\varphi dr+\varphi dr')}{c}\right).$$

(28) gaat dan over in:

$$\omega=mm'\left\{\varphi-\frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\varphi'+\frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{d^2r}{dt^2}\varphi_{,}\right\}$$

$$+mm'\frac{d}{dt}\left\{\frac{r^2}{2c^2}\frac{dr}{dt}\varphi'+\frac{r^2}{2c^2}\frac{d^2r}{dt^2}\varphi_{,}+\frac{\int(\varphi dr+\varphi dr')-2r\varphi}{c}\right\}.\quad(29)$$

Deze potentiaal den vorm (21a):

$$\omega=W+\frac{dW'}{dt}$$

hebbende, geeft voor de *effectieve* potentiaal:

$$W = mm'\left(\varphi - \frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \varphi' + \frac{r}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{d^2 r}{dt^2}\varphi_{\prime}\right),$$

welke zich dus onder den vorm

$$W = mm'(\mathrm{F}_0 + r''\mathrm{F}_{\prime})$$

laat brengen, waarin F_0 en $\mathrm{F}_{\prime}$ functien van r en r' zijn.

Het is nu duidelijk dat de voor ons noodige term met $\frac{r'''}{r'}$ niet door F_0 kon geleverd worden, daar dit lid alleen de termen:

$$-\frac{d\mathrm{F}_0}{dr} \text{ en } -\frac{d\left(\frac{d\mathrm{F}_0}{dr'}\right)}{dt}$$

geeft, welke nimmer r''' kunnen bevatten.

Evenmin kan $r''\mathrm{F}_{\prime}$ hieraan voldoen; immers deze geeft:

$$\frac{d(r''\mathrm{F}_{\prime})}{dr''} = \mathrm{F}_{\prime}$$

$$\frac{d\left(\frac{d(r''\mathrm{F}_{\prime})}{dr''}\right)}{dt} = \frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr}r' + \frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr'}r''$$

$$\frac{d^2\left(\frac{d(r''\mathrm{F}_{\prime})}{dr''}\right)}{dt^2} = \frac{d^2\mathrm{F}_{\prime}}{dr^2}r'^2 + 2\frac{d^2\mathrm{F}_{\prime}}{dr\,dr'}r'r'' + \frac{d^2\mathrm{F}_{\prime}}{dr'^2}r''^2$$

$$+ \frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr}r'' + \frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr'}r''' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30a)$$

terwijl

$$\frac{d(r''\mathrm{F}_{\prime})}{dr'} = r''\frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr'}$$

$$\frac{d\left(\frac{d(r''\mathrm{F}_{\prime})}{dr'}\right)}{dt} = r'''\frac{d\mathrm{F}_{\prime}}{dr'} + \text{enz.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30b)$$

daar nu R volgens (27) bepaald wordt, vallen de termen met r''' van (30*a*) en (30*b*) in die ontwikkeling weg.

Wij zien dus dat zal de gevraagde uitdrukking voor R verkregen worden, de emissie potentiaal φ zamengestelder en minstens functie van r'' moet zijn.

Het bij de theorie van NEUMANN ontwikkelde begrip eener voortplanting der potentiaal wordt door dit resultaat ingewikkeld genoeg, om de juistheid zijner hypothese in twijfel te trekken.

Utrecht, October 1870.

ENUMERATIO PIPERACEARUM

IN BRASILIA A DOCT. **REGNELL** DETECTARUM, QUAE NUNC IN MUSEO BOTANICO HOLMIENSI ASSERVANTUR,

AUCTORE

F. A. GUIL. MIQUEL.

PEPEROMIA R. P.

1. *Peperomia arifolia* MIQ. *Syst. Pip. p.* 72. *Illustr. tab.* IV.

Ad Caldas prov. Minarum: *Regnell* III. *n.* 1101. Folia 6 cent. longa et lata; amenta 10 centim. Caulis brevis alternifolius.

Adnot. Huic affinis est species in hortis botanicis culta, foliis longius petiolatis peltatis et non peltatis, nervorum numero majore, diversa: *P. argyreia* ED. MORR. *Belg. Hortic.* 1867. *p.* 2 *cum icone*, 1869. *p.* 68 *cum icone varietatis variegatae* (*P. arifolia var. argyreia* HOOK. *Bot. Magaz. tab.* 5634; *P. Sandersii* DECAND. *jun.* in *Prodr.* XVI. 1. *p.* 400). — Haec non confundenda cum *P. marmorata* HOOK. *Bot. Magaz. tab.* 5568, quae subacaulis, foliis brevi-petiolatis rosulatis e basi cordato lanceolato-ovatis 5-nerviis distincta; pedunculi simplices vel interdum bifidi et distachyi; flores distantes; stigma terminale penicillatum. — Exemplaria culta valde ludunt magnitudine foliorumque coloribus variegatis.

2. *Peperomia hispidula* SWEET. *Piper.* SWARTZ *Prodr. tab.* IV. *P. tenera* MIQ. in MART. *Fl. brasil. p.* 19, *tab.* I, *fig.* 1. *Acrocarpidium hispidulum* et *A. Sellovianum* MIQ. *Syst. p.* 54, 55.

In prov. Minarum ad Caldas: *Regnell* III. *n.* 1106, exem-

plaria normalia aliaque foliis duplo majoribus. Stigma convexum, pilos teneros cito dejiciens. — In exemplaribus in sp. vini servatis folia trinervia et e nervo medio paucivenosa; pili patentes pluriarticulati; bracteae pedicellatae; ovaria oblonga apice styli specie contracta, stigmate terminali convexo fusco; baccae brevistipitatae rostellatae.

3. *Peperomia rotundifolia* H. B. K. *Piper rotundifolium* LINN. *Peperomia nummularifolia* H. B. K., MIQ. in MART. *Fl. brasil. p.* 18. *Acrocarpidium Syst. p.* 52 (quae praesertim formam pubescentem spectat). Amenta in vivo 1½ millim. crassa hyalina; antherae loculi angusti appositi.

In prov. Minarum ad Caldas: *Regnell* III. *n.* 1108.

4. *Peperomia exilis* MIQ. sub Acrocarpidio olim (cujus sp. omnes ad Peperomiam diu reduxi in MART. *Fl. brasil. p.* 18 et in *Versl. en Med. K. Academie van Wet.*). — Baccae ellipsoideae brevi-stipitatae, apice mucronato-apiculatae, glabrae laeves fuscae; antherae pallidae majusculae. Folia in vivo carnosa.

Eodem loco ac praecedens: *idem* III. *n.* 1107 ad arbores.

5. *Peperomia circinata* LINK., MIQ. in MART. *Fl. brasil. p.* 21. *Acrocarpidium rotundifolium* MIQ. *Syst. p.* 62.

Folia in vivo supra concava, subtus convexa; ramuli pedunculique brevissime patule puberi; flores spiraliter dispositi; bracteae orbiculares centrifixae subsessiles carnosae ovarium conicum fere obtegentes; stigma terminale fuscum. — Prostat glabrior et pilosior.

In prov. Minarum ad Janutiga prope Caldas m. Oct. 1869: Henschen in herb. *Regnell* III. 1656.

6. *Peperomia hederacea* MIQ. in MART. *Fl. brasil. p.* 20. *Acrocarpidium majus* MIQ. *Syst. p.* 60.

Baccae immaturae in vivo patentissimae ellipsoideo-cylindricae fuscae in rostrum longum pallidum basi stigma punctiforme gerens terminatae.

Brasilia prope Rio Janeiro: Widgren; in prov. Minarum ad Caldas: *Regnell* III. *n.* 1102.

7. *Peperomia diaphana* MIQ. *n. sp.* Succulenta humilis decumbens parce ramosa, radicans, ramulis novellis patenti-puberis; folia alterna petiolata ovata vel elliptico-ovata acuta vel acutiuscula, basi rotundata vel lato-subcuneata, supra sparse decidueque in margine praesertim versus apicem ciliatim pubescentia, subtus pallida laevigata trinervia, epunctata; amenta superne axillaria cum terminali pedunculis glabris, distantiflora folia superantia; bracteae brevi-pedicellatae suborbiculares; ovarium ovoideum patens, stigmate terminali brevissime pubero.

Planta siccata tenera valde membranacea, in spiritu vini servata valde tenera; tota spithamea, in terra decumbens, radicans, inferne aphylla, sursum foliosa; petioli antice profunde canaliculati parce piliferi vel prorsus glabri 5—7 millim. longi; folia majora basi rotundata, minora obtuso-subcuneata, in sicco transparenti-membranacea, supra saturate viridia subtus valde pallida et laevigata quasi polita nervis colore distinctis, medio ad apicem ducto, lateralibus ad $\frac{3}{4}$ alt., immerse reticulatis, majora folia nervulo imo exili basali accedente sub- 5-nervia nervuloque marginem sequenti passim munito, magnitudine valde disparia, v. c. 6 cent. longa, 3 lata, minora 4—2$\frac{3}{4}$ cent. longa, 2$\frac{1}{3}$—2—1$\frac{1}{2}$ lata. Pedunculi 2 cent. circiter longi; amenta in vivo 2 millim. circiter crassa, gracilia 5—6 cent. longa; bracteae brevi-pedicellatae orbiculares ovarium et stamina partim obtegentes; ovarium patens ovoideum apice contracto stigmatiferum. Stamina parva.

In prov. Minarum ad Caldas ad terram 16 Maji 1868 Henschen in herb. *Regnell* III. *n.* 1109.

8. *Peperomia pterocaulis* MIQ. *Syst. p.* 86. MART. *Fl. brasil. p.* 11.

Baccae in amentis in spiritu vini servatis non immersae globoso-ovoideae fuscae apice contracto stigmatiferae, bractea brevissime pedicellata suffultae.

In prov. Minarum ad Caldas, ad terram et in ligno putrido 18 Jun. 1868: Henschen in herb. *Regnell* III. *n.* 1553.

9. *Peperomia Velloziana* MIQ. *Syst. p.* 88. MART. *Fl. brasil. p.* 11.

In prov. Minarum formam normalem legit Widgren. — *Var subnovemplinervia*, foliis elliptico-lanceolatis subacuminatis, nervis lateralibus utrinque 3—4, infra vel usque ad ½ alt. exortis; amentis paniculatis, 7—12 cent. longis: ad Caldas: *Regnell* III. *n.* 1431. — Flores in hac specie per spiras subannuliformes dispositi; ovaria ovoidea apice stigmatifera.

10. *Peperomia estrellensis* DECAND. *jun.* in *Prodr.* XVI. *p.* 421. *P. myrtifolia m. Syst. p.* 93 (an excl. syn.?); *var. distans m.*, foliis dissitis ellipticis vel ovatis brevi-petiolatis (2—3 mill.), cum caulibus et pedunculis glabris, 1½—½ cent. longis 3-nervulis subaveniis; pedunculis longis amenta fere aequantibus; baccis semiimmersis. — Folia 2 suprema in hac specie opposita. — Varietates meae in *Fl. brasil.* et in *Linnaea* XX. *p.* 122 enumeratae forsan excludendae.

Prope Rio Janeiro leg. Widgren.

11. *Peperomia augescens* MIQ. *n. sp.* Caules radicantes, ramis erectis foliosis monostachyis; folia alterna, infima multo minora e basi acuta obovato-elliptica, reliqua lanceolato-ovatove-oblonga attenuato- vel subacuminato-acuta, basi acuta vel obtusa, subcoriacea, supra (cicatriculis pilorum?) puncticulata, apice ciliolata, subtus valde pallida, tenerrime nigro-puncticulata, trinervia, nervis lateralibus obtectis; amenta filiformia recta elongata breviter pedunculata subspiraliter distantiflora; ovarium ovoideum, stigmate subterminali parvo convexo.

Prope P. trinervem locum habet. Ramorum 8—12 cent. longorum intermedia subbrevia subaequilonga; petioli antice canaliculati epunctati glabri vel uno alterove pilo muniti 2—5 mm. longi; folia patula vel recurvata, 2½—3½ cent. longa, 1—1⅓ lata; pedunculi glabri ½—3 cent., amenta 9—13 cent. longa; bracteae centrifixae suborbiculares; antherarum loculi subsemicirculares. — Nodi subcontinui; folia siccata supra sordide viridula.

Prope Caldas in prov. Minarum 16 Maji 1862. *Regnell* III. *n.* 1432.

12. *Peperomia atropunctata* MIQ, *n. sp.* Stricta, parce ramosa, radicans glabra ubicunque dense atropunctata, internodiis bre-

vibus obtuso-tetragonis; folia alterna longiuscule petiolata, e basi lato-acuta lato- vel ovali-elliptica, inaequimagna, acuta vel obtusa, carnosa, trinervia avenia; amenta superne axillaria, solitaria, saepe in pedunculo communi gemina, singula pedicellata, subdissitiflora, floribus subannulatim dispositis; bracteae oblongo-rotundatae, centrifixae; ovarium exile subimmersum ellipsoideum acuto apice discolor leviterque compresso antice foveola exili (stigmate?) instructo.

Herba scandens, radicans e nodis foliosis; petioli antice canaliculati ½—1½ cent. longi. Folia mox inferiora mox superiora majora, haec 3 cent. longa, 2 lata, illa 1 cent. longa, nervis lateralibus satis alte productis subimmersis, medio subtus prominente, supra nigrescentia, subtus pallida. Pedunculus communis 1—¾ cent. longus, apice ubi partiales ½—1 cent. longi exeunt phyllo exili deciduo munitus. Amenta 3—6 cent. longa, atropunctata; bracteae carnosae nigrescentes; filamenta brevissima; antherae peltiformi-planae; ovarium atro-punctatum.

Prope Rio Janeiro legit Widgren 1844.

13. *Peperomia Langsdorffii* MIQ. *Syst. p.* 116. *Linnaea* XX. *p.* 124. *Fl. brasil. p.* 13. Forma foliis superioribus ellipticis oppositis, inferioribus passim ternis minoribus obovato-oblongis. Caules usque pedales dense patenti-pilosi. — Baccae in sp. vini elliptico-ovoideae fuscae papillosae.

Ad Caldas prov. Minarum leg. Henschen, in herb. *Regnell* III. *n.* 1430.

Var. β increscens MIQ. in *Linnaea l. c. Fl. brasil. p.* 13. Amenta in spiritu vini 2—4 mm. crassa distantiflora; baccae extuberantiis rhacheos parvulis innixae, nunc non papillosae, sed in sp. sicco amenta 7—10 cent. longa, bracteis persistentibus, baccae ovoideo-globosae granulato-papillosae.

Ad Caldas leg. *Regnell* III. *n.* 1429.

14. *Peperomia galioides* H. B. K., MIQ. *Syst. p.* 156. *Fl. brasil. p.* 15, *tab.* II, *fig.* II. *Var. polymorpha* MIQ., foliis infimis minutissimis reflexis ellipticis, superioribus multoties longioribus elliptico-lanceolatis. — Folia in sp. vini carnosa; baccae basi immersae erecto-patulae ovoideae uno latere convexiores, ad rhachin planiusculae.

Ad Caldas m. Martii 1865: *Regnell* III. *n.* 1103.

15. *Peperomia Regnelliana* MIQ. *n. sp.* Radicans, ramis erectis tetragonis; foliis verticillatis 4nis— 5nis brevipetiolatis e basi subcuneata rhombeo-lanceolatis plerumque longe rostrato-acuminatis apice extremo obtusiusculo, vel minora quaedam subovata, crasso-succulenta, obscure trinervia, cum ramulis petiolisque glabra; pedunculi terminales solitarii vel gemini glabri, infra medium phyllis 2 deciduis muniti; amenta iis circiter duplo longiora stricta densiflora; ovaria vel baccae (immaturae) semiemersae ellipsoideae apice contracto minute stigmatosae.

Ex charactere scripto P. galioidi similior, quam ipsis exemplaribus comparata. Siccata nigrescit, rigescit, in vivo certe succulenta est. Rami simplices vel subsimplices 6—12 cent. longi, glabri, internodiis inferioribus elongatis; petioli glabri canaliculati 2—4 millim. longi; folia majora 2⅓ cent. longa, 6—8 mill medio lata, minora 1—¾ cent. longa; obscure trinervia, nervis lateralibus alte perductis. Pedunculi si gemini quasi duo ramuli ex foliorum verticillo medio bifolialiolati, 2—1½ cent. longi; amenta florentia 1½—3 cent.; bracteae orbiculares peltatae; antherae ellipticae. — In exemplaribus in sp. vini servatis ovaria et baccae partim immersae.

Ad Caldas, m. Octobris 1868: *Regnell* III *n.* 1551.

16. *Peperomia loxensis* H. B. K., MIQ. *Syst. p.* 158. *Flor. brasil. p.* 16. Baccae abrupte rostellatae.

Prope Caldas: *Regnell* III. *n.* 1428.

17. *Peperomia Martiana* MIQ. *Syst. Piper. p.* 189. *Fl. brasil. p.* 23, *tab.* I, *fig.* III. Forma foliis magis obovatis subtus perquam pallidis.

Ibid. 16 Maji 1858. *Regnell* I. *n.* 413.

Ejusdem *forma* foliis magis ellipticis. Haec in sp. vini carnosa trinervula, immerse reticulata; ovaria patula subcylindrica, stigmate terminali; baccae ovoideae attenuatae, patule erectae.

Ad truncos arborum ibid. 29 Jul.: *Regnell* III. *n.* 1110.

18. *Peperomia Selloviana* MIQ. *l. c.* MART. *Fl. brasil. p.* 16, *tab.* II, *fig.* IV.

Ad truncos arborum ibid.: Henschen III. n. 1550.

19. *Peperomia quadrifolia* H. B. K., MIQ. *Syst. p.* 159.
Ad Caldas: *Regnell* III. *n.* 1105.

20. *Peperomia trineura* MIQ. *Syst. p.* 175. *Fl. brasil. p.* 18, *tab.* II, *fig.* VI. Amenta in sp. vini 2½ mill. crassa; baccae dissitae foveolis leviter innixae, patentes oblique ovoideae, stigmate terminali; ovarium magis appressum bractea tectum.
Ad arbores prope Caldas: *Regnell* III. *n.* 1104.

21. *Peperomia reflexa* DIETR., MIQ. *Syst. p.* 173. *Var. tenera*, caulibus petiolis pedunculis patule curvuleque puberulis, foliis 4nis 4—8 mm. longis subpuberis.
Prope Caldas vulgaris, sine numero. Ab hac vix differt III. n. 1631, prope Caldas ad truncos arborum lecta foliis latioribus magis obovato-ellipticis. In spiritu vini exstat herb. II. 259.

POTHOMORPHE MIQ.

1. *Pothomorphe umbellata* MIQ. *Comment. phyt. p.* 36. MART. *Fl. brasil. p.* 26.
Folia 33 cent. longa et lata, tenuia glabriuscula, in nervis puberula, nervo medio bis bifido. „Caulis 6—8 p."
In prov. Minarum prope Caldas: *Regnell* III. *n.* 1111.

2. *Pothomorphe sidaefolia* MIQ. *l. c. Fl. brasil. p* 25.
Eodem loco: *Regnell* III. *n.* 1111.

ARTANTHE MIQ.

1. *Artanthe Regnellii* MIQ. in MART. *Flor. bras. p.* 34, *tab.* VI, *fig.* II.
Folia usque 13-plinervia. „Caulis simplex 4-pedalis."
Ad Caldas prov. Minarum: *Regnell* II. *n.* 256.

2. *Artanthe Mikaniana* MIQ. *Syst. p.* 383 *et l. c.*
Ibidem, „Capoeira" i. e. sylva nova dicta: II. 256*.

3. *Artanthe xylosteoides* MIQ. *Syst. p.* 422. *Fl. brasil. p.*

42, *tab.* XIII, *fig.* I. — *Var. angustata,* foliis angustioribus usque lanceolatis, nervis uti in specie; amentis longioribus usque 7 cent. longis.

Prope Caldas, 4—6-pedalis. II. n. 257.

4. *Artanthe mollicoma* MIQ. *Syst. p.* 438. *Fl. brasil. p.* 45. Forma tomentosa MIQ. *l. c.* — Prope Caldas: III. *n.* 1112*. Forma latifolia MIQ. *l. c.* — *Ibid* III. *n.* 1113*.

5. *Artanthe Caldasiana* MIQ. *n. sp.* Ramulis obtuso-subtetragonis valde nodosis adultis asperulis, junioribus scabriuscule pubescentibus; foliis brevissime petiolatis e basi inaequali, hinc rotundata, illinc resecta oblique elliptico-lanceolatis inaequilateris acuminatis chartaceo-membranaceis, supra pube caduca asperulis, subtus glanduloso-puncticulatis costulis hic 5 hic 4 (infima brevissima basali) usque ad ½ alt. circiter alt. exortis, suprema ad acumen continuata, transverseque reticulato-venosis, in nervis venisque scabriuscule puberis; paraphyllo caduco lanceolato convoluto brevi pubescente; pedunculo petiolum superante, pubescente; amentis juvenilibus curvatis, adultis rectis folio brevioribus; floribus subannulatim dispositis; bracteis vertice triangulari fimbriato-villosis.

A sp. praecedente inter alia differt foliis longioribus et angustioribus. Frutex. Rami ramosi nodosi pallidi. Petioli pubescentes antice canaliculati 3—4 millim. raro 1 cent. longi. Folia pleraque basi inaequalia, perraro infima ramuli basi aequali acuta donata, nervis subtus satis perspicuis donata, 11—17 cent. longa, 3¾—5¾ lata. Pedunculi 1½ cent. longi. Amenta florentia 6½ cent. longa; stamina bracteas paullo superantia; antheris sordide flavidis loculis discretis. — „Frutex ramosus orgyalis;" prope Caldas m. Maji 1865: *Regnell* III. *n.* 1112.

6. *Artanthe Kunthiana* MIQ. *Syst. p.* 453. *Fl. brasil. p.* 47. Prope Caldas: III. *n.* 1113. Alterum ejusdem numeri specimen ad *A. Vellozianam* paullo accedit.

7. *Artanthe Cambessedei* MIQ. in MART. *Fl. brasil. p.* 51, *tab.* XVII.

Suppetentia specimina ab iis antea descriptis non nisi foliis paullo minoribus differunt. Differt ab *A. glabrata m. l. c.* costulis inferioribus haud adeo alte marginique parallelis adscendentibus.

In sylvis primaevis ad Caldas I. *n.* 412 (immixta *A. mollicoma*) m. April. 1846 et Julio 1861.

8. *Artanthe ampla* MIQ. *Syst. p.* 501. *Fl. brasil. p.* 55, *tab.* XX.

Prope Caldas: *Regnell* III. *n.* 1115.

9. *Artanthe colubrina* MIQ. *Syst. p.* 512. *Fl. brasil. p.* 56. *Var. diversifolia*, foliis aliis lato-oblongis aliis ellipticis, nunc basi acutis, nunc rotundatis; amentis breviusculis.

Prope Caldas 18 Jul. et 13 Sept. 1865: *Regnell* III. *n.* 1114. — "Frutex orgyalis ad medium simplex."

10. *Artanthe Guilleminiana* MIQ. *Syst. p.* 409. *Peltabryon* in MART. *Fl. brasil. p.* 30.

Folia majora quam quae olim descripsi; inferiora lato-ovata abrupte breviter acuminata usque 13-plinervia.

Prope Caldas: I. 412**.

11. *Artanthe exserens* MIQ. in *Linnaea* XX. *p.* 148. *Fl. brasil. p.* 31, *tab.* V, *fig.* II.

"Caulis ad medium simplex."

Prope Caldas I. *n.* 412. I. *n.* 412*. III. *n.* 1112.

ENCKEA KUNTH.

1. *Enckea ceanothifolia* KUNTH. in *Linnaea* XIII. *p.* 597. MIQ. in *Fl. brasil. p.* 29, *tab.* III. *fig.* II.

Differunt exemplaria foliis paullo angustioribus; baccae ovoideae non adeo acutae, 4—6-angulatae.

Frutex biorgyalis; ad Caldas: III 1115*.

OVER EEN MERKWAARDIGEN PUT BIJ DELFT.

DOOR

H. VOGELSANG.

Voorgedragen in de gewone Vergadering van 26 Nov. 1870.

In den loop der maanden Augustus en September heeft zich te Delft op het erf van den landbouwer VAN DER KOOIJ bij den aanleg eener Norton-pomp een verschijnsel voorgedaan, zoo zeldzaam en merkwaardig, dat eene vermelding van wat daarbij is waargenomen, en wat er de vermoedelijke oórzaken van zijn, niet onbelangrijk mag geheeten worden. Door de bereidwilligheid van den genoemden eigenaar om in het belang der wetenschap de verdere werkzaamheden ruim eene week te doen staken, en voorts door de welwillendheid onzer Regeering, die de noodige gelden heeft toegestaan, om den eigenaar schadeloos te stellen, is men in de mogelijkheid geweest, de natuur aan zich zelve overlatende, de verschijnselen gedurende ruim 7 weken in alle bijzonderheden te kunnen gadeslaan. De waarnemingen die ik hieronder mededeel, zijn voornamelijk gedaan door mijn collega prof. VAN DE SANDE-BAKHUIZEN te Delft Ik zelf ben pas in 't begin van September na de vacantie naar Delft teruggekeerd.

Bij het inheien der ijzeren buizen van de Norton-pomp vernam men op 3 Augustus, toen het ondereinde van de buis ongeveer 17,5 meter onder den grond was gedaald, een sterk geblaas van gas, dat uit de buis ontsnapte, en spoedig achtervolgd werd door eene groote watermassa, welke met zooveel kracht uit de buis opspoot tegen het heiblok, dat dit een weinig werd gelicht en, toen men het blok verwijderde, zich

als een schuimende straal 14 meter boven den grond verhief. De werking van deze colossale fontein duurde van Woensdag 3 Augustus des namiddags half vier tot den volgenden morgen half zes uur; van dit oogenblik hield de onafgebroken uitspuiting van gas en water op, en begon eene intermitterende uitstrooming met tusschenpoozen, die in 't begin van deze periode ongeveer 9 minuten bedroegen. Plotseling vermeerderde dan na zulk een tijd van rust de gasontwikkeling, en het water naar boven komende liep eerst rustig over den rand der buis, werd dan al krachtiger opgevoerd, tot dat het schuimende van gas opspoot tot ongeveer 8 meter. Spoedig verminderde echter die hoogte, ten slotte vloeide alleen eenig water of schuim over den rand en na ongeveer eene minuut hield alle wateruitstrooming op. Het uiteinde van de buis was op 1,80 m. hoogte boven den beganen grond gelegen. Het uitstroomende gas was gemakkelijk brandbaar, en brandde, als men het aanstak, met eene groote doch weinig lichtgevende vlam, wat voornamelijk tegen het einde eener uitspuiting, wanneer nog gelijktijdig water uitstroomde, een eigenaardig schouwspel opleverde. Gedurende de eigenlijke eruptie was de vlam natuurlijk wegens de hevige lucht- en waterbeweging niet aan te houden.

De periode van intermitterende uitstrooming duurde van 4 tot 21 Augustus. De perioden van rust namen van het begin af toe; eerst zeer langzaam en vrij regelmatig; sedert 14 Aug. echter, na eene kleine wijziging in het verschijnsel, werd die toeneming aanzienlijker. Op 17 Aug. duurden de tijden van rust ruim een uur, op 18 Aug. reeds ongeveer 4 uren, op 20 en 21 Aug. ruim 6 uren en op laatstgenoemden dag heeft de put voor de laatste maal uit eigen beweging het schouwspel eener uitspuiting opgeleverd. Na dien tijd had er alleen gasontwikkeling plaats, in dier voege, dat voortdurend kleine gasbelletjes en gemiddeld alle 10 secunden eene groote gasbel naar omhoog stegen. Door de buis echter ongeveer 10 minuten lang met de hand gasdicht af te sluiten, waarbij men de spanning aanhoudend voelde vermeerderen, kon men eene eruptie in het leven roepen, geheel van denzelfden aard als vroeger zich van zelf voordeden. Na afloop eener eruptie was hoogstens een

half uur stilstand noodig, voordat men de proef op dezelfde wijze kon herhalen. Gedurende den tijd van rust kon men het uitstroomende gas aanhoudend laten branden; de vlam was gewoonlijk klein en lichtzwak, steeg echter telkens hooger op wanneer eene grootere gasbel naar omhoog kwam.

In dien toestand bleef de put in hoofdzaak onveranderd tot den 19den Sept., op welken dag door den eigenaar de werkzaamheden hervat werden, ten einde op grootere diepte drinkwater te verkrijgen. Op 25 meter diepte werd eene proefneming gedaan, veel zand en water uitgepompt, het water beviel echter nog niet; 's avonds, wanneer de werkzaamheden eenige uren lang gestaakt waren, had zich noch eene kleine hoeveelheid brandbaar gas in de buis verzameld. Op 30 meter had men (altijd in zand doorborende) water, dat voor de beoogde doeleinden als voldoende werd beschouwd, er werd veel zand uitgepompt, eindelijk eene gewone pomp-inrichting aan de buis verbonden, en tegenwoordig is van de intermitterende put niets meer te zien.

Ziedaar het algemeene verloop van het verschijnsel. Alvorens wij trachten eene verklaring er van te geven, zullen wij de gedane waarnemingen meer in 't bijzonder moeten nagaan.

Ten opzichte der eerste periode van aanhoudende uitspuiting berust het boven gezegde op de opgaven van den eigenaar, de werklieden en de buren; een wetenschappelijk persoon is niet tegenwoordig geweest. Aan het heitoestel en de naast liggende gebouwen zijn echter de sporen dier geweldige uitspuiting zichtbaar gebleven: uit de bruine roest-vlakken die men daar waarneemt, mag men tevens besluiten, dat dit eerst opspuitend water betrekkelijk veel ijzer, waarschijnlijk als koolzuur ijzeroxydul opgelost bevatte; en omdat het oplossend vermogen van gewoon water zeer gering is, maar door de aanwezigheid van vrij koolzuur, en waarschijnlijk door versterking van druk aanzienlijk toeneemt, mag men uit het groote ijzergehalte de gevolgtrekking afleiden, dat dit eerst opspuitend water betrekkelijk veel koolzuur, door sterken druk gebonden, bevatte. Wat betreft de tweede en derde periode, kan ik niet beter doen dan de volgende aanteekeningen mede te deelen, welke de heer VAN DE SANDE-BAKHUIZEN van zijne waarnemingen heeft

gehouden. De duur der rustperiode is daarin door de letter *r* en die der uitstroomingsperiode door *u* beteekend.

5 *Aug.* *'s morgens.*

r = 9 minuten ongeveer (geen nauwkeurige waarneming.)

6 *Aug.*

Het spec. gew. van het gas wordt bepaald = 0,716.

8 *Aug.* 1 *uur.*

r = 9^{m}25^s; 9^{m}27^s. Gemiddeld = 9^{m}26^s.
u = 50^s; 40^s; 43^s. 〃 = —43^s.

9 *Aug.* 6 *u.* 30^m *'s avonds.*

r = 11^{m}0^s; 10^{m}59^s. Gemiddeld = 11^{m}0^s
u = 40^s; 40^s; 38^s. 〃 = —39^s.

9 *Aug.* 10 *uur* *'s avonds.*

Onzeker { *r* = 11^{m}30^s; 11^{m}23^s. Gemiddeld = 11^{m}27^s.
u = 30^s; 37^s. 〃 = —34^s.

10 *Aug.* 1 *uur.*

r = 12^{m}14^s; 12^{m}12^s; 12^{m}11^s; 12^{m}11^s. Gemiddeld 12^{m}12^s.
u = 35^s; 40^s: 41^s; 38^s; 39^s. 〃 39^s.

De waterstand in de buis was enkele minuten na de uitstrooming constant tot enkele secunden vóór de volgende uitstrooming; tusschen 5 uitstroomingen werd de waterstand benevens de rand van de buis waargenomen 3,70 meter 3,90; 3,70; 3,80; Gemiddeld = 3,78 meter.

De tijd tusschen het begin van de rijzing in de buis en het uitvloeien werd bepaald op 7^s: 7^s; 8^s; 8^s. Gem. 7,5^s.

Spec. gew. van het uitstroomende gas = 0,754.

11 *Aug.* *'s morgens* 10 *uur.*

r = 13^{m}32^s; 13^{m}35^s; 13^{m}32^s Gem. = 13^{m}33^s.
u = 35^s; 38^s; 42^s; 40^s: 〃 —39^s.

Waterstand gedurende de rustperiode = 3,70 m. beneden den bovenrand der buis.

11 *Aug. 7 uur 's avonds.*

$r = 14^m 6^s$; $14^m 7^s$; $14^m 6^s$. Gem. $14^m 6^s$.

$s = 41^s$; 44^s; 42^s; 39^s. 〃 42^s.

13 *Aug.* 10½ *uur 's morgens.*

$r = 14^m 10^s$; $14^m 9^s$. Gem. $14^m 10^s$.

$s = 60^s$; 60^s; 58^s. 〃 59^s.

14 *Aug. 7 uur 's avonds.*

Wijziging van het verschijnsel; de uitstrooming van gas duurt vóór de wateruitstrooming een geruimen tijd voort, 10 minuten of langer; het borrelt dan door het water naar omhoog, hetgeen vroeger niet gebeurde. Het opspuiten is iets minder hoog.

$r = 24^m 26^s$; $24^m 11^s$. Gem. $24^m 19^s$.

$s = 50^s$; 48^s. 〃 49^s.

15 *Aug. 3 uur 's middags.*

De verschijnselen zijn dezelfden.

$r = 30^m 45^s$.

$s = 50^s$.

Waterstand in de buis onveranderd.

16 *Aug* Spec. Gew. bepaling 0,669.

17 *Aug.* r = 1 uur 10^m; $1^u 25^m$; 1^u. Gem. $1^u 18^m$.

Door de buis gedurende eenigen tijd te sluiten, werd de wateruitstrooming bespoedigd.

18 *Aug.* r ongeveer 4 uur.

19 *Aug.* Evenzoo. Waterstand onveranderd.

20 *Aug.* r ruim 6 uur.

21 *Aug.* Onveranderd.

22 *Aug.* In den nacht van 21 op 22 Aug. geen waterontlasting meer. Op 22 Aug. 's middags half 2 uur werd door afsluiting van de buis eene uitspuiting te weeg gebracht.

23 *Aug.* Onveranderd. Geen waterontlasting zonder afsluiten der buis. Gedurende het opborrelen van het gas in de

buis is de waterstand daar binnen 1,75 meter beneden den bovenrand; na de wateruitstrooming daalt de watervlakte tot 3,70 m. Tot 10 Sept. onveranderd dezelfde verschijnselen.

10 *Sept.* De waterstand waargenomen gedurende het opborrelen van gas. Hij verschilde tusschen 3,08 en 2,85 meter beneden den rand. Na de uitspuiting was de wateroppervlakte rustig, 3,59 m. beneden den rand. Bij het opborrelen steeg gemiddeld elke 10 secunden eene groote gasbel naar omhoog.

12 *Sept.* Waterstand gedurende het opborrelen gem. 2,95 m. na de uitspuiting 3,60 m. beneden den rand.

Tot 19 Sept. geen wijziging in het verschijnsel.

Laatstvermelde waarnemingen zijn geschied door middel van een drijvertje (een hollen blikken cylinder) hangende aan een touw, dat aan den bovenrand over een katrolletje liep, en buiten door een gewichtje in evenwicht werd gehouden. Dit gewichtje toonde nauwkeurig den stand en de beweging aan van de wateroppervlakte binnen de buis.

De temperatuur van het water was gemiddeld altijd 13° C.

Het gas, zooals het gedurende de laatste periode omhoog steeg, is door prof. A. C. OUDEMANS JR. scheikundig onderzocht. Op 0° en 76 ctm. druk droog berekend werd gevonden:

Koolzuur, CO_2 8,2 vol.

Moerasgas, CH_4 91,8 vol.

met sporen van lucht. De niet-aanwezigheid is bepaald van CO, C_2H_4 of andere zware koolwaterstoffen.

Voor genoemd mengsel wordt als spec. gew. uit de sp. geww. der bestanddeelen afgeleid 0,63.

Berekent men omgekeerd de quantitative zamenstelling uit de boven vermelde spec. gew. bepalingen, daarbij alleen CO_2 en CH_4 als aanwezige gassen aannemende, dan heeft men:

	Spec. gew.	Zamenstelling.	
6 Augustus	0.716	CO_2 16,4 CH_4 83,6	vol.
10 〃	0,754	CO_2 20,3 CH_4 79,7	〃
16 〃	0,669	CO_2 11,6 CH_4 88,4	〃

Deze waarnemingen zijn alle drie uit de tweede periode, toen noch uit eigen beweging eene waterontlasting plaats had. Men zal dus hieruit kunnen besluiten, dat gedurende deze periode het gehalte aan koolzuur grooter was dan gedurende de derde periode, toen de scheikundige analyse uitgevoerd werd; men mag ook aannemen, dat gedurende de tweede periode het koolzuurgehalte aanhoudend of ten minste na het incident van 14 Aug. verminderde; het hooger spec. gew. op 10 Aug. is gemakkelijk te verklaren uit een verschillend tijdstip der waarneming ten opzichte der uitspuiting, mogelijk ook, dat het gas door bijgemengde lucht een weinig verontreinigd was.

De ijzeren buis, uit meerdere stukken bestaande, was van binnen 6 ctm. wijd, het ijzer was 5 mm. dik. Zij eindigde beneden in een gesloten spitsen kegel, maar tot op ongeveer 50 ctm. hoogte was de buis met vele gaten doorboord, die een ctm. wijd en ongeveer 4 tot 5 ctm. van elkander gelegen waren. Boven aan den beganen grond stond de buis, in eene kleine gemetselde kom van ongeveer één m. diepte en wijdte, waarin zich slib en water verzameld had; dit water stond in den regel op 2,40 m. onder den bovenrand van de buis, dus 0,60 m. onder den beganen grond, wat van den natuurlijken waterstand daar ter plaatse vermoedelijk niet veel verschillen zal.

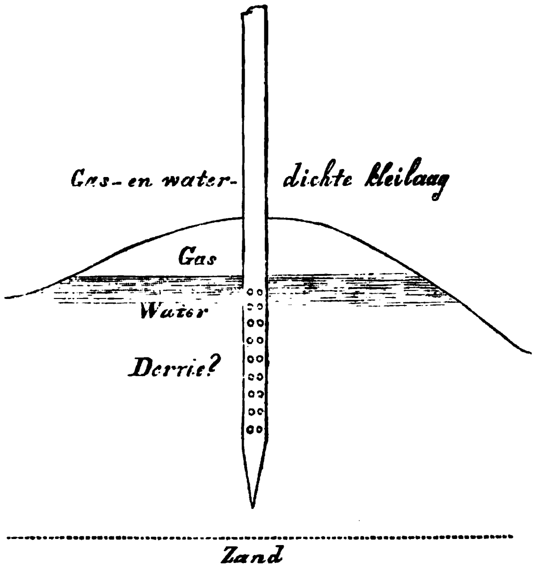
Over de gesteldheid van den grond levert de aanleg eener Norton-pomp uit den aard der zaak weinig gegevens op. Uit het min of meer gemakkelijk indringen van de buis en uit den klank van den slag van het heiblok weten de arbeiders op te maken of het ondereinde van de buis in zand of wel in veen of klei staat; de twee laatste grondsoorten kunnen zij op die wijze echter niet van elkander onderscheiden. Zeker is het, dat op ongeveer 3 m. onder den beganen grond, onder puinaanhooping en veengrond zich eene tamelijk dikke en uitgestrekte kleilaag bevindt. Door het uitspuiten is hoofdzakelijk slib (klei) en zand, maar zooverre men kan nagaan, geen veen naar boven gevoerd. Na het hervatten der werkzaamheden op 19 Sept., meenden de arbeiders op ongeveer 22 m. diepte eene verandering der grondsoort te bespeuren, van dien aard, dat het ondereinde der buis in zand was gekomen. Bij de proef-

neming op 25 m. werd alleen los zuiver zand uitgepompt, en tot 30 m. diepte is men in dat zand gebleven. Het mag niet onopgemerkt blijven, dat het water, uit die diepte verkregen, hoewel voor de beoogde doeleinden voldoende, toch geenszins als goed drinkwater kon beschouwd worden. Op andere plaatsen te Delft heeft men deze zandlaag tot op 40 m. diepte met eene putboring vervolgd.

Bij de verklaring van het verschijnsel moet men de drie perioden zoo als deze boven nader omschreven zijn, eenigszins uit elkander houden. In de eerste periode — daarover kan geen twijfel bestaan — werd aan eene groote hoeveelheid gas en water, die beneden onder eene groote spanning was opgesloten, door het inheien der buis een uitweg geopend. Het gas, dat op grootere diepte uit organische zelfstandigheden ontwikkeld werd, was van boven door de zware kleilaag opgesloten, en hoewel zijdelings op grooten afstand en door nauwe openingen een verband met het bovenwater zal hebben bestaan, kon langs dien weg het gas toch niet in gelijke hoeveelheid ontwijken als het plaatselijk ontwikkeld werd. Een verband met het bovenwater moet hebben bestaan en moet ook voor alle verdere verklaring worden aangenomen, omdat de waterstand in de buis na de uitspuiting spoedig op de normale hoogte terugkwam, dat is ten minste 13 à 14 m. hooger dan het ondervlak van de kleilaag, waaronder de gasverdichting plaats had. Het is namelijk niet wel mogelijk, dat het ondereinde van de buis reeds veel beneden dit ondervlak was doorgedrongen, anders zoude de uitspuiting al vroeger zijn tot stand gekomen.

Gedurende de tweede periode moet dus van tijd tot tijd eene gasmassa de buis zijn binnengetreden, van zoodanige spanning, dat zij naar omhoog stijgende en daarbij zich uitzettende, in staat was de daarop rustende waterkolom tot boven den rand der buis te verheffen. Het water vloeide hier eerst langzaam over, daardoor werd de zuil verkort, de weêrstand verminderd en het overige water werd met geweld naar buiten geworpen. Aan het ondereinde traden afwisselend korte kolommen van water en gas de buis binnen en werden naar boven vervoerd, tot dat zoo veel gas ontsnapt en zoo veel water zijdelings toegetreden was, dat de waterspiegel boven de bovenste

gaten van de buis stond en geen vrij gas meer binnen kon treden. Fig. 1.



Indien de hoeveelheid gas, die voortdurend beneden ontwikkeld werd, groot genoeg ware geweest om op het onderliggende water den noodigen druk teweeg te brengen, dan zoude, evenals bij de Karlsbader en andere bronnen een voortdurend uitspuiten van gas en water moeten hebben plaats gehad. Zoo sterk was de gas-ontwikkeling evenwel niet.

Het dynamisch evenwicht, zooals het door de aanhoudende gas-ontwikkeling en de bestaande gelegenheden voor ontwijking van het gas ter eene, voor toevloeiing van water ter andere zijde verlangd werd, zien wij in de derde periode bij normalen toestand van den put hersteld. De waterspiegel werd nu wel tot aan de bovenste gaten verlaagd, maar het gas had toen geen genoegzame spanning, om de waterkolom naar boven op te brengen; eene gasbel trad binnen, steeg omhoog, daardoor werd beneden de spanning verminderd, de waterspiegel rees weder voor korten tijd enkele millimeters, en de bovenste gaatjes waren weder onder water, totdat na 10 secunden weder

voor het ontsnappen eener gasbel de weg geopend was. Door de aanhoudende doorstrooming van gas werd het water in de buis zoodanig daarmede bezwangerd, dat de waterspiegel in de buis van 3,70 of 3,80 m tot op 1,75 later slechts tot 2,95 m. beneden den rand van de buis gebracht werd. (Vgl. boven 23 Aug. tot 12 Sept.)

Het is duidelijk, hoe door afsluiten van de buis de spanning van het gas beneden weder zoodanig kon versterkt worden, dat een oprijzen van de kolom, een overvloeien en uitspuiten moest worden teweeg gebracht. Zoodanige vermeerdering van spanning moet echter in de tweede periode zonder afsluiten van de buis zijn tot stand gekomen. De spanning van de gasmassa, die den waterspiegel naar beneden drukte, zal altijd afhangen van de hoeveelheid die in een zekeren tijd ontwikkeld wordt in verhouding tot de hoeveelheid, welke in denzelfden tijd door de gegeven openingen ontsnappen kan

Vóór de eerste periode had eene groote hoeveelheid water onder sterken druk der aanhoudend ontwikkelde gassen gestaan, en was overeenkomstig dien druk met deze gassen verzadigd geworden.

De absorptie-coëfficiënt bij 13° C en 76 ctm. druk is volgens BUNSEN voor

$$CO_2\,, = 1{,}065.$$
$$CH_4\,, = 0{,}041.$$

Aannemende 10 pCt. CO_2 en 90 pCt. CH_4, is de totale absorptie-coëff. in maat bij 1 atm. druk, $=$ 0,1435; op eene diepte van 17,5 meter onder den grond, onder eene waterzuil van 15,5 m. zoude dus onder gewone omstandigheden in 1 liter water 0,36 liter gas zijn opgelost. De geabsorbeerde hoeveelheid vermeerdert echter evenredig aan dien druk; vóór en tot de doorboring van de afsluitende kleilaag moet dus de geheele watermassa die daaronder stond, voor zoo verre zij met de gasontwikkelingsbron in gemeenschap was, betrekkelijk veel meer gas, en voornamelijk meer koolzuur bevat hebben. Bij de doorboring ontsnapte eerst al het gas, dat onder sterken druk boven het water verzameld was, en omdat telkens van onderen ook weder water de buis binnen trad, werd ook dit water voortdurend met geweld naar omhoog gevoerd. Dit is de eerste periode, waarin dus het water het meest koolzuur

moest bevatten, zoo als door de sterke oplossing van koolzuur ijzeroxydul reeds vroeger waarschijnlijk is gemaakt. Uit een geologisch oogpunt mag het niet onopgemerkt blijven, dat, wanneer het koolzuurhoudend water beneden onder sterken druk met koolzuur ijzeroxydul verzadigd is geweest, bij eene vermindering van dien druk door de uitspuitingen, beneden een neêrslag van genoemd zout moet hebben plaats gehad. Waarschijnlijk bestond het „slib" waardoor het water van de eerste uitspuitingen verontreinigd was, grootendeels uit koolzuur ijzeroxydul, dat aan de lucht dadelijk in ijzeroxydhydraat werd omgezet.

Onmiddellijk na de aanhoudende eerste uitspuiting zal dus de ruimte beneden geheel met water gevuld zijn geweest, maar met water, dat in verhouding tot den bestaanden druk met gas oververzadigd was, welk gas opstijgende, van lieverlede onder de kleilaag verzameld werd. Gelijktijdig had de normale gasontwikkeling voortgang, en op die wijze werd eene spanning bereikt, die, wanneer de waterspiegel genoegzaam was gedaald, en het gas tot de buis toegang verkreeg, in staat was, op nieuw eene uitspuiting teweeg te brengen.

Door het binnentreden eener gasbel werd de waterzuil, die eerst evenwicht maakte met de spanning van het gas, verkort, en kon dus door die spanning naar boven worden gedreven. Bij het uitvloeien werd de druk op de gasmassa geringer, het volumen daarvan grooter, hetgeen dus een sneller dalen van den binnensten waterspiegel ten gevolge had. Grootere quantiteiten van gas konden nu toetreden, gelijktijdig kwam het water door de onderste openingen en beiden werden dus met kracht naar omhoog gevoerd. De groote afvoer van het gas had weder eene vermindering van zijn volume en eene rijzing van den waterspiegel ten gevolge, tot boven de bovenste openingen, waardoor de eruptie ophield. Deze periodieke uitspuitingen moesten met toenemende tusschenpozen zich herhalen, zoo lang noch genoegzame overdruk onder de kleilaag tot stand kwam. Dit geschiedde in den eersten tijd voornamelijk door het vrij worden van het overmatig geabsorbeerd gas, en dus betrekkelijk spoedig; het laatste betrekkelijk groote overschot van gas werd op 14 Aug. vrij. Na dien tijd was het wel noch eenigszins

oververzadigd, en kon de spanning bij de bestaande uitwegen ook noch zoodanig versterkt worden, dat zij in staat was eene uitspuiting teweeg te brengen; maar het duurde nu veel langer alvorens de waterspiegel tot de bovenste opening gedaald was, omdat de ophooping van gas meer aan de oorspronkelijke ontwikkeling dan aan het vrij worden van geabsorbeerd gas viel toe te schrijven. Op die wijze verklaart zich de wijziging van het verschijnsel sedert 14 Aug. Eindelijk op 22 Aug. was het dynamisch evenwicht van gas-ontwikkeling en gelegenheid tot ontwijken in bovenvermelden zin tot stand gebracht. De nauwe uitwegen of omwegen, die vóór het doorboren der kleilaag reeds bestonden, en waardoor toen de spanning tot zekere hoogte beperkt en geregeld werd, zijn door de herhaalde gas- en waterbeweging later waarschijnlijk eenigszins vermeerderd of vergroot geworden, zoodat in 't algemeen de spanning boven de wateroppervlakte moest verminderen, en ook daardoor het verzwakken van het verschijnsel bespoedigd werd.

Nu blijft nog de vraag te beantwoorden, of ten minste te behandelen: Waar komt het gas vandaan? Dat het in hoofdzaak gevormd wordt door de langzame maar voortdurende ontbinding van organische en wel plantaardige zelfstandigheden zal niemand betwisten. Onzeker is het evenwel, op welke diepte wij die bron van gas-ontwikkeling te zoeken hebben. In dit opzicht is het volgende noch aan te voeren. Zoo als boven bewezen is, kan het ondervlak van de kleilaag niet veel hooger dan het ondereinde van de buis gelegen zijn, misschien op eene diepte van 16 à 17 meter. Op 22 meter dachten de arbeiders met het ondereinde in zand te zijn. Op 25 meter stond de buis ten minste 1 meter diep zeker in zand. Daartusschen liggen dus een 6 of 8 meter, waar *mogelijk* veengrond is gelegen Tegen deze onderstelling spreekt alleen, dat door het opspuiten geen veen naar boven is gevoerd, en tevens is daarbij op te merken, dat de opgave omtrent die 22 meter vrij onzeker is, want het indringen van de buis is niet minder van de wrijving langs hare wanden, dan wel van den weêrstand tegen het ondereinde afhankelijk. Het kan dus niet onmogelijk genoemd worden, dat reeds onmiddellijk onder de klei op 16 à 17 m. de zandlaag begonnen is. Ook zoude men kunnen

tegenwerpen, dat nog op grootere diepte (25 m.) gas in de buis is waargenomen; evenwel kan de verbinding der verschillende buizen tot één geheel niet als zoodanig gasdicht beschouwd worden, dat niet uit eene hoogere streek nog een weinig gas had kunnen binnentreden. Van den anderen kant mag uit de omstandigheid, dat uit de diepte waarop tegenwoordig het ondereinde der buis zich bevindt geen gasontbinding merkbaar is, niet de gevolgtrekking worden afgeleid, dat de ontwikkelende veenlaag niet op grootere diepte gelegen is, want de spanningsverschijnselen kunnen uit den aard der zaak zich slechts aan de bovengrens der permeabele lagen voordoen. De mogelijkheid blijft dus bestaan, dat de gasontwikkelende veenlaag onder het zand gelegen is. Overigens zijn de algemeene voorwaarden van het verschijnsel, namelijk uitgestrekte veen- of derrielagen door kleilagen bedekt, in ons land zoo menigvuldig verspreid, dat het wel te verwachten is, dat ook op andere plaatsen bij den aanleg van Norton-putten soortgelijke gebeurtenissen zullen plaats hebben.

BLIK OP DE

UITBREIDING DER ZOOLOGISCHE KENNIS,

NAAR AANLEIDING DER VERGELIJKING VAN VERSCHILLENDE STELSELS,

DOOR

P. HARTING.

Voorgedragen in de gewone Vergadering van 26 Nov. 1870.

Bij gelegenheid, dat ik aan de Academie het laatste stuk der natuur-historische afdeeling van mijn *Leerboek der Dierkunde* aanbied, zij het mij vergund eenige opmerkingen te maken aangaande de daarin gevolgde stelselmatige groepeering en tevens door eenige cijfers de groote uitgebreidheid der hedendaagsche zoologische kennis te doen uitkomen

Bij het maken van stelselmatige indeelingen des dierenrijks kan men van tweederlei standpunt uitgaan. Velen zien daarin het middel om alle dieren zoo te rangschikken, dat aan elken vorm eene bepaalde plaats in het stelsel wordt aangewezen. — Elke groep, d. i. elke soort, geslacht, familie, orde, klasse, moet daartoe scherp begrensd worden, zoodat elk der daartoe behoorende leden de kenmerken bezit, welke ook aan al de overige leden der groep eigen zijn en die gezamenlijk als diagnose worden zamengevat. De zoodanigen hebben vooral de gemakken der determinatie in het oog. Regelmatig afdalende van het algemeene tot het bijzondere, vindt de verzamelaar zoo de namen der reeds door anderen beschreven soorten, of, indien het eene nog niet beschreven soort geldt, de groep waarin zij geplaatst moet worden.

Zoolang men nog slechts een zeer beperkt getal van dier-

soorten kende, was het volgen van dezen zuiver logischen weg zeer gemakkelijk. Eene diagnose van een of twee regels was meestal voldoende om elke groep scherp te kenmerken, en het getal der aldus gevormde groepen ging het vermogen van een matig geheugen niet te boven. Naar gelang echter zich nieuw ontdekte diervormen bij de reeds bekende voegden, moest zich noodzakelijk ook het getal der groepen vermeerderen. Zoodra toch overigens verwante dieren bleken niet volkomen overeentestemmen in al de kenmerken, die door de diagnose worden uitgedrukt, moest deze hetzij gewijzigd en nog algemeener dan vroeger gemaakt worden, of wel eene nieuwe groep moest worden opengesteld tot opneming dezer afwijkende vormen. Het gevolg hiervan is geweest, dat, inzonderheid in den loop der laatste jaren, het getal dier nieuw gevormde groepen, bepaaldelijk der familiën en geslachten, op eene wijze is toegenomen, die men bijna verontrustend zoude kunnen noemen, omdat zelfs hij die aan een uitmuntend geheugen een stalen vlijt paart, gedurende een geheel menschenleven niet in staat is meer dan een klein gedeelte der duizenden van namen te onthouden, nog minder de kleinere en grootere verschillen, welke tot het geven dier namen aanleiding hebben gegeven. Gaat men op dien weg voort, dan laat zich voorzien, dat, eer vele jaren verloopen zijn, een overzigt van het geheele dierenrijk, dat nu reeds tot de zeer moeijelijke opgaven behoort, eindigen zal met geheel onmogelijk te worden.

De vraag mag dus wel gesteld worden of die weg wel de ware is, en of het niet verkieslijk is, eenen anderen in te slaan. Elke scherpe afbakening van zekere groepen onderstelt, dat er werkelijk in de natuur ook scherpe scheidingen bestaan. Nu heeft wel is waar reeds LINNAEUS gezegd: *„natura non facit saltus,”* maar op het standpunt, waarop de toenmalige kennis der dierenwereld stond, had hij toch weinig regt tot zulk eene uitspraak In de eerste folio uitgave van zijn *Systema naturae*, die in 1735 verscheen, geeft hij op twee bladzijden een overzigt van het geheele stelsel van het dierenrijk, van de klassen, orden, geslachten en soorten, met de zeer korte diagnosen van al de eerstgenoemde drie groepen. Ziehier de getallen der door hem in elk zijner zes klassen gerangschikte groepen.

Quadrupeda	4	orden,	34	geslachten,	88	soorten
Aves	7	—	47	—	117	—
Amphibia. .	1	—	4	—	27	—
Pisces . . .	5	—	41 *)	—	166	—
Insecta . . .	4	—	47	—	95	—
Vermes. . .	3	—	19	—	64	—
Te zamen	24	orden,	192	geslachten,	557	soorten †).

Gelukkige tijd voorwaar voor hen die zich spoedig en met weinig moeite een volledig overzigt van de geheele dierenwereld wenschten te verschaffen, en zich de hoofdkenmerken der verschillende groepen in het geheugen te prenten §)!

Ofschoon nu in de latere uitgaven van zijn *Systema Naturae* het getal der groepen allengs merkelijk is toegenomen, zoo kon LINNAEUS toch nog altijd volstaan met deze door zijne korte, kernachtige, een- of tweeregelige diagnosen scherp te begrenzen en logenstrafte hij dusdoende zijne eigene bovengenoemde uitspraak, die trouwens meer op den grond van inwendige overtuiging dan op dien der werkelijke ervaring berustte.

Doch wat voor LINNAEUS niet veel meer dan een duister voorgevoel kon zijn, heeft zich in onzen tijd meer en meer bewaarheid. Talrijke sedert ontdekte, hetzij levende of uitgestorven soorten hebben zich als tusschenvormen geplaatst tusschen

---

*) LINNAEUS rangschikte toen nog de Zeekoe, de Dolphijnen en de Walvisschen onder de visschen. Trekt men deze af, dan wordt het getal der geslachten van visschen met 5 en dat der soorten met 10 verminderd, terwijl de geslachten en soorten van zoogdieren met even zooveel vermeerderd worden.

†) Dit was echter niet het geheele op dit tijdstip werkelijk aan LINNAEUS bekende getal soorten, gelijk blijkt uit het achter sommige namen geplaatste bijvoegsel: *divers. spec.*, maar alleen van dat hetwelk hij door bijzondere namen onderscheidde. Vele dier soortnamen zijn later, bij invoering der binaire nomenclatuur, geslachtsnamen geworden.

§) Dat LINNAEUS toen nog geen de minste voorstelling had van de verbazende veelvormigheid der organische natuur, moge blijken uit de aanteekening die hij onder de klasse der *Amphibia* (onze *Reptilia*) heeft geplaatst. Zij luidt als volgt: „*Amphibiorum Classem continuare noluit benignitas Creatoris; Ea enim si tot generibus, quot reliquae Animalium Classes comprehendunt, gauderet, vel si vera essent, quae de Draconibus, Basiliscis, ac ejusmodi monstris fabulantur, certe humanum genus terram inhabitare vix posset.*"

Thans worden bijna een 2000-tal soorten van Reptiliën opgeteld.

andere, die oogenschijnlijk zeer van elkander verschillen, en deze aaneengeschakeld op eene wijze, die het soms uiterst moeijelijk maakt aan te toonen, waar de eene vorm begint en de andere eindigt.

Inderdaad kan het ook niet anders, indien het waar is, waarvan de overtuiging meer en meer veld wint, dat er namelijk tusschen diervormen, die thans zeer ongelijk aan elkander zijn, een genetisch verband bestaat, en dat de nu levende diersoorten door allengsche veranderingen uit gemeenschappelijke prototypen ontstaan zijn. Dan toch moet het getal van tusschenvormen die, wanneer zij elkander in den loop des tijds zijn opgevolgd, de beteekenis van overgangsvormen erlangen, eindeloos groot zijn, en, indien het mogelijk ware deze alle te kennen, dan zoude het uit den aard der zaak eene volstrekte onmogelijkheid zijn nog langer deze alle binnen het keurslijf van scherpe diagnosen te knellen.

Doch hoe dit zij, zoo geloof ik dat men in een leerboek, dat bestemd is in eene beperkte ruimte den grooten vormenrijkdom, welken de dierenwereld aanbiedt, althans in zijne hoofdtrekken te leeren kennen, zich voor eene te groote versnippering der groepen wachten moet, ook dan, wanneer men daaraan de scherpte der diagnosen moet opofferen en bij het vermelden van de kenmerken der groepen zich genoopt ziet de woordjes „dikwijls, gewoonlijk, in den regel," enz., intevlechten, om te doen uitkomen dat de aangegeven kenmerken wel is waar bij de meeste, maar niet bij alle leden der groep worden aangetroffen. Alleen langs dien weg is het mogelijk overigens blijkbaar verwante vormen bijeen te houden en met eenen gemeenschappelijken naam te bestempelen.

Dat in weêrwil van dit streven om het getal der onderafdeelingen niet te zeer te vermenigvuldigen, dit toch nog zeer aanmerkelijk is gebleven, moge blijken uit het volgende tafeltje, waarin de getallen der orden en familiën in elke klasse zijn opgeteekend.

Vertebrata.	Ord.	Fam.	*Echinodermata.*	Ord.	Fam.
Mammalia	17	62	*Holothurioidea* . . .	3	6
Aves	7	57	*Echinoidea*	2	11
Reptilia	6	53	*Stelleridea*	2	13
Pisces	14	79	*Crinoidea*	2	14
Arthrozoa.			*Coelenterata*		
Insecta	10	98	*Ctenophora*	2	11
Arachnoidea	8	23	*Hydrozoa*	3	25
Crustacea	8	60	*Anthozoa*	2	17
Vermes.			*Protozoa.*		
Coelelmia	8	49	*Spongiaria*	2	15
Plerelmia	4	36	*Rhizopoda*	3	24
Mollusca.			*Gregarinaria*	1	1
Cephalopoda	2	16	*Noctilucaria*	1	1
Gasteropoda	4	62	*Acinetina*	1	3
Pteropoda	2	9	*Infusoria*	2	19
Solenoconchae	1	1			
Lamellibranchia . .	2	25			
Tunicata	3	8			
Brachiopoda	2	9			
Bryozoa	2	7			

Vereenigt men deze cijfers, dan verkrijgt men de volgende getallen der klassen, orden en familiën in elk der zeven hoofdafdeelingen.

	Klassen.	Orden.	Familiën.
Vertebrata	4	44	251
Arthrozoa	3	26	181
Vermes	2	12	85
Mollusca	8	18	137
Echinodermata	4	9	44
Coelenterata	3	7	53
Protozoa	6	10	63
Te zamen	30	125	814

Bij deze getallen voegen zich nog 14 onderklassen, 78 onderorden en 226 onderfamiliën, zoodat het geheele cijfer der

groepen van hoogeren en lageren rang, waarvan eene nu eens meer dan weêr minder uitvoerige beschrijving gegeven is, 1295 bedraagt. Van de geslachten zijn omstreeks 6200 met namen vermeld, en van de meesten ook enkele der hoofdkenmerken genoemd. Het geheele getal der bekende geslachten is echter nog veel grooter *). Wat de soorten aanbelangt, zoo was ik wel genoodzaakt deze meerendeels geheel met stilzwijgen voorbij te gaan en heb daarvan alleen gewag gemaakt, wanneer enkele bijzonderheden der levenswijze of de geographische verspreiding eene opzettelijke vermelding vorderden.

De bestaande getallen leveren niet alleen een sprekend bewijs van de verbazende veelvormigheid der dierlijke wezens, maar zijn tevens wel geschikt om te doen zien, hoe uitgebreid de hedendaagsche zoologische kennis is. Het kwam mij niet geheel onbelangrijk voor, daarmede de getallen der gelijknamige groepen te vergelijken, die voorkomen in de tweede, in 1849—1855 verschenen uitgave van het *Handboek der dierkunde* van ons overleden medelid J. VAN DER HOEVEN, alsmede in het bekende werk van G. CUVIER, *Le règne animal distribué d'après son organisation*, dat in 1817 verscheen en waarin voor het eerst de juiste grondslagen gelegd zijn, waarop de zoologen nog heden ten dage voortbouwen, al heeft dan ook de uitbreiding onzer kennis in den loop der sedert verstreken halve eeuw er toe geleid om eenige noodzakelijke wijzigingen in zijn stelsel te maken, waardoor zulk eene vergelijking eenigzins bemoeijelijkt wordt. Hierbij voegt zich nog een ander en inderdaad belangrijker bezwaar. De woorden „klasse orde, familie, geslacht" drukken geen bepaalde begrippen uit, waarvan de beteekenis voor allen en altijd dezelfde is Integendeel de geschiedenis der wetenschap leert: dat die begrippen zich met den toenemenden omvang der kennis van de dierlijke vormen zeer gewijzigd hebben. Vele der geslachten van

*) Reeds dikwijls is geklaagd over de bij velen heerschende zucht om nieuwe geslachten en ondergeslachten te vormen, die dan elk natuurlijk weder een eigen naam ontvangen. Vooral de entomologen munten daarin uit. Wanneer men b.v. ziet dat J. THOMSON in zijn *Systema Cerambycidarum* deze familie in niet minder dan 1095 geslachten splitst, dan mag men wel vragen of zulk eene versnippering niet veeleer na- dan voordeelig voor de eigenlijke wetenschap is.

LINNAEUS vinden wij in onze tegenwoordige familiën terug, en hetzelfde geldt van vele der geslachten van CUVIER die hij *grands genres* noemde ter onderscheiding van de ondergeslachten of *sous-genres*, welke laatste echter nagenoeg alle in latere rangschikkingen als geslachten overgegaan, ja niet zelden zelve wederom in ondergeslachten verdeeld zijn. Bovendien hechten zelfs gelijktijdig levende schrijvers aan die namen eene verschillende beteekenis. Wanneer men het derde deel van het *Règne animal*, dat niet door CUVIER maar door LATREILLE bewerkt is, vergelijkt met de drie overige deelen, dan bemerkt men spoedig dat voor laatstgenoemden de begrippen van familie en van geslacht niet zulk eenen ruimen omvang als voor CUVIER hadden. Die verschillende opvatting van gelijknamige groepen door onderscheidene schrijvers treedt nog duidelijker te voorschijn, wanneer men de algemeene werken vergelijkt met die over deze of gene bijzondere afdeeling van het dierenrijk. In het laatste geval is de schrijver van zelfs geneigd om niet alleen de ondergeslachten tot geslachten en de geslachten tot familiën, maar ook groepen die voor anderen familiën zijn tot orden te verheffen. Deze onstandvastigheid en ongelijkmatigheid van begrippen, die met dezelfde namen worden aangeduid, is voorzeker te betreuren en zeer wenschelijk zoude het zijn, indien daaromtrent meer eenstemmigheid heerschte. AGASSIZ heeft in zijn bekend geschrift, *Essay on Classification* p. 137 en volg., zoeken aan te toonen dat de begrippen van klasse, orde, familie en geslacht geen enkel conventioneele begrippen maar werkelijk in de natuur gegrond zijn. Ook heeft hij eenige regelen aan de hand gegeven, die tot bepaling dier begrippen en hunne toepassing op bijzondere gevallen kunnen leiden. Intusschen, hoe veel waars zijne daaromtrent gemaakte beschouwingen ook bevatten, zoo valt het toch niet moeijelijk bij de overweging der door hem gegeven regelen in te zien, dat ook de toepassing dier regelen — zelfs gesteld dat hunne juistheid door allen erkend werd — nog op tamelijk verschillende wijze geschieden kan, zoodat in werkelijkheid het nu eenmaal bestaande bezwaar daardoor slechts weinig zoude worden verminderd.

Hoewel nu uit het gezegde volgt, dat eene vergelijking der

gelijknamige groepen in stelsels van verschillende schrijvers, vooral wanneer zij van verschillenden tijd zijn, nimmer tot in allen opzigte juiste gevolgtrekkingen kan leiden, zoo laat ik hier toch de optelling volgen der groepen, zoo als deze in de beide reeds genoemde werken bevat zijn.

VAN DER HOEVEN onderscheidde 17 klassen met het volgende getal van orden en familiën in elk daarvan,

	Ord.	Fam.		Ord.	Fam.
Mammalia	13	44	*Rotatoria*	1	5
Aves	6	54	*Entozoa*.	2	5
Reptilia.	6	23	*Echinodermata*. . . .	2	6
Pisces	11	46	*Acalephae*.	3	9
Mollusca *).	3	14	*Polypi*.	4	15
Conchifera †)	2	23	*Infusoria*	4	13
Tunicata	2	3			
Crustacea.	10	34			
Arachnoidea.	8	15			
Insecta	12	63			
Annulata.	3	14			

Het gezamenlijke getal der orden bedraagt 82, dat der familiën 386. Het getal der door hem deels beschrevene, deels alleen genoemde geslachten beloopt ruim 2400.

Hieronder volgen nu de getallen derzelfde gelijknamige groepen in het stelsel van CUVIER, die 19 klassen, tot 4 hoofdafdeelingen vereenigd, aannam.

Vertèbrés.	Ord.	Fam.	*Mollusques.*	Ord.	Fam.
Mammifères.	8	19	*Céphalopodes*	1	1
Oiseaux.	6	17	*Ptéropodes*	2	2
Reptiles.	4	14	*Gasteropodes*	7	11
Poissons	8	21	*Acéphales* §)	2	7
			Brachiopodes	1	1
			Cirrhopodes **). . .	1	1

*) *Cephalopoda*, *Gasteropoda* en *Pteropoda*.
†) *Lamellibranchia* en *Brachiopoda*.
§) *Lamellibranchia* en *Tunicata*.
**) Thans naar de Crustaceën overgeplaatst.

Articulés.	Ord.	Fam.	*Raijonnés*	Ord.	Fam.
Annélides.	3	5	*Echinodermes.* . . .	2	4
Crustacés.	5	23 *)	*Intestinaux*	2	5
Arachnoides	2	14	*Acalèphes*	2	7 †)
Insectes	12	53	*Infusoires*	2	3

Vereenigt men deze getallen voor de 4 hoofdafdeelingen dan verkrijgt men:

	Klassen	Orden.	Familiën.
Vertèbrés.	4	26	71
Mollusques.	6	14	23
Articulés	4	22	95
Raijonnés.	5	10	24
Te zamen	19	52	213

Het geheele getal der door CUVIER en LATREILLE in het *Règne animal* beschreven geslachten en ondergeslachten bedraagt 2072

Tot eene juiste vergelijking der cijfers in deze verschillende groepen met die in het stelsel vervat in het Handboek van VAN DER HOEVEN en met dat in mijn Leerboek, zouden daarin eerst eenige correctiën moeten gemaakt worden, omdat sommige afdeelingen, die door CUVIER onder eene zijner vier hoofdgroepen zijn gerangschikt, later, bij verder gevorderde kennis der ware verwantschappen, naar andere groepen zijn overgebragt. Zoo de *Cirrhopodes* van de *Mollusca* naar de *Articulata*, de *Bryozoa* van de *Polypi* naar de *Mollusca*, terwijl zijne *Intestinaux* met de *Annélides* te zamen de tegenwoordige afdeeling der *Vermes* uitmaken.

Zonder nu deze vergelijking tot alle groepen uit te strekken, bepaal ik mij tot die der familiën, welke onder elke der 4 hoofdgroepen van CUVIER gerangschikt kunnen worden, na daaruit die verwijderd te hebben welke men er thans niet meer onder plaatsen zoude.

*) Onder den naam van *sections*.

†) Met inbegrip der *tribus*.

Het geheele getal der in 1817 door CUVIER opgestelde familiën staat tot dat van die in mijn Leerboek als 1 : 3,8. Voor zijne vier hoofdafdeelingen vindt men de volgende verhoudingen:

Vertebrata	1 : 3,45
Mollusca	1 : 5.96
Articulata *)	1 : 2,04
Radiata †)	1 : 8,88

Het blijkt hieruit, dat, terwijl de verhoudingscijfers voor de *Vertebrata* en de *Articulata* beneden het algemeene verhoudingscijfer blijven, daarentegen die voor de *Mollusca* en inzonderheid voor de *Radiata* zich ver daarboven verheffen. Inderdaad zijn het dan ook vooral de onder laatstgenoemden gemeenschappelijken naam door CUVIER zamengevatte afdeelingen der *Echinodermata*, *Coelenterata* en *Infusoria*, welker kennis door de ontdekkingen van lateren tijd in de grootste mate is toegenomen.

Zulke cijfers mogen geene absolute waarde hebben, zij verkondigen toch de rigting, waarin zich het onderzoek in den loop der laatste halve eeuw bij voorkeur bewogen en zich onze kennis der dierlijke vormen uitgebreid heeft. Maar zij verkondigen ook nog iets anders: dat namelijk het getal der hoogere groepen geenszins in gelijke mate toeneemt als het getal der nieuw ontdekte soorten. Het aantal der in genoemd tijdperk ontdekte soorten van Gelede dieren is vele malen grooter dan dat in alle overige hoofdafdeelingen te zamen genomen, en toch is het getal der familiën slechts behoeven verdubbeld te worden om al die nieuwe soorten op te nemen. Die toeneming strekt zich zelfs niet gelijkelijk uit tot al de klassen van gelede dieren, maar het zijn voornamelijk de Crustaceën, die daaraan het grootste aandeel hebben. Voor dezen is de verhouding 1 : 2,60, terwijl zij voor de Insekten 1 : 1,85 en voor de Arachnoiden 1 : 1,65 bedraagt. Werkelijk was dan ook van de verschillende onderdeelen der zoologie de entomologie tijdens LATREILLE

---

*) Zonder de *Annélides*.

†) Na afscheiding zijner *Intestinaux* en *Rotifères*.

het verst gevorderd, en hoe groot de sedert gedane aanwinsten van nieuwe species ook zijn, zoo kunnen deze meerendeels nog hare plaats vinden in de door LATREILLE gevormde familiën.

Dit leert, dat men voor elke hoofdafdeeling allengs tot een maximum nadert van de groepen van verschillenden rang, welke daarin worden zamengevat. Wat de klassen aanbelangt, zoo mag men het als waarschijnlijk beschouwen, dat er voortaan geen diervormen meer ontdekt zullen worden, zoo afwijkend van de reeds bekende, dat daarvoor nieuwe klassen behooren te worden opengesteld. Hoogstens kan men verschillen omtrent het getal der klassen, omdat groepen die door sommigen als onderklassen worden beschouwd, door anderen tot klassen worden verheven. Zoo zien eenigen, in de beide onderklassen der Monopnoïsche en der Dipnoïsche Reptiliën, twee klassen, die zij als Reptiliën en als Amphibiën onderscheiden. Ook de gewoonlijk als onderklassen beschouwde afdeelingen der visschen, *Dipnoi*, *Teleostei*, *Ganoidei*, *Selachii*, *Cyclostomi* en *Leptocardii*, kunnen als klassen worden opgevat, zoodat derhalve, al naar gelang van het standpunt waarop men zich plaatst, het getal der klassen van Vertebraten tusschen 4 en 10 wisselen kan. Evenzoo kan men de Insekten en Myriapoden, hetzij tot eene enkele klasse, bestaande uit twee onderklassen, vereenigen of wel aan elk daarvan den rang eener klasse toekennen. Zulke verschillen in zienswijze zullen wel altijd blijven bestaan, omdat de begrippen van klasse en onderklasse zelve voor eene verschillende opvatting vatbaar zijn.

Daardoor echter wordt de boven uitgesproken stelling, dat het niet waarschijnlijk is, dat het voortaan immer noodig zal zijn nog andere geheel nieuwe klassen open te stellen tot opneming van nieuw ontdekte vormen, geenszins weêrlegd. Zeer ligt mogelijk, ja zelfs waarschijnlijk is het echter. dat men later, zoo niet onder de levende, dan onder de uitgestorven soorten, vormen vinden zal die schier met gelijk regt tot tweederlei klassen gebragt kunnen worden, zooals b.v. met *Lepidosiren* en *Archaeopteryx* het geval is, en dat men dan thans gescheiden klassen wederom vereenigt.

Ten aanzien der orden is het geval reeds eenigzins anders. Wel is waar bestaat er weinig grond om te vermoeden dat men

nog tot de hoogere afdeelingen der Vertebraten, Mollusken en Arthrozoën behoorende vormen zal ontdekken, die zich niet onder eene der reeds bekende orden laten rangschikken, maar daarentegen is het geenszins onwaarschijnlijk dat er nog onontdekte Wormen, Echinodermen, Coelenteraten of Protozoën leven, die, eenmaal ontdekt zijnde, wegens hun van dat van alle overigen afwijkend maaksel tot het openstellen eener nieuwe orde of althans onderorde zullen noodzaken. De eerst sedert weinige jaren bekend geworden *Balanoglossus* en *Rhopalodina* strekken daarvan ten voorbeeld. Intusschen mag men uit het meer en meer zeldzaam worden van die gevallen, in weerwil van den verbazenden ijver, waarmede alle bewoonbare plaatsen der aarde reeds doorzocht zijn en nog worden, toch wel besluiten dat men ook hier het maximum nabij is.

Van de familiën geldt ongeveer hetzelfde, hoewel natuurlijk haar aantal nog iets verder verwijderd is van het maximum dat later blijken zal noodig te zijn, wanneer eenmaal alle levende en fossile dierlijke vormen stelselmatig gerangschikt zullen zijn. Afgaande op den gang der ontdekkingen in den loop der laatste jaren, meen ik daaruit te mogen besluiten, dat haar aantal in het vervolg slechts weinig zal behoeven te vermeerderen en dat die vermeerdering in elk geval gering zal zijn, vergeleken met die welke het aantal der familiën sedert 1817 heeft ondergaan. Natuurlijk bedoel ik daarmede echter niet dat het aantal der groepen, welke men met den naam van familiën gelieft te bestempelen, niet nog zeer vermenigvuldigen zal. De meeste specialisten toch zijn daartoe maar al te zeer geneigd, en dit kan trouwens niet anders, wanneer men naar scherpe diagnosen streeft, die alle uitzonderingen buitensluiten. Maar wanneer men meer en meer tot de overtuiging komt, dat alle groepen van dierlijke vormen, derhalve ook de familiën, als typen moeten worden beschouwd, welker verwezenlijking slechts bij eenige in en nabij het centrum der groep geplaatste vormen volkomen is, terwijl zich daaromheen, in zich al verder en verder van het centrum verwijderende kringen, andere vormen laten plaatsen waarin de type al minder en minder volkomen verwezenlijkt is, dan zal men er veeleer naar streven om het getal dier centra, met andere woorden dat der natuur-

lijke familiën te verminderen, dan door hare vermeerdering het verband daartusschen, dat òf nog bestaat òf vroeger bestaan heeft, nog losser te maken of liever te doen schijnen.

En even zoo is het met de geslachten gelegen. Nog wordt telken jare de naamlijst daarvan met eenige honderdtallen vermeerderd, maar beschouwd men de zaak van naderbij, dan blijkt al spoedig dat in de meeste gevallen de naamgevers de oude Linneaansche uitspraak: *„character non facit genus"* geheel vergeten hebben. Al te dikwijls gebeurt het, dat nieuwe geslachten gegrond worden op kenmerken, die hoogstens ter onderscheiding van soorten kunnen dienen, of dat men een reeds bestaand geslacht oplost in twee, drie of meer geslachten, alleen omdat het getal der soorten daarin door nieuwere ontdekkingen is toegenomen. Niets is alsdan eenvoudiger dan onder de kenmerken er een te vinden, waarin sommige der soorten overeenstemmen, terwijl het bij andere gemist wordt, en het is voorzeker bij het opmaken van eenen catalogus der soorten raadzaam deze dienovereenkomstig te groepeeren, omdat het opzoeken en determineeren daardoor gemakkelijker gemaakt wordt, maar zulk eene groepeering is altijd een kunstmatig hulpmiddel, niets meer Het leidt slechts zelden tot de vorming van werkelijk natuurlijke groepen, zoo als de geslachten behooren te zijn.

Dat hierdoor het overzigt van de werkelijk in de natuur bestaande groote verscheidenheid dér vormen meer dan noodig is bemoeijelijkt wordt, is duidelijk. Namen maken de wetenschap niet uit: zij zijn slechts middelen om zich aan anderen verstaanbaar te maken en het eenmaal waargenomene in concreten vorm te bewaren. Zoolang dit op eene andere wijze even goed geschieden kan, moet men het getal der namen niet noodeloos vermeerderen. Een naam behoort de zigtbare en hoorbare vorm van een begrip te zijn. Maar waar die begrippen slechts zeer weinig van elkander verschillen, zijn nieuwe namen niet alleen overbodig maar zelfs schadelijk voor het verstaan dier begrippen en daardoor voor de wetenschap. Voor een deel trouwens is dit een gevolg van de gebruikelijke wijze van naamgeving. Dat deze zoo willekeurig mogelijk is, weet elk. Zeer dikwijls drukt zelfs de naam geenerlei begrip uit, b.v. al die geslachts-

namenwelke ontleend zijn aan de namen van meer of minder bekende schrijvers. Maar hetgeen hinderlijk is en aanleiding tot verwarde voorstellingen geeft, is dat er bij het geven van namen bijna nooit gelet wordt op den graad van verschil of overeenkomst tusschen de onderscheidene diervormen. De geslachtsnamen *Felis* en *Amoeba* verschillen niet meer van elkander dan die van *Ploceus* en *Textor*, en toch staan de dieren, die onder de beide eerste namen begrepen worden, aan de twee tegen elkander over geplaatste pooleinden van het stelsel, terwijl de beide laatste zeer na verwante vormen aanduiden.

Inderdaad bestaat er de grootste behoefte aan een geheel gewijzigd stelsel van nomenclatuur, zoo ingerigt, dat het hooren zigtbare teeken, d. i. de naam, ook zooveel mogelijk het begrip uitdrukt hetwelk men daarmede tracht terug te geven. Met andere woorden: verwante vormen moeten ook verwante namen hebben, en elke naam moet in het kort de som bevatten van de hoofdkenmerken van den dierlijken vorm welken men met dien naam bestempelt.

Is zulk een stelsel uitvoerbaar? Ik geloof van ja. Maar zal het ook invoerbaar zijn? Zal het niet afstuiten op de zucht om de oude namen te blijven behouden, waaraan zekere eigendomsregten verbonden zijn? Zeer waarschijnlijk. Voor het oogenblik onthoud ik mij dan ook van het voorstellen van zulk eene diep ingrijpende verandering in de gebruikelijke nomenclatuur Welligt kom ik echter later nog eens daarop terug.

26 *November*, 1870.

OVER DE
KWANTITATIEVE SCHEIDING VAN HET IJZER
VAN DE METALEN
NIKKEL EN KOBALT.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Vergadering van 28 Januari 1871.

Wanneer men het uitstekende handboek over de kwantitatieve analyse van FRESENIUS ter hand neemt, en daarin de methoden tot scheiding van ijzeroxydul of ijzeroxyd van het kobalt- en nikkeloxydul nagaat, zoo zoude men tot het denkbeeld komen dat die scheiding niet veel moeielijkheden oplevert, want dat er keuze *te* over is van goede methoden, doch de reden van die groote keuze zal wel nergens anders in gelegen zijn dan in de door verschillende onderzoekers ondervonden onvolmaaktheid der meeste aanbevolen methoden, waardoor zij tot het zoeken naar betere zijn gedwongen geworden; dit blijkt overigens genoeg uit het door denzelfden meester in de analytische scheikunde uitgegeven *Zeitschrift für analytische Chemie*, van hetwelk ieder jaargang nieuwe onderzoekingen bevat over de kwantitatieve scheiding dier metalen en kritieken over aanbevolen methoden. Bij gelegenheid eener meteoorsteen analyse in den laatsten tijd door mij verricht, lieten de door mij gevonden resultaten, bij de bepaling van het ijzer- en nikkelgehalte zooveel te wenschen over dat ik mij genoodzaakt zag sommige der meest aanbevolen methoden aan een opzettelijk onderzoek te on-

derwerpen. Toen ik met dat onderzoek bezig was ontving ik de *Beiträge zur Kenntniss der Meteoriten*, welke C. RAMMELSBERG in de zitting van 27 Junij des vorigen jaars der Berlijnsche Akademie heeft geleverd en te vinden zijn in het *Monatsbericht* dier Akademie van Junij 1870. RAMMELSBERG wijdt een afzonderlijk hoofdstuk aan de scheiding van nikkel van ijzer, en besluit dit met de volgende opgave:

„Wie gross die Differenzen lediglich in Folge des Verfahrens „sind, zeigen folgende Zahlen für den Prozentgehalt von Nickel:

Meteoreisen von	nach meinen Versuchen.		
Tula	9,84—10,24	2,63	Auerbach.
Ruffs Mountains. . . .	9,65	3,12	Shepard.
Lockport	10,73	5,71	Silliman.

„Man mag sich vorstellen, wie viele Angaben in dieser Hin„sicht weit unter dem wahren Werth geblieben sein mögen"; terwijl RAMMELSBERG vooraf laat gaan: „Man wird bei mehreren „Analysen stets das Maximum des Nickels als die zuverläs„sigste Zahl annehmen müssen."

RAMMELSBERG veroordeelt, naar aanleiding der onderzoekingen van H. ROSE, de door BERZELIUS gebruikte methoden:

1°. de praecipitatie van ijzeroxydhydraat door middel van overvloedige ammonia, in welke laatste het nikkeloxydul opgelost zoude blijven;

2°. de neutralisatie der vloeistof door ammonia zonder overvloed en praecipitatie van het ijzeroxyd door barnsteenzure ammonia, terwijl uit het filtraat in beide gevallen het nikkeloxydul door zwavel-ammonium wordt afgescheiden;

3°. evenzeer veroordeelt R. de methode, berustende op de neutralisatie der vloeistof door koolzure soda, en praecipitatie van het ijzeroxyd door azijnzure soda bij kookhitte.

RAMMELSBERG geeft de voorkeur aan de behandeling der vloeistof, die het ijzer als ijzerchlorid en het nikkel als nikkelchlorunr bevat door zuivere koolzure baryt zonder verwarming, waardoor het ijzeroxyd gepraecipiteerd wordt, terwijl het nikkelchlorunr opgelost blijft, ofschoon reeds H. ROSE, die deze methode zeer aanbeveelt, had opgemerkt dat zij beter is voor de

scheiding van ijzer van kobalt, dan van nikkel, dewijl het op deze wijze verkregen ijzeroxyd steeds nikkelhoudend is.

In dien toestand der zaak heb ik het noodig geoordeeld eene reeks vergelijkende proeven te nemen met de verschillende methoden, en daartoe niet gebruikt een mij onbekend mengsel van ijzer en nikkel en van ijzer en kobalt, maar daartoe genomen eene bepaalde hoeveelheid zuiver ijzeroxyd, bereid door verhitting aan de lucht van zuiver zuringzuur ijzeroxydul; evenzeer eene bepaalde hoeveelheid zuiver metallisch kobalt, uit gezuiverden roseo-kobaltchlorid door reductie in H verkregen, en eene bepaalde hoeveelheid zuiver metallisch nikkel, verkregen door gloeiing van zuiver zuringzuur nikkeloxydul eerst aan de lucht en daarna in H.

Deze stoffen werden in zuiver zoutzuur opgelost, en ieder dezer oplossingen tot een liter gebracht. Met opzet heb ik de sterkte der oplossingen zoodanig genomen dat de verhouding van de metalen, bij het nemen van gelijke volumina der vloeistoffen, ongeveer was als 1 nikkel tot 10 ijzer en als 1 kobalt tot 10 ijzer.

Daarna werden eene reeks mengsels gemaakt van 25 CC ijzer- en 25 CC nikkel-oplossing en eveneens van 25 CC ijzeren 25 CC kobalt-oplossing en deze mengsels volgens verschillende methoden geanalyseerd.

De mededeeling der gevonden cijfers acht ik hier onnoodig, en deel alleen mede de resultaten van het onderzoek, wat betreft de gevonden hoeveelheden nikkel en kobalt berekend op 100 gewichtsdeelen van het gebruikte metaal. De gevonden cijfers toch hebben hoegenaamd geen waarde, dewijl bij eene herhaling der proeven andere zullen worden gevonden om redenen later op te geven.

1°. Door praecipitatie van het ijzer als ijzeroxydhydraat door ammonia, werd van het gebruikte nikkel gevonden 73 °/₀, van het kobalt slechts 52 °/₀; ik moet hierbij opmerken dat het praecipitaat van ijzeroxydhydraat uit de warme solutie werd verkregen, en dadelijk afgefiltreerd en uitgespoeld.

2°. Door praecipitatie met barnsteenzure ammonia, bij kookhitte, na neutralisatie met ammonia, werd aan nikkel gevonden 75 °/₀, aan kobalt 69 °/₀.

3°. Door praecipitatie met azijnzure soda, na neutralisatie met koolzure soda, werd aan nikkel 82 %, aan kobalt 91 % gevonden.

4°. Door praecipitatie van het ijzeroxyd door fijngeslibd zuivere koolzure baryt in de koude werd aan nikkel gevonden 92 %, aan kobalt 85 %.

5°. Dezelfde proef herhaald, doch bij verwarming der vloeistof tot kookhitte vóór de bijvoeging van koolzure baryt, werd aan nikkel slechts gevonden 25 %, aan kobalt 44 %.

Hieruit blijkt dat, indien wij uit deze methoden moeten kiezen, de door H. ROSE en RAMMELSBERG aanbevolen methode door koolzure baryt bij koude stellig die is, welke, wat het nikkel aangaat, het minste verlies zal geven; dat verlies zal echter bij de analyse nauwelijks worden bespeurd, dewijl het verloren nikkeloxydul in het ijzeroxydhydraat schuilt, en bij de berekening der analyse als ijzer of ijzeroxydul in rekening wordt gebracht.

Mijne proeven bevestigen dus geheel hetgeen door RAMMELSBERG is opgemerkt, doch ik geloof niet dat men hierbij mag blijven stilstaan en berusten bij hetgeen hij zegt: „Man wird „bei mehreren Analysen stets das Maximum des Nickels als „die zuverlässigste Zahl annehmen müssen." Het maximum hetgeen men door die onvoldoende methode verkrijgt, is, zooals wij gezien hebben, nog verre van de waarheid verwijderd.

Hopende eene betere methode te vinden heb ik in verschillende richtingen proeven genomen, de meesten echter met weinig bevredigende resultaten.

Bij de methode van J. THOMSON *), die het ijzeroxyd en de aluinaarde uit eene oplossing die azijnzure soda en azijnzuur bevat, door phosphorzure soda als phosphaten bij koude praecipiteert, is bij aanwezigheid van nikkel, dit praecipitaat ook niet nikkelvrij.

Een mengsel van ijzeroxyd en van nikkeloxydul in drogen toestand werd in een platinumschuit gedurende geruimen tijd gegloeid in een stroom droog zoutzuurgas, doch bij onderzoek bleek mij de aanwezigheid van nikkel, zoowel in hetgeen in het schuitje was teruggebleven als in het sublimaat; hetzelfde bleek mij toen ik een dusdanig mengsel eerst in een stroom

---

*) FRESENIUS, *Zeitschrift für Analytische Chemie*. Jahrg. VI, p. 183.

H had gereduceerd en toen bij sterke hitte in een sterken stroom droog H Cl behandelde.

Eindelijk heb ik nog de door G. WERTHER *) bij de analyse van den Pultusker steen gevolgde wijze beproefd, door namelijk het nikkelhoudend praecipitaat van ijzeroxydhydraat door ammonia verkregen met zeer verdund azijnzuur uit te koken; doch bij gebruik van zeer verdund azijnzuur wordt niet al het nikkel weggenomen, en bij eenigszins sterker azijnzuur blijft ook na lang koken de oplossing ijzerhoudend. Het door G. WERTHER in dien steen aangegeven nikkelgehalte is dan ook veel lager dan door RAMMELSBERG is gevonden.

Na al die vergeefsche pogingen heb ik mij de vraag gesteld: welke is de oorzaak, dat, terwijl nikkeloxydul en kobaltoxydul uit hunne oplossingen door weinig ammonia gedeeltelijk gepraecipiteerd, doch na toevoeging van overvloedige ammonia volkomen worden opgelost, zulks niet doen wanneer daarbij een praecipitaat ontstaat van ijzeroxydhydraat? Men zoude zulks kunnen verklaren uit de neiging der oxyden $R^2 O^3$ om zich met oxyden van de formule R O te verbinden, doch, naar mijn oordeel, is dit verschijnsel alleenlijk te wijten aan den physischen aard van het volumineuze, geleiachtige ijzeroxydhydraat, hetwelk bij zijne praecipitatie eene groote hoeveelheid zich in opgelosten toestand bevindende zouten insluit, of op zich nederslaat; verwarmt men de vloeistof, zoo wordt het praecipitaat wel minder volumineus, doch het coaguleert, eenigszins te vergelijken bij de coagulatie van eiwit, en geheel gelijk aan de werking der aluinaarde, waarvan men bij het maken van lakken de medeslepende eigenschap zoowel voor gesuspendeerde als voor opgeloste stoffen kent. Eene lang voortgezette wassching van zulke praecipitaten, al is het ook met oplossingsmiddelen (zooals voor nikkel en kobalt met ammonia liquida) helpt zeer weinig tot verwijdering dier stoffen. Bij de praecipitatie met koolzure baryt verkrijgt men een veel minder volumineus en meer korrelig praecipitaat, en hierin is de reden gelegen dat dit veel minder ofschoon toch ook een weinig van de zouten terughoudt: doch het gebruik van koolzure baryt noodzaakt de vorming van twee voor de analyse onnoodige praecipitaten van zwavelzure baryt; dit is wel is waar

*) Ibid. Jahrg. VIII, p 459.

korrelig kristallijn, doch wordt in groote hoeveelheid verkregen, waardoor bij onvolkomen uitspoeling verlies ontstaat

De wijze die ik voor de beste houd, en volgens welke ik zoowel bij het nikkel als bij het kobalt zeer voldoende resultaten heb verkregen is de volgende: zij is niet nieuw, want zij is de, het eerst door BERZELIUS gevolgde methode, maar eenigszins gewijzigd, met welke wijziging zij ook door FRESENIUS op pag. 468 der vijfde uitgave wordt aanbevolen, doch vooral om kleine hoeveelheden ijzeroxyd van grootere hoeveelheden kobalt- en nikkeloxydul te scheiden.

De vloeistof, die ijzerchlorid, aluminiumchlorid, nikkel- en kobaltchlorUur, en daarenboven magnesia, kalk en alkaliën bevat, wordt met chlooramnonium en overvloedige ammonia liquida warm gepraecipiteerd en na bezinking wordt eerst de vloeistof afgefiltreerd, het praecipitaat nog eens met ammoniahoudend water omgeroerd, op het filtrum gebracht en een paar malen uitgespoeld. De doorgeloopen vloeistof wordt afzonderlijk bewaard. Met een roerstaaf wordt het praecipitaat voorzichtig van het filtrum grootendeels afgenomen en in het praecipiteerglas teruggebracht, hetgeen nu onder den trechter wordt geplaatst; op het filtrum wordt warm verdund zoutzuur gegoten, zoodat al het daarop gebleven ijzeroxydhydraat wordt opgelost; het overvloedig zoutzuur dient tot oplossing van het ijzeroxydhydraat in het praecipiteerglas. Nadat de oplossing heeft plaats gehad wordt het filtrum met verdunde ammonia uitgespoeld, die in het bekerglas vloeit, om zeker te zijn dat bij het op nieuw gebruiken van het filtrum, hetgeen bij voorzichtig werken voor de geheele bewerking dient, geen zoutzuur daarin ongebonden is teruggebleven.

Het ijzeroxydhydraat wordt nu op nieuw door overvloedige sterke ammonia bij koude gepraecipiteerd; en daarmede gedurende eenige uren in aanraking gelaten, hetgeen vooral bij het kobalt noodzakelijk is. De vloeistof wordt na verdunning met water (dewijl sterke ammonia het filtrum gemakkelijk breekt) door het vroeger gebruikt filtrum gefiltreerd, en deze bewerking nog eens of twee malen herhaald; men overtuigt zich of die herhaling noodig is door in de doorgeloopen vloeistof een paar druppels zwavelammonium te doen; blijkt het dat eene

bruine verkleuring ontstaat, zoo moet bepaald de behandeling van het praecipitaat nog eens geschieden; alleen op die wijze is men zeker dat het ijzeroxydhydraat nikkel- en kobaltvrij is

Men heeft op deze wijze in de analyse niet alleen veel chloorammonium en ammonia, maar ook groote massa's water gebracht; om de last hierdoor veroorzaakt weg te nemen, damp ik de vloeistoffen, verkregen door de tweede en volgende praecipitaties, in een waterbad tot droog toe uit, breng het gedroogde zout in een porseleinen kroes en gloei daarin het chloorammonium weg. Dit mag niet in een platinumschaal gebeuren, dewijl bij het verhitten van het chloorammonium nikkel wordt gereduceerd, hetwelk zich met het platinum verbindt en moeielijk te verwijderen vlakken in de schaal veroorzaakt.

Daarna wordt in dezelfde kroes de vloeistof verkregen bij de eerste praecipitatie van het ijzeroxydhydraat uitgedampt, en het residu, ter verwijdering van het chloorammonium eerst aan de lucht en dan in een stroom droge waterstof gegloeid, waardoor uit het chloornikkel en het cloorkobalt de metalen worden gereduceerd. Behandelt men nu het residu eerst met water en dan met zeer verdund zoutzuur, zoo blijven deze metalen onopgelost terug, terwijl het mangaan, de magnesia, de kalk en de alkaliën, zoo die aanwezig waren, opgelost worden.

Het verkregen ijzeroxydhydraat wordt na uitspoeling gedroogd, gegloeid, gewogen, en na bevochtiging met salpeterzuur nog eens tot controle gewogen. Na zeer fijn gemaakt te zijn wordt een afgewogen gedeelte daarvan in een zilveren kroes met sodahydraat gegloeid en op deze wijze de aluinaarde bepaald.

Deze methode, die stellig niet aanspraak kan maken op den naam van fraaie methode, is naar mijne ondervinding de eenige der tot nog toe aangegevene, waardoor het ijzeroxyd vrij van nikkel en kobalt kan worden verkregen. Bij het onderzoek met de vroeger genoemde oplossingen heb ik op deze wijze handelende van het gebruikte ijzer teruggevonden van 99,7 tot 100,5 %, van het gebruikte nikkel 99,4, 99,7, 99,0 en van het gebruikte kobalt 99,8, 100,2 en 99,0; welke uitkomsten met de vroeger medegedeelde vergeleken, zeer bevredigend zijn.

SUR LE MOUVEMENT DE L'OEIL,

PAR

G. F. W. BAEHR,

communiqué dans la Séance de l'Acad.-Royale d'Amsterdam du 24 Déc. 1870.

Le globe oculaire, contenu dans l'orbite, et empêché de faire des mouvements de translation quand la tête reste immobile, peut seulement se mouvoir comme un corps solide qui tourne autour d'un point fixe *). Par ce mouvement de rotation la ligne de regard, qui coïncide à peu près avec l'axe optique de l'oeil, peut parcourir, du moins entre certaines limites, une surface conique quelconque, dont le sommêt est au centre de rotation. Mais il laisse indéterminée la position que prend à chaque instant le globe oculaire, qui pourrait tourner arbitrairement autour de la ligne de regard, tandis que celle-ci se déplace sur cette surface. Or suivant une première loi, énoncée par DONDERS, cette position, indépendante de la volonté de l'observateur, dépend uniquement, pour certaine position de la tête, de la direction de la ligne de regard, quel que soit le chemin qu'ait parcouru cette ligne avant d'arriver dans la direction considérée.

Cette loi est constatée en formant l'image persistante d'une droite, tracée sur un plan placé au-devant de l'oeil. Quand la tête reste immobile, et qu'on donne au regard une autre direction, cette image, projetée sur une autre partie du plan, prend toujours la même position, de quelle manière qu'on ait amené le regard dans sa nouvelle direction. Il s'en suit que le plan

*) Voir H. HELMHOLTZ, *Handbuch der Physiologische Optik*, pag. 457 et suiv., § 27: Die Augenbewegungen.

fixe dans l'oeil, qui passe par le centre de rotation et l'image persistante, et avec lui le globe oculaire, reprend toujours la même position.

Une seconde loi, celle de LISTING, détermine entièrement cette position. Suivant elle la position du globe oculaire, pour une direction quelconque de la ligne de regard, est la même que celle que prendrait ce globe, en partant de certaine position *normale* ou *primaire*, pour venir immédiatement dans sa nouvelle position, par une rotation unique autour d'un axe fixe, perpendiculaire à la ligne regard dans sa direction primaire et dans sa nouvelle direction.

Pour définir cette position primaire, d'après les faits constatés par les expériences, supposons qu'au-devant de l'oeil *o*, fig. I soit placé un plan PQ parallèle à la droite *o o'*, qui joint les centres de rotation des deux yeux, de sorte que le plan médian, qui passe perpendiculairement par le milieu de *o o'* et divise la tête en deux parties symétriques, soit perpendiculaire à PQ. Alors, donnant à la tête une position convenable, sans que la droite *o o'* et le plan médian se déplacent, et la retenant immobile dans cette position, parmi toutes les parallèles à *o o'* sur PQ, on en trouvera seulement une, *a b*, dont l'image persistante se déplace:

1° parallèlement à elle même, de *ab* en *a' b'*, quand l'extrémité *x* de la ligne de regard *o x* se meut dans la direction *cd* perpendiculaire à *a b*, et

2° dans sa propre direction, de *ab* en *αβ*, quand le regard se meut dans cette direction *a b α β*.

Le plan *a o b*, qui pendant l'expérience reste invariable dans l'oeil, étant venu dans la position *a' o b'*, il faut que le globe oculaire ait tourné autour de l'intersection *oo'* de ces deux positions successives du même plan. La ligne *o x* décrit alors autour de *o o'* un cône droit, dont *x o o'* est le demi-angle au sommêt; mais l'intersection de ce cône avec le plan PQ étant une droite *cd*, il faut que ce cône se réduise à un plan, et par conséquent que *x o o'* soit un angle droit. Donc, le plan *d o c*, qui contient la direction particulière *o x* de la ligne de regard, sera perpendiculaire à *a b*, et par suite à PQ.

De ce que l'image de *a b* se déplace suivant sa longueur, quand le point *x* se meut dans la direction *a b*, on peut seulement

conclure que l'oeil tourne autour d'un axe fixe *of*, perpendiculaire au plan *aob*, et rencontrant PQ dans un point *f* de *cd*. Dans ce cas le prolongement de l'image persistante de *cd* passerait toujours par le point *f*, quand *x* se meut suivant *ab*. Mais l'expérience montre que cette image se déplace parallèlement à elle même. de *cd* en *c'd'*, quand celle de *ab* se déplace suivant *ab*; il faut donc que le plan *dcof* tourne autour de la parallèle *oz* à *cd*, et que les deux lignes *of* et *oz* se confondent, c'est-à-dire, que le plan *aob* soit perpendiculaire à *oz*, et par suite à PQ.

La direction *ox*, perpendiculaire à PQ, ainsi trouvée, est la *direction primaire* de la ligne de regard, et la position correspondante du globe oculaire la *position primaire* de ce globe. Ainsi on trouvera la position du globe oculaire, quand la ligne de regard est arrêtée dans une direction quelconque *o*ξ, quel que soit le chemin qu'elle ait parcouru tandis que la tête reste immobile, en ramenant ce globe à sa position primaire, et le faisant ensuite tourner autour d'un axe fixe *o*A, perpendiculaire au plan *xo*ξ, jusqu' à ce que *ox* soit venue dans la direction *o*ξ.

Pour vérifier la loi de LISTING on forme, l'oeil étant dans sa position primaire, des images persistantes linéaires, *ab* et *cd*, et l'on dirige le regard sur un autre point du plan PQ. Les directions des images projetées feront alors connaitre les positions des plans *aob* et *doc*, qui sont fixes dans l'oeil mais mobiles avec lui autour du point *o*, et par suite aussi la position du globe oculaire.

Le premier de ces plans, *aob*, qui passe par la droite *oo'* des centres de rotation des deux yeux et la direction primaire *ox* de la ligne de regard, est appelé par HELMHOLTZ *„l'horizon rétinien;"* le second, qui est perpendiculaire à *oo'* et qui passe par le centre de rotation *o*, *„le méridien primaire."* Le plan *o'o*ξ, qui passe à chaque instant par la droite fixe dans l'espace *oo'* et la direction variable de la ligne de regard *o*ξ, est appelé *„le plan de regard."*

Quand l'extrémité de la ligne de regard se meut sur PQ, soit dans la direction *cd*, soit dans la direction *ab*, l'horizon rétinien et le plan de regard continuent à coïncider. Dans le

premier cas la trace du méridien primaire sur le plan PQ reste invariable; dans le second, elle se déplace parallèlement à elle même, et le plan du méridien primaire reste perpendiculaire au plan de regard.

Ceci n'a plus lieu quand le regard est dirigé sur un point de PQ en dehors des directions de *ab* ou *cd*. Désignant par „en haut" la direction qui va du centre de rotation au sommêt de la tête, et supposant que *oz* soit cette direction, les expériences font voir, fig. 2:

1° que si le regard est dirigé à droite et en haut, sur le point ξ, l'image persistante de *ab* se projète suivant $a'b'$, celle de *cd* suivant $c'd'$. L'horizon rétinien parait donc dévié négativement, de droite à gauche; le méridien primaire en sens contraire, positivement ou de gauche à droite.

Pour les deux plans les déviations sont les mêmes lorsque le regard est dirigé à gauche et en bas, sur le point $\xi_{,}$.

2° que si le regard est dirigé à gauche et en haut, sur le point $\xi_{,,}$, l'horizon rétinien $a''b''$ est dévié positivement, le méridien primaire $c''d''$ en sens contraire.

Les déviations sont les mêmes lorsque le regard est dirigé à droite et en bas, sur le point $\xi_{,,,}$.

De plus on a mesuré les angles de déviation, ou les angles entre les directions des images déplacées et des lignes parallèles à leurs directions primaires, et l'accord des résultats avec les formules, entre les limites des erreurs de l'observation, a confirmé l'hypothèse ou la loi de LISTING.

Soit, pour trouver les formules pour les déviations suivant l'hypothèse citée, fig. 3, le centre de rotation *o*, quand l'oeil est dans sa position primaire, l'origine de trois axes rectangulaires *ox*, *oy*, *oz*, fixes par rapport à la tête; *ox* la direction primaire de la ligne de regard, *oy* la droite passant par les centres de rotation des deux yeux, et *oz* dirigé vers le sommêt de la tête. Soit aussi *o* l'origine de trois axes rectangulaires $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$, invariables dans l'oeil, mais mobiles avec lui autour du point *o*, et qui coïncident avec les axes fixes quand l'oeil est dans sa position primaire; de sorte que $o\xi$ est la ligne de regard, et que $o\eta$ et $o\zeta$ sont les droites dans l'oeil, qui primairement se confondaient avec les axes fixes *oy* et *oz*. Les plans

$\xi\eta$ et $\xi\zeta$ sont les positions variables dans l'espace de l'horizon rétinien et du méridien primaire, fixes dans l'oeil.

Il est évident que l'on peut d'une infinité de manières amener la ligne de regard de la direction ox dans la direction $o\xi$, tandis que les directions des axes $o\eta$ et $o\zeta$ restent indéterminées dans un plan perpendiculaire à $o\xi$. Par une rotation unique ox viendra sur $o\xi$ si l'on fait tourner l'oeil, ou le système des axes $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$, autour d'une droite quelconque menée par o dans le plan passant par la bissectrice de l'angle $xo\xi$ perpendiculairement au plan $xo\xi$. L'angle de rotation sera un minimum si, suivant la loi de LISTING, on prend pour axe de rotation la perpendiculaire au plan $xo\xi$, et qui par conséquent est située dans le plan fixe yz.

Soit oA cet axe; l'angle qu'il fait avec oz, $zoA = \theta$; l'angle $zo\xi = \varphi$, et o le centre d'une sphère qui passe par A. Prenant sur le grand cercle par A, et qui dans le sens de la rotation fait un angle φ avec le grand cercle Azy,

$$A\zeta = \theta, \ A\eta = \theta + \tfrac{1}{2}\pi,$$

les droites $o\zeta$, $o\eta$, et la perpendiculaire $o\xi$ au plan $A\zeta\eta o$, seront les directions des axes mobiles après une rotation φ du système $\xi\eta\zeta$ autour de Ao.

Si du point ζ comme pôle on décrit le grand cercle ηH, oH sera l'intersection de l'horizon rétinien avec le plan yz, et le point H tombera nécessairement entre A et y, parce que dans le triangle $A\zeta H$ on doit avoir

$$AH < A\zeta + \zeta H, \text{ ou } AH < \theta + \tfrac{1}{2}\pi,$$

donc

$$AH < Ay.$$

Pareillement, si du point η comme pôle on décrit le grand cercle ζM, oM sera l'intersection du méridien primaire $\zeta\xi$ avec le plan yz, et le point M sera plus éloigné de A que le point z, parce que dans le triangle ηMA on doit avoir,

$$\eta M + MA > \eta A, \text{ ou } \tfrac{1}{2}\pi + MA > \tfrac{1}{2}\pi + \theta,$$

donc

$$MA > Az.$$

On obtient les intersections de l'horizon rétinien et du méridien primaire avec le plan PQ, placé au-devant de l'oeil perpendiculairement à la direction primaire de la ligne de regard, laquelle dans sa nouvelle direction rencontre ce plan au point ξ, en menant par ξ les lignes $\xi b'$ et $\xi d'$ parallèles à oH et oM. Vus du point o, le premier $\xi b'$ est dévié de droite à gauche, le second en sens contraire, de gauche à droite, ce qui s'accorde avec les expériences, fig. 2 au point ξ.

Dans la figure on a supposé que le regard était dirigé à droite et en haut; quand il est dirigé à gauche et en haut, l'axe de rotation Ao tombe de l'autre côté de oz, entre oz et oy, de sorte que la figure pour ce cas serait symétrique par rapport au plan xz avec la figure 3, et les intersections des plans de l'oeil avec le plan PQ symétriques par rapport à xP avec $\xi b'$ et $\xi d'$. Ceci s'accorde de même avec les expériences, fig. 2, au point $\xi_{,}$ où $a''b''$ et $c''d''$ sont symétriques par rapport à xP avec $a'b'$ et $c'd'$.

Si le regard est dirigé en bas, le prolongement de Ao sera l'axe de rotation, dont le sens positif est de gauche à droite. Par suite, les figures pour ces cas seront placées par rapport à ox et les prolongements de oy et de oz de la même manière que les figures, pour les cas où le regard est dirigé en haut, sont placées par rapport à ox, oy et oz. On voit en effêt, dans la figure 2, que les déviations aux points ξ, et $\xi_{,,,}$ sont, par rapport aux directions xy' et xz', dans le même sens que les déviations aux points ξ et $\xi_{,,}$ par rapport à xy et xz.

Si du point y. fig. 3, comme pôle on décrit le grand cercle zm, la droite om du plan $\eta\zeta$ sera perpendiculaire à $o\xi$ et oy, et par conséquent au plan de regard ξoy, de sorte que l'angle ζom, entre les droites $o\zeta$ et om est égal à l'angle entre les plans $\xi o\eta$ et ξoy, perpendiculaires à ces droites. Les triangles Amz et $AM\zeta$, rectangles en z et ζ, ont l'angle A de commun et $Az = A\zeta$, donc $Am = AM$, et par conséquent $Am - A\zeta = AM - Az$, ou

$$m\zeta = Mz.$$

De la même manière, si du point z comme pôle on décrit le grand cercle yho', la droite oh du plan $\eta\zeta$ sera perpendi-

culaire à $o\xi$ et oz, et par conséquent au plan ξoz, qui coupe PQ suivant ξe parallèle à xP, de sorte que l'angle ηoh entre les droites $o\eta$ et oh est égal à l'angle entre les plans $\xi o\zeta$ et ξoz, perpendiculaires à ces droites.

Les triangles $AH\eta$ et Ahy ont l'angle A de commun, et $A\eta = Ay$, donc $AH = Ah$, et parconséquent, parce que $Ay = A\eta$,

$$yH = \eta h.$$

On trouve donc la propriété remarquable, que *la déviation du méridien primaire, l'angle zoM ou $e\xi d'$, est égal à l'angle ζom entre l'horizon rétinien et le plan de regard*, et réciproquement, que *la déviation de l'horizon rétinien, l'angle yoH ou $b\xi b'$, est égal à l'angle ηoh entre le méridien primaire et le plan $zo\xi e$.*

On peut montrer que les rotations composantes de l'horizon rétinien et du méridien primaire autour de la ligne de regard $o\xi$ sont égaux et dans le même sens, quoique leurs déviations sur le plan PQ soient inégaux et en sens contraires. Soit oP la projection de $o\xi$ sur le plan xz, ou l'intersection de ce plan avec le plan de regard $yo\xi$, et faisons tourner le système $\xi\eta\zeta$ de sa position primaire autour de oy, jusqu'à ce que la ligne de regard de sa direction primaire ox vienne sur oP, alors $o\zeta$, qui primairement était sur oz, tombera sur om, tandis que $o\eta$ coïncide encore avec oy. Si ensuite on fait tourner le système autour de om, jusqu'à ce que oP vienne sur $o\xi$, $o\eta$ viendra dans la direction $o\eta'$, tel que l'arc $m\eta'$ soit un quart de cercle, et $\eta\eta' = m\eta' - m\eta = \zeta\eta - m\eta = m\zeta$. La ligne de regard est maintenant dans la nouvelle direction $o\xi$, mais la position de l'oeil, ou du système $\xi\eta\zeta$, ne satisfait pas encore à la loi de LISTING. Il faudra lui donner encore une rotation autour de $o\xi$, tellement que $o\eta'$ vienne sur $o\eta$, mais alors om viendra en même temps sur $o\zeta$. Les rotations de l'horizon rétinien $\xi o\eta$ et du méridien primaire ξom autour de la ligne de regard $o\xi$ sont donc égales et de même sens, et positives ou de gauche à droite si on les regarde de ξ vers o. On peut encore remarquer que l'intersection du plan $mo\xi$ avec PQ tombe entre ξb et $\xi d'$, de sorte que par rapport à cette ligne la déviation

du méridien primaire est de même sens que la déviation de l'horizon rétinien par rapport à ξb.

Soit k l'angle entre l'horizon rétinien et le plan de regard, et k_1 celui entre le méridien primaire et le plan $zo\xi$, ou fig. 3 :

$$mo\zeta = Moz = d'\xi e = k,$$

$$\eta oh = yoH = b'\xi b = k_1;$$

on aura: 1° dans le triangle Azm rectangle en z,

$$\cos A = \tang Az \cot Am,$$

d'où

$$\tang Am = \frac{\tang\theta}{\cos\varphi},$$

et par conséquent

$$\tang k = \tang(Am - \theta) = \frac{\sin\theta\cos\theta(1-\cos\varphi)}{\sin^2\theta + \cos^2\theta\cos\varphi};$$

2° dans le triangle Ayh rectangle en y,

$$\cos A = \tang Ay \cot Ah,$$

d'où

$$\tang Ah = \frac{-\cot\theta}{\cos\varphi},$$

et par conséquent

$$\tang k_1 = \tang(\tfrac{1}{2}\pi + \theta - Ah) = \frac{\sin\theta\cos\theta(1-\cos\varphi)}{\sin^2\theta\cos\varphi + \cos^2\theta}.$$

Si la direction de la ligne de regard est donnée par *l'angle ascensionnel* du regard, ou l'angle xoP que sa projection sur le plan xoz, parallèle au plan médian et passant par le centre de rotation o, fait avec sa direction primaire ox, et par *l'angle de déplacement latéral* ou l'angle ξoP qu'elle fait avec sa projection, et posant

$$xoP = \lambda, \quad \xi oP = \mu,$$

on a dans la figure 3 :

$$\xi f = P x = o x \, tang \, \lambda ,$$

$$x f = P \xi = o P \, tang \, \mu = o x \frac{tang \, \mu}{cos \, \lambda},$$

$$o \xi = \frac{o P}{cos \, \mu} = \frac{o x}{cos \, \lambda \, cos \, \mu};$$

donc

$$tang \, \theta = \frac{\xi f}{x f} = sin \, \lambda \, cot \, \mu , \quad cos \, \varphi = \frac{o x}{o \xi} = cos \, \lambda \, cos \, \mu ,$$

de sorte que l'on trouve, après réduction:

$$tang \, k = \frac{sin \, \lambda \, sin \, \mu}{cos \, \lambda + cos \, \mu},$$

$$tang \, k_1 = \frac{sin \, \lambda \, sin \, \mu \, cos \, \mu}{(cos \, \lambda + cos \, \mu) \, cos \, \lambda + sin^2 \lambda \, sin^2 \mu}.$$

Si la direction de $o \xi$ est donnée par *la longitude*, $x o f = l$, où l'angle que sa projection sur le plan xy fait avec l'axe $o x$, et *la latitude*, $f o \xi = m$, ou l'angle qu'elle fait avec sa projection, on a :

$$x f = o x \, tang \, l,$$

$$\xi f = o f \, tang \, m = o x \frac{tg \, m}{cos \, l},$$

$$o \xi = \frac{o f}{cos \, m} = \frac{o x}{cos \, l \, cos \, m};$$

d'où,

$$tang \, \theta = \frac{tang \, m}{sin \, l}, \quad cos \, \varphi = cos \, l \, cos \, m$$

et, par conséquent

$$tang \, k = \frac{sin \, l \, sin \, m \, cos \, m}{(cos \, l + cos \, m) \, cos \, m + sin^2 l \, sin^2 m},$$

$$tang \, k_1 = \frac{sin \, l \, sin \, m}{cos \, l + cos \, m}.$$

Par la méthode de la géométrie descriptive on peut aisément

construire sur le plan PQ les déviations pour une direction donnée de la ligne de regard.

Soient, fig. 4, le plan PQ et le plan xy les plans de projection; o le centre de rotation et ξ le point donné où $o\xi$ rencontre PQ.

Alors, ξf étant perpendiculaire à l'axe de projection xQ, $x\xi$ et of sont les projections de $o\xi$, et $\xi x o$ est le plan qui contient la direction primaire ox et la nouvelle direction $o\xi$ de la ligne de regard. Suivant la loi de LISTING l'axe de rotation doit être perpendiculaire à ce plan; donc oA' et xA perpendiculaires aux traces ox et $x\xi$ seront les projections de cet axe, et $nxh = \frac{1}{2}\pi - \theta$, $nxz = \theta$, les angles qu'il fait avec les axes $-oy$ et oz. Menant oh perpendiculaire à of, et hi perpendiculaire à $x\xi$ ou parallèle a xA, le plan ohi, perpendiculaire à $(of,\ x\xi)$, contiendra les axes $o\zeta$ et $o\eta$ après la rotation qui amène ox sur $o\xi$, et ces axes rencontreront PQ en des points de la trace hi. Il s'agit donc de mener dans le plan ohi, par le point $(o,\ x)$, deux droites, dont l'une fait à gauche un angle égal à nxh, et l'autre à droite un angle égal nxz, avec la droite $(oA',\ xA)$ dans ce plan. A cet effet on rabat iho autour de ih sur PQ; en menant iq perpendiculaire à la trace ih, et prenant $pn = ox$, puis $iq = in$, la droite $(oA',\ xA)$ viendra sur qr parallèle à ih, et le point $(o,\ x)$ en r, de sorte que les parallèles rs et rs' à xh et xo, sont les directions rabattues des axes $o\eta$ et $o\zeta$ après la rotation. Ainsi, $o\eta$ et $o\zeta$ rencontrent PQ aux points s et s', et par conséquent, $s\xi b'$ est la trace de l'horizon rétinien, $s'\xi d'$ celle du méridien primaire sur PQ; le premier est dévié de droite à gauche, le second en sens contraire, et, d'après ce qui précède, on aura $b\xi b' = k_1$, et $e\xi d' = k$.

Par la comparaison des figures 3 et 4, on verra que, posant $ox = 1$, on a $\xi f = tang\,\lambda$, $xf = sec\,\lambda\, tang\,\mu$; donc, si $\xi xf = \alpha$, $tang\,\alpha = sin\,\lambda\, cot\,\mu$, et calculant successivement: $xh = \frac{ox^2}{xf} = \frac{1}{xf}$, $ip = xh\cos\alpha$, $in = \sqrt{(ip^2 + ox^2)}$, $xr = in - ip$, $st = ru = xr\sin\alpha$, on trouvera:

$$\xi f - st = \frac{sin\,\lambda}{(1 + cos\lambda\, cos\,\mu \cdot cos\,\lambda}\,;$$

ensuite, $th = st\,tang\,\alpha$ et $tf = th + hx + xf$, étant exprimées en λ et μ, on obtiendra, par la substitution de leurs valeurs dans

$$tang\,\xi s r = \frac{\xi f - s t}{t f} = tang\,b'\xi b,$$

la même formule que celle trouvée précédemment pour $tang\,k_1$.

Pareillement, on trouvera :

$$uf = xf - xr\cos\alpha = \frac{\sin\mu}{(1 + \cos\lambda\cos\mu)\cos\lambda\cos\mu},$$

$$us' + \xi f = hu\cot\alpha + \xi f = \frac{\cos\lambda + \cos\mu}{(1 + \cos\lambda\cos\mu)\sin\lambda\cos\lambda\cos\mu};$$

ce qui donnera, par la substitution dans

$$tang\,\xi s' u = \frac{uf}{us' + \xi f} = tang\,e\xi d',$$

la même formule que celle trouvée précédemment pour $tang\,k$.

Dans la figure 4, les projections des axes $o\xi$, $o\eta$ et $o\zeta$ sur PQ sont $x\xi$, xs, et le prolongement de $s'x$, tandis que of, ot, ou sont les projections de ces axes sur le plan xy.

Pour montrer que la position du globe oculaire, ou du système $\xi\eta\zeta$, ne peut satisfaire aux formules pour les déviations, et par conséquent, parce que ces formules ont été confirmées par les expériences, à la loi de LISTING, qu'en tournant de sa position primaire autour d'un axe situé dans le plan yz, supposons que l'on donne à ce système une rotation q, autour d'un axe oz', fig. 5, qui fait des angles α, β et γ avec ox, oy et oz, et cherchons les directions que prendront alors les axes $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$.

Prenons, avant d'effectuer la rotation, pour nouveaux axes de coordonnées la droite oz', la perpendiculaire ox' à oz' dans le plan zoz', et la perpendiculaire oy' au plan zoz'. Soit oA la trace de zoz' sur xy, et joignons par des arcs de grands cercles les points où les droites dans la figure rencontrent une surface sphérique dont le centre est en o.

Les triangles CAB et CAD rectangles en A, donneront :

$$\cos AB = \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma},\quad \cos AD = \frac{\cos\beta}{\sin\gamma};$$

on aura donc, pour les angles d, e, f, que ox' fait avec les axes primitifs :

$$\cos d = \cos AB \cos AE = \cos\alpha \cot\gamma,$$

$$\cos e = \cos AD \cos AE = \cos\beta \cot\gamma,$$

$$\cos f = \cos\left(\tfrac{1}{2}\pi + \gamma\right) = -\sin\gamma;$$

pour les angles d', e', f' que oy', qui est dans le plan xy, fait avec ces axes :

$$\cos d' = \cos(\pi - AD) = -\frac{\cos\beta}{\sin\gamma},$$

$$\cos e' = \cos AB = \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma},$$

$$\cos f' = o;$$

et pour les angles d'', e'', f'' que oz' fait avec ces axes :

$$\cos d'' = \cos\alpha,\quad \cos e'' = \cos\beta,\quad \cos f'' = \cos\gamma.$$

Par conséquent, les coordonnées d'un point $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \zeta$, seront par rapport aux nouveaux axes :

$$x' = \xi\cos d + \eta\cos e + \zeta\cos f,$$

$$y' = \xi\cos d' + \eta\cos e' + \zeta\cos f',$$

$$z' = \xi\cos d'' + \eta\cos\alpha'' + \zeta\cos f'';$$

après une rotation φ autour de oz', les coordonnées d'un point, lesquelles étaient x', y', z' dans le système $x'y'z'$ deviennent dans le même système :

$$x'' = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi,$$

$$y'' = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi,$$

$$z'' = z';$$

par suite elles sont par rapport au système primitif xyz:

$$x = x'' \cos d + y'' \cos d' + z'' \cos d'',$$
$$y = x'' \cos e + y'' \cos e' + z'' \cos e'',$$
$$z = x'' \cos f + y'' \cos f' + z'' \cos f''.$$

Si l'on substitue pour x'', y'', z'', leurs valeurs en x', y', z', et pour celles-ci leurs valeurs en ξ, η, ζ, les dernières formules deviendront

$$x = a\xi + a'\eta + a''\zeta,$$
$$y = b\xi + b'\eta + b''\zeta,$$
$$z = c\xi + c'\eta + c''\zeta,$$

dans lesquelles:

$$a = \sin^2\alpha \cos\varphi + \cos^2\alpha, \qquad a' = \cos\alpha\cos\beta(1 - \cos\varphi) - \cos\gamma\sin\varphi,$$
$$b = \cos\alpha\cos\beta(1 - \cos\varphi) + \cos\gamma\sin\varphi, \quad b' = \sin^2\beta\cos\varphi + \cos^2\beta,$$
$$c = \cos\alpha\cos\gamma(1 - \cos\varphi) - \cos\beta\sin\varphi; \quad c' = \cos\beta\cos\gamma(1 - \cos\varphi) + \cos\alpha\sin\varphi;$$
$$a'' = \cos\alpha\cos\gamma(1 - \cos\varphi) + \cos\beta\sin\varphi,$$
$$b'' = \cos\beta\cos\gamma(1 - \cos\varphi) - \cos\alpha\sin\varphi,$$
$$c'' = \sin^2\gamma\cos\varphi + \cos^2\gamma.$$

Mais après la rotation les coordonnées du point sont restées ξ, η, ζ, par rapport au système mobile, tandis qu'elles sont par rapport au système primitif les valeurs précédentes de x, y, z; il faut donc que les coëfficients de ξ, soient les cosinus des angles que l'axe $o\xi$ fait avec les axes des x, y et z, et ainsi des autres axes $o\eta$ et $o\zeta$.

Réciproquement un point qui dans l'espace a pour coordonnées x, y, z. aura pour coordonnées dans l'oeil, ou par rapport au système $\xi\eta\zeta$,

$$\xi = a\,x + b\,y + c\,z,$$
$$\eta = a'\,x + b'\,y + c'\,z,$$
$$\zeta = a''\,x + b''\,y + c''\,z.$$

Ainsi l'équation de l'horizon rétinien, dont l'équation dans l'oeil est

$$\zeta = o,$$

est par rapport aux axes fixes:

$$o = a'' x + b'' y + c'' z,$$

et celle de sa trace sur un plan PQ perpendiculaire à la direction primaire ox de la ligne de regard

$$b'' y + c'' z = const:$$

on a donc, pour l'angle k_1, entre cette trace et une parallèle à l'axe des y,

$$tang\, k_1, = -\frac{b''}{c''} = -\frac{cos\beta\, cos\,\gamma\,(1 - cos\,\varphi) - cos\,\alpha\, sin\,\varphi}{sin^2\gamma\, cos\,\varphi + cos^2\gamma}.$$

Si cette formule doit être identique avec celle trouvée précédemment, savoir

$$tang\, k_1 = \frac{sin\,\theta\, cos\,\theta\,(1 - cos\,\varphi)}{sin^2\theta\, cos\,\varphi + cos^2\theta},$$

et cela pour une valeur quelconque de φ, il faudra d'abord

$$cos\,\alpha = o,$$

c'est-à-dire, que *l'axe de rotation oz' soit situé dans le plan yz*, et ensuite $\gamma = \theta$ et $\beta = \theta + \frac{1}{2}\pi$ où $\gamma = \pi - \theta$ et $\beta = \frac{1}{2}\pi - \theta$.

Si l'on substitue les premières de ces valeurs dans les formules pour les cosinus, on obtient pour les cosinus des angles que chacun des axes $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$ fait avec les axes fixes, après une rotation φ suivant la loi de LISTING:

$$a = cos\,\varphi, \quad a' = -cos\,\theta\, sin\,\varphi, \quad a'' = -sin\,\theta\, sin\,\varphi,$$

$$b = cos\,\theta\, sin\,\varphi, \quad b' = cos^2\theta\, cos\,\varphi + sin^2\theta, \quad b'' = -sin\theta cos\theta(1 - cos\varphi),$$

$$c = sin\,\theta\, sin\,\varphi; \quad c' = -sin\theta\, cos\theta(1 - cos\varphi); \quad c'' = cos^2\theta + sin^2\theta\, cos\,\varphi;$$

ou, substituant pour θ et φ leurs valeurs trouvées plus haut en λ et μ,

$$a = \cos\lambda \cos\mu,\quad a' = -\sin\mu,\qquad a'' = -\sin\lambda\cos\mu,$$

$$b = \sin\mu,\quad b' = \frac{(\cos\lambda + \cos\mu)\cos\mu}{1 + \cos\lambda\cos\mu},\quad b'' = -\frac{\sin\lambda\sin\mu\cos\mu}{1 + \cos\lambda\cos\mu},$$

$$c = \sin\lambda\cos\mu;\quad c' = -\frac{\sin\lambda\sin\mu\cos\mu}{1 + \cos\lambda\cos\mu};\quad c'' = \frac{(\cos\lambda + \cos\mu)\cos\lambda + \sin^2\lambda\sin^2\mu}{1 + \cos\lambda\cos\mu}.$$

A l'aide de ces formules on trouve facilement la déviation sur PQ d'une image persistante linéaire dont la direction primaire est quelconque. Soit ω l'angle que cette direction fait primairement avec la ligne xf sur PQ, ou l'angle entre l'horizon rétinien et le plan qui passe par cette direction et le centre de l'oeil, alors

$$\zeta = \eta \tang\omega,$$

ou

$$\eta \sin\omega - \zeta\cos\omega = 0$$

est l'équation de ce plan dans l'oeil, et par conséquent, après une rotation φ,

$$(a'x + b'y + c'z)\sin\omega - (a''x + b''y + c''z)\cos\omega = 0$$

son équation par rapport aux axes fixes, d'où l'on a, pour l'angle K, entre sa trace sur PQ, ou $x = const$, et l'axe des coordonnées xf,

$$\tang K_1 = -\frac{b'\sin\omega - b''\cos\omega}{c'\sin\omega - c''\cos\omega},$$

de sorte que l'on trouve pour sa déviation $K_1 - \omega$, ou l'angle entre la direction de l'image déplacée et sa direction primaire, par la formule

$$\tang(K_1 - \omega) = \frac{\tang K_1 - \tang\omega}{1 + \tang K_1 \tang\omega},$$

et substituant pour b', c', etc, les valeurs trouveés plus haut, après quelques réductions,

$$tang\,(K_1 - \omega) = \frac{sin\,(\theta - \omega)\,cos\,(\theta - \omega)\,(1 - cos\,\varphi)}{sin^2\,(\theta - \omega)\,cos\,\varphi + cos^2\,(\theta - \omega)}.$$

Cette formule, en y faisant $\omega = o$, s'accorde avec celle pour k_1, et montre que la déviation sera nulle lorsque $\theta = \omega$ ou $\theta = \omega + \frac{1}{2}\pi$, c'est-à-dire, lorsque l'axe de rotation est perpendiculaire au plan passant par le centre de l'oeil et l'image persistante, ou dans ce plan. Dans le premier cas l'image se déplace dans sa propre direction, dans le second parallèlement à elle même. La formule montre encore que les déviations pour différentes valeurs de ω seront égales si $\theta - \omega$ est constante, ou lorsque les axes de rotation font des angles égaux avec les différentes directions primaires de l'image persistante.

On peut encore au moyen des formules précédentes, et sans savoir comment se fait le mouvement continu de l'oeil, trouver la courbe que l'extrémité de la ligne de regard doit parcourir sur le plan PQ, pour qu'une image linéaire persistante quelconque se déplace tangentiellement à cette courbe.

Son équation différentielle est:

$$\frac{dz}{dy} = tang\,K_1$$

où y et z sont les coordonnées xf et ξf, fig. 3, du point de regard ξ sur le plan PQ, dont la distance à l'origine est $ox = a$, de sorte que l'on aura:

$$y = xf = a\,tg\,\varphi\,cos\,\theta, \quad z = \xi f = a\,tang\,\varphi\,sin\,\theta\,,$$

d'où

$$cos\,\varphi = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + y^2 + z^2)}}, \quad cos\,\theta = \frac{y}{\sqrt{(y^2 + z^2)}},$$

et, substituant ces valeurs dans la formule pour $tang\,K_1$,

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{a\,y\,(z - y\,tang\,\omega) - z\,(y + z\,tang\,\omega)\sqrt{(a^2 + y^2 + z^2)}}{a\,z\,(z - y\,tang\,\omega) - y\,(y + z\,tang\,\omega)\sqrt{(a^2 + y^2 + z^2)}}.$$

Pour intégrer cette équation, on l'écrit sous la forme

$$(y+z\,tg\,\omega)(ydz-zdy)\sqrt{a^2+y^2+z^2}=-a(z-y\,tang\,\omega)(ydy+zdz),$$

et posant

$$z=y\,tang\,v,\quad a^2+y^2\,sec^2\,v=u^2,$$

d'où

$$ydz-zdy=y^2\,sec^2\,v\,dv,$$

elle devient

$$\frac{cos\,(\omega-v)}{sin\,(\omega-v)}dv=\frac{a\,du}{u^2-a^2},$$

dont l'intégrale est

$$\frac{-c}{a\,sin\,(\omega-v)}=\sqrt{\frac{u-a}{u+a}}.$$

où c est une constante arbitraire.

On aura donc

$$-c\,(u+a)=a\,sin\,(\omega-v)\sqrt{u^2-a^2},$$

ou

$$a+\sqrt{a^2+y^2+z^2}=-\frac{a}{c}(y\,sin\,\omega-z\,cos\,\omega).$$

Remplaçant dans celle-ci

y par $y\,cos\,\omega-z\,sin\,\omega$,

z par $y\,sin\,\omega+z\,cos\,\omega$,

ce qui revient à faire tourner les axes des coordonnées d'un angle ω autour de l'axe ox, elle devient

$$a+\sqrt{a^2+y^2+z^2}=\frac{az}{c}\quad\ldots\ldots\ (\alpha),$$

comme si l'on y eût posé $\omega=o$.

Pour les points ξ où la ligne de regard, et non son prolongement, rencontre PQ, le radical dans (α) doit être pris positivement; car pour ces points l'angle de rotation φ est moindre qu'un angle droit, et par conséquent, $\cos\varphi$, dont le signe est le même que celui de ce radical, positif. La constante c doit être prise positive ou négative selon que la courbe doit passer par un point du côté des z positifs ou negatifs, mais sa valeur absolue est moindre que a, parce que le premier membre de (α) a une valeur plus grande que z.

L'équation (α) se réduit à

$$c^2 y^2 - z^2 (a^2 - c^2) + 2 a^2 c z = o,$$

ou

$$\frac{\left(z - \frac{a^2 c}{a^2 - c^2}\right)^2}{\frac{a^4 c^2}{(a^2 - c^2)^2}} - \frac{y^2}{\frac{a^4}{a^2 - c^2}} = 1,$$

laquelle, à cause de $c^2 < a^2$, représente une hyperbole qui passe par l'origine, et dont l'axe réel est l'axe des z.

On obtiendrait les points de la branche qui passe par l'origine en prenant dans α) le radical négativement, parce qu'il faut que pour cette branche le premier membre puisse devenir zéro; elle contient donc les points de regard pour lesquels $\cos\varphi$ serait négatif, ou les points où le prolongement de la ligne de regard rencontrerait PQ, si l'oeil tournerait de plus d'un angle droit suivant la loi de LISTING.

Si dans (α), avec le radical positif, on devait avoir $z = o$ pour $y = o$, la constante serait zéro, et l'équation se réduirait à $z = o$, qui représente l'axe des y, ou une hyperbole, dont l'axe réel est zéro.

L'équation (α), avec le radical pris positivement, représente donc toutes les branches d'hyperboles, suivant lesquelles peuvent se déplacer tangentiellement des images persistantes linéaires quelconques. Il suit, du changement des coordonnées qui a été introduit plus haut, que l'on obtiendra le système de ces courbes pour une valeur arbitraire de ω, en faisant tourner d'un angle ω le système de ces courbes pour $\omega = o$. Ce dernier est

représenté fig. 6, où AB, $A'B'$.... représentent des branches d'hyperboles dont les autres branches passent toutes par le point de regard primaire x.

Désignant par X, Y, Z, des coordonnées courantes, parallèles aux axes fixes dont l'origine est en o, et par y et z les coordonnées du point de regard sur PQ, les équations de la ligne de regard sont:

$$\frac{X}{a}=\frac{Y}{y}=\frac{Z}{z},$$

et l'on obtiendra la surface conique, que décrit cette ligne quand son extrémité parcourt la courbe (α), en éliminant y et z entre ces équations et celle de la courbe, ce qui donne le cône

$$X+\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}=\frac{aZ}{c},$$

lequel est circulaire droit, parce que son intersection avec la sphère

$$X^2+Y^2+Z^2=r^2$$

est le plan

$$c(X+r)-aZ=o,$$

qui est perpendiculaire au plan xz, et passe par le point $-r, o, o$. Ce point est situé au fond de l'oeil, où la ligne de regard perce le globe oculaire, quand on considère celui-ci comme une sphère de rayon r, décrite autour du centre de rotation. Il est appelé par HELMHOLTZ „*point occipital*," la surface de la sphère „*champ de regard sphérique*, et les cercles de cette surface passant par le point occipital: „*cercles de direction*."

La courbe (α) est donc une des branches de l'hyperbole, suivant laquelle le plan PQ coupe le cône circulaire droit décrit par la ligne de regard. Pendant que le point de regard se déplace sur cette courbe, le plan passant par le centre de l'oeil et l'image persistante, ou par le sommêt du cône et la tangente à la directrice, reste constamment tangente à ce cône. Par conséquent ce plan, et avec lui le globe oculaire, dans

lequel il est fixe, tourne alors autour de l'axe fixe du cône. Ce cas particulier du mouvement continu de l'oeil, pendant lequel l'extrémité de la ligne de regard parcourt sur le champ de regard sphérique un cercle de direction quelconque, doit donc convenir avec la loi de LISTING.

Pour construire la courbe quand pour $y = o$, fig. 7, on connait $z = xE$, on prend sur la perpendiculaire xC à xE, $xO = a$ la distance du centre de l'oeil au plan PQ. Alors OE et OC sont les deux génératrices du cône dans le plan perpendiculaire a PQ, et rabattues sur le plan de construction; de sorte que xE est l'axe réel, et le point de contact F, du cercle inscrit à $COEZ$ avec EZ, un des foyers de l'hyperbole.

Si un point ξ de la courbe est donné, on trouve, d'après la construction de la fig. 4, la direction de la tangente $b'\xi B$ dans ce point. Désignant par α et γ les axes de l'hyperbole, son équation est

$$z + \gamma = \frac{\gamma}{\beta} \sqrt{\beta^2 + y^2},$$

d'où l'on trouve pour la soustangente PB:

$$PB = \frac{z^2 - 2z\gamma}{z - \gamma},$$

et par suite

$$\gamma = \frac{z(z - PB)}{2z - PB};$$

donc, si O' est le centre cherché, et faisant $xP' = xP = z$,

$$xO' = \frac{xP \times xB}{P'B}$$

et

$$BO' = Bx - xO' = \frac{Bx^2}{P'B};$$

par conséquent, décrivant sur $P'B$ un demi-cercle, et prenant

la corde $BD = Bx$, la perpendiculaire abaissée de D sur $P'B$ donnera le centre, et la direction de l'axe imaginaire.

La soustangente GH étant

$$GH = \frac{\beta^2 + y^2}{y},$$

on a

$$O'H = GH - y = \frac{\beta^2}{y}$$

et l'axe imaginaire sera donc

$$\beta = \sqrt{O'H \times O'G}.$$

Recherchons maintenant comment se fait, suivant la loi de LISTING, le mouvement continu de l'oeil. Soient, à un instant quelconque, λ l'angle ascensionnel, μ l'angle de déplacement latéral de la ligne de regard, et k l'angle entre le plan de regard et l'horizon rétinien. Ces grandeurs s'augmenteront dans l'instant suivant des quantités infiniment petites $d\lambda$, $d\mu$ et dk, dont la dernière dépend des deux premières en vertu de la formule

$$\tang k = \frac{\sin\lambda \sin\mu}{\cos\lambda + \cos\mu},$$

d'où

$$dk = \frac{\sin\mu\, d\lambda + \sin\lambda\, d\mu}{1 + \cos\lambda \cos\mu}.$$

Il est clair, fig. 8, que la ligne de regard viendra de $o\xi$ dans sa direction successive, si l'on donne au globe oculaire, ou le système $\xi\eta\zeta$, d'abord une rotation positive, $+d\mu$, — de gauche à droite, si on la regarde de l'extrémité m de son axe — autour de la perpendiculaire om au plan de regard, ce qui ne change pas λ, tandis que μ devient $\mu + d\mu$; et puis, une rotation $-d\lambda$ autour de la droite qui coïncide avec l'axe oy, ce qui change λ en $\lambda + d\lambda$. Après ces rotations l'angle entre le

plan de regard et l'horizon rétinien est resté k, de sorte que la position de l'oeil ne satisfait pas encore à la loi de LISTING, et qu'il faudra lui donner encore une rotation $+dk$, autour de $o\xi$. Remarquant que les rotations sont infiniment petites, on peut décomposer dk en deux autres, $dk\cos\mu$ autour de oP, et $dk\sin\mu$ autour de oy.

Le globe oculaire viendra donc d'une position dans la position successive par trois rotations infiniment petites autour d'axes, dont les cosinus des angles, qu'ils font avec les axes fixes, sont comme il est indiqué dans les colonnes du tableau ci-dessoûs :

	$dk\cos\mu$	$-d\lambda+dk\sin\mu$	$d\mu$
ox	$\cos\lambda$	o	$-\sin\lambda$
oy	o	1	o
oz	$\sin\lambda$	o	$\cos\lambda$;

par conséquent, si l'on réduit ces rotations à trois rotations p, q, r, autour des droites de l'oeil qui à chaque instant se confondent avec les axes fixes ox, oy, oz, on aura:

$$p=\cos\lambda\cos\mu\,dk-\sin\lambda\,d\mu,$$
$$q=-d\lambda+\sin\mu\,dk,$$
$$r=\sin\lambda\cos\mu\,dk+\cos\lambda\,d\mu,$$

ou, substituant pour dk sa valeur en $d\lambda$ et $d\mu$,

$$p=\frac{\cos\lambda.\sin\mu\cos\mu\,d\lambda-\sin\lambda\,d\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$$

$$q=-\frac{(\cos\lambda+\cos\mu)\cos\mu\,d\lambda-\sin\lambda\sin\mu\,d\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$$

$$r=\frac{\sin\lambda.\sin\mu\cos\mu\,d\lambda+(\cos\lambda+\cos\mu)\,d\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}.$$

Les cosinus des angles entre om, ou l'axe de la rotation $d\mu$, et les axes fixes sont

$$-\sin\lambda,\quad o,\quad \cos\lambda;$$

calculant avec ces valeurs, et celles données plus haut pour les cosinus des angles entre chacun des axes $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$ et les axes fixes, les cosinus des angles entre om et les axes $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$, et se rappelant que l'axe de la rotation $-d\lambda$ est oy, celui de dk l'axe $o\xi$, on verra que les rotations $d\mu$, $-d\lambda$ et dk ont lieu autour d'axes, dont les cosinus des angles qu'ils font avec les axes mobiles sont comme il est indiqué dans les colonnes ci-dessoûs :

	$d\mu$	$-d\lambda$	dk
$o\xi$	o,	$\sin\mu$,	1,
$o\eta$	$\dfrac{\sin\lambda\sin\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$,	$\dfrac{(\cos\lambda+\cos\mu)\cos\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$,	o,
$o\zeta$	$\dfrac{\cos\lambda+\cos\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$;	$\dfrac{-\sin\lambda\sin\mu\cos\mu}{1+\cos\lambda\cos\mu}$;	o;

de sorte que si l'on réduit ces rotations à trois autres, p', q', r', autour des axes mobiles $o\xi$, $o\eta$, $o\zeta$, et substituant pour dk sa valeur en $d\lambda$ et $d\mu$, on trouvera

$$p' = -\sin\mu\, d\lambda + dk = -p,$$
$$q' = q,$$
$$r' = r.$$

Par conséquent les équations de l'axe instantané sont, par rapport aux axes fixes,

$$\frac{x}{p} = \frac{y}{q} = \frac{z}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\beta)$$

et, par rapport aux axes mobiles,

$$\frac{\xi}{-p} = \frac{\eta}{q} = \frac{\zeta}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\beta')$$

Il suit de ce résultat remarquable, que si l'on ramène le système $\xi\eta\zeta$ à sa position primaire, où le plan $\eta\zeta$ se confond avec le plan yz, l'axe instantané prend une direction qui, par

rapport à ce plan, est symétrique avec la direction qu'elle avait dans l'espace.

Si la ligne de regard doit parcourir une surface conique donnée, il en résultera une relation

$$F(\lambda, \mu) = o \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\gamma)$$

entre les variables λ et μ, qui déterminent sa direction.

L'elimination de ces variables entre cette relation (γ) et les équations (β) donnera la surface conique que décrit l'axe instantané par rapport aux axes fixes, ou dans l'espace, tandis que l'elimination de ces variables entre (γ) et (β') donnera la surface conique qu'elle décrit par rapport aux axes mobiles, ou dans l'oeil.

Il est évident que si la première élimination donne

$$x = \psi(y, z),$$

la seconde donnera

$$-\xi = \psi(\eta, \zeta), \quad \text{ou} \quad \xi = -\psi(\eta, \zeta).$$

Donc les deux cônes sont semblables et égaux, et symétriquement placés par rapport au plan commun $y\,z$ ou $\eta\,\zeta$, si le système mobile est ramené à sa position primaire. Si dans cette position on mène un plan tangent à chacun des cônes, et passant par des génératrices symétriquement placées, ces plans tangents seront eux-mêmes symétriquement placés par rapport au plan commun $y\,z$ ou $\eta\,\zeta$, de sorte que les deux cônes auront chacun la même position par rapport à leur plan tangent. Par conséquent, si l'on replace le système mobile dans la position qu'il occupait, de sorte que l'axe instantané reprend la position qu'elle avait dans l'espace, le plan tangent au cône mobile se confondra avec le plan tangent au cône fixe, et les deux cônes seront symétriquement placés par rapport au plan tangent commun.

Ainsi le mouvement continu de l'oeil se fait, de la même manière qu'en général le mouvement de rotation autour d'un point fixe, comme si une surface conique, ayant son sommet au centre de rotation et à laquelle le globe oculaire serait invariablement lié, roulait sans glisser sur une autre surface conique ayant le même sommet et gardant une position fixe par

rapport à la tête. Le cône fixe est immédiatement déterminé par la surface conique que la ligne de regard doit parcourir, et le caractère particulier du mouvement de l'oeil est, que *les deux cônes sont égaux et semblables*, et de plus, *qu'ils conservent pendant le mouvement une position symétrique par rapport au plan tangent commun.*

Si l'on écrit les équations (β), où par la relation (γ) une des quantités λ ou μ est une fonction de l'autre, sous la forme

$$\frac{x}{\cos\lambda \sin\mu \cos\mu - \sin\lambda \frac{d\mu}{d\lambda}} = \frac{-y}{(\cos\lambda + \cos\mu)\cos\mu - \sin\lambda \sin\mu \frac{d\mu}{d\lambda}}$$

$$= \frac{z}{\sin\lambda \sin\mu \cos\mu + (\cos\lambda + \cos\mu)\frac{d\mu}{d\lambda}},$$

on obtient, éliminant l'inconnue $\frac{d\mu}{d\lambda}$ qui dépend de (γ), après quelque réduction,

$$x(1 + \cos\lambda \cos\mu) + y \sin\mu + z \sin\lambda \cos\mu = o, \quad . \quad . \quad . \quad (\delta)$$

qui représente un plan, dont la position dépend seulement de λ et μ, ou de la direction instantanée de la ligne de regard, quelle que soit (γ), et dans lequel est à chaque instant situé l'axe instantané de rotation. La normale à ce plan fait avec l'axe ox un angle dont le cosinus est

$$\sqrt{\frac{1 + \cos\lambda \cos\mu}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \cos\varphi}{2}} = \cos\tfrac{1}{2}\varphi,$$

tandis que l'on a la même valeur pour le cosinus de l'angle entre ce plan et le plan perpendiculaire à la ligne de regard, ou

$$x \cos\lambda \cos\mu + y \sin\mu + z \sin\lambda \cos\mu = o.$$

Cette normale fait donc des angles égaux avec l'axe ox et avec la ligne de regard, et parce que chacun de ces angles est la moitié de l'angle φ entre ces deux dernières droites, elle est

située dans leur plan. On en conclut que, si l'oeil se meut suivant la loi de LISTING, l'axe instantané de rotation doit toujours être une des droites du plan perpendiculaire à la bissectrice de l'angle entre la direction primaire et la direction instantanée de la ligne de regard. Cette bissectrice, autour de laquelle la rotation instantanée est zéro, est appelé par HELMHOLTZ, „*ligne atrope instantanée.*"

L'oeil tournera autour d'un axe fixe, si l'on a

$$p = C_1 \varphi(\lambda . \mu), \quad q = C_2 \varphi(\lambda . \mu), \quad r = C_3 \varphi(\lambda . \mu), \quad . . (\varepsilon)$$

où C_1, C_2, C_3 sont des constantes et $\varphi\ (\lambda, \mu)$ une fonction quelconque, parce qu'alors les équations (β) deviennent

$$\frac{x}{C_1} = \frac{y}{C_2} = \frac{z}{C_3},$$

celles d'une droite fixe, et il en est de même de (β').

Eliminant $\varphi\ (\lambda, \mu)$ entre (ε) on obtient, en réduisant,

$$(C_1 \sin\lambda \sin\mu + C_2 \sin\lambda)\frac{d\mu}{d\lambda} = C_1 (\cos\lambda + \cos\mu)\cos\mu + C_3 \cos\lambda \sin\mu \cos\mu$$

$$(C_1(\cos\lambda + \cos\mu) + C_3 \sin\lambda)\frac{d\mu}{d\lambda} = -C_1 \sin\lambda \sin\mu \cos\mu + C_2 \cos\lambda \sin\mu \cos\mu,$$

d'où. en éliminant $\frac{d\mu}{d\lambda}$, on trouve

$$C_1 (1 + \cos\lambda \cos\mu) + C_2 \sin\mu + C_3 \sin\lambda \cos\mu = o \quad . . (\gamma')$$

pour la relation (γ) qui détermine la surface conique que la ligne de regard doit alors parcourir.

Les équations de cette ligne sont

$$\frac{x}{\cos\lambda \cos\mu} = \frac{y}{\sin\mu} = \frac{z}{\sin\lambda \cos\mu}$$

et par conséquent, les coordonnées du point où elle perce la sphère de rayon r, décrite autour du centre de rotation, ou les

coordonnées du point de regard dans le champ de regard sphérique, sont

$$x = r \cos\lambda \cos\mu, \quad y = r \sin\mu, \quad z = r \sin\lambda \cos\mu,$$

ce qui, substitué dans (γ'), donne

$$C_1(r + x) + C_2 y + C_3 z = o,$$

l'équation d'un plan passant par le point $-r, o, o$, ou le point occipital. Donc l'oeil tourne autour d'un axe fixe si le point de regard parcourt sur le champ de regard sphérique un cercle de direction, ce qui s'accorde avec ce qu'on a trouvé précédemment par la considération seule des courbes, tangentiellement auxquelles peuvent se déplacer des images persistantes linéaires.

On peut démontrer par des considérations géométriques les deux derniers résultats de l'analyse.

Si le plan de la figure, fig. 9, tourne d'un angle BAB' autour du point A, et ensuite d'un angle ACA' autour d'un de ses points C, on pourra réduire ces deux rotations successives à une seule. Avant la première rotation le point C était en C', tel que CAC' est égal à l'angle de rotation BAB' et $AC' = AC$; CA' est donc la position de $C'A$ après la dernière rotation, et l'on voit que $C'A$ viendra dans la position CA' par une seule rotation autour du point d'intersection O des bissectrices des angles de rotation CAC' et ACA', car $OA = OA'$, $OC = OC'$ et $AOA' = C'OC$, comme restes des angles égaux AOC' et $A'OC$ diminués de l'angle commun $A'OC'$. Si la seconde rotation doit être telle que le centre de la rotation résultante tombe sur une ligne fixe donnée AD, passant par A, le centre C de cette rotation doit être nécessairement un point de la direction AE, qui avant la première rotation faisait avec la direction donnée AD un angle DAE égal à la moitié de celui de la première rotation. Ces considérations sont immédiatement applicables à une surface sphérique qui doit tourner successivement autour de deux diamètres dont A et C sont les pôles, en remplaçant les lignes droites par des arcs de grandscercles.

Supposons donc que le globe oculaire, fig. 10, après une première rotation $xo\xi = \varphi$ autour de OA dans le plan yz, doive

tourner autour d'un autre axe; il faudra que l'axe de la rotation résultante tombe dans le plan Azy, perpendiculaire à la direction primaire de la ligne de regard, sans quoi la position de ce globe après la seconde rotation ne satisferait pas à la loi de LISTING. L'axe de la seconde rotation doit donc être une ligne quelconque OC dans le plan du grand cercle AE, qui avant la première rotation avait la position AE', tel que l'angle de rotation $EAE' = \varphi$ est divisé en deux parties égales par le plan yzA On voit facilement que la droite OT, qui divise l'angle $xo\xi$ en deux parties égales est perpendiculaire au plan EAO, et par conséquent aussi à une droite quelconque OC dans ce plan, de sorte que cette droite OT est la ligne atrope instantanée.

Si le globe oculaire continue à tourner autour de l'axe OC, sa position continuera de même à satisfaire à la loi de LISTING, parce que toujours l'axe de la rotation résultante tombera dans le plan yzA, quel que soit l'angle de la rotation autour de OC.

De plus, l'arc $C\xi$ est le supplément de l'arc Cx, parce que les triangles sphériques ξCT et xCT, où $\xi T = xT$, $CT = \frac{1}{2}\pi$, sont supplémentaires l'un de l'autre; donc l'angle $CO\xi$ est égal à l'angle que CO fait avec le prolongement ox' de xo. Par conséquent, l'extrémité ξ de la ligne de regard parcourt, pendant que le globe tourne autour de l'axe fixe CO, un cercle qui passe par le point occipital.

L'axe de rotation étant à chaque instant dans le plan (δ), le cône fixe est l'enveloppe de ce plan variable, et on obtiendra son équation en éliminant λ et μ entre l'équation (δ), sa dérivée, ou

$$-x\left(\sin\lambda\cos\mu + \cos\lambda\sin\mu\frac{d\mu}{d\lambda}\right) + y\cos\mu\frac{d\mu}{d\lambda}\ldots.$$

$$+ z\left(\cos\lambda\cos\mu - \sin\lambda\sin\mu\frac{d\mu}{d\lambda}\right) = o \quad . \; . \; . \quad (d\delta)$$

et la relation (γ)

$$F(\lambda, \mu) = o.$$

Eliminant entre (δ) en ($d\delta$ tour-à-tour une des coordonnées

x, y ou z, on obtient en effet les équations (β) des génératrices du cône.

L'équation ($d\,\delta$) représente un plan variable qui passe par la ligne de regard, parce qu'elle est satisfaite par les équations de cette ligne. De plus, ce plan est perpendiculaire à la tangente à la courbe que l'extrémité de la ligne de regard doit parcourir sur PQ. Car, soit α l'angle entre cette tangente et une parallèle à l'axe oy, et l, m, n, les angles de la ligne de regard avec les axes fixes, on trouve pour l'équation d'un tel plan

$$x \cos l (\cos m + \cos n \tang \alpha) - y (\sin^2 m - \cos m \cos n \tang \alpha) \ldots$$
$$+ z (\cos m \cos n - \sin^2 n \tang \alpha) = o;$$

mais, si le plan PQ est à la distance a de l'origine,

$$y = a \frac{\tang \mu}{\cos \lambda}, \quad z = a \tang \lambda,$$

sont les coordonnées du point où il est rencontré par la ligne de regard, de sorte que

$$\tang \alpha = \frac{dz}{dy} = \frac{\cos^2 \mu \, d\lambda}{\cos \lambda \, d\mu + \sin \lambda \sin \mu \cos \mu \, d\lambda};$$

en substituant cette valeur, et

$$\cos l = \cos \lambda \cos \mu, \quad \cos m = \sin \mu, \quad \cos n = \sin \lambda \cos \mu,$$

dans l'équation précédente, on trouve, après réduction, l'équation ($d\,\delta$).

Appliquant la théorie générale qui précède à quelques cas particuliers, il est à peine nécessaire de traiter le cas où l'extrémité de la ligne de regard doit parcourir sur PQ une droite de direction quelconque, et passant par le point de regard primaire; parce qu'on a déjà vu qu'alors le globe oculaire tourne autour d'un axe fixe, perpendiculaire au plan que décrit la ligne de regard. Cependant, pour montrer l'accord des formules, soit

$$z = m\,y$$

l'équation de cette droite, alors la relation (γ) devient, en substituant pour y et z leurs valeurs en λ et μ données ci-dessus,

$$\sin\lambda = m \tan\mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\gamma_{,})$$

d'où

$$\cos\lambda \cos^2\mu \, d\lambda = m \, d\mu ,$$

ou

$$\cos\lambda \sin\mu \cos\mu \, d\lambda = \sin\lambda \, d\mu ,$$

et l'on obtient:

$$p = o. \quad q = -\cos^2\mu \, d\lambda, \quad r = \frac{\sin\mu\cos\mu}{\sin\lambda} d\lambda,$$

ce qui montre déjà que l'axe de rotation est perpendiculaire à la direction primaire $o\,x$ de la ligne de regard, tandis que les équations (β) deviennent:

$$-\frac{y}{\cos\mu} = \frac{z\sin\lambda}{\sin\mu},$$

ou, en vertu de $(\gamma_{,})$

$$y = -m\,z;$$

donc le cône se réduit dans ce cas à une droite unique dans le plan $y\,z$, et perpendiculaire à la direction $z = m\,y$, c'est-à-dire, à cause que les plans $y\,z$ et PQ sont parallèles, perpendiculaire au plan parcouru par la ligne de regard.

Supposons que le point de regard parcourt sur PQ une droite quelconque parallèle à l'axe des y, ou à la droite qui passe par les centres de rotation des deux yeux, et par suite une droite horizontale si cette dernière est horizontale.

Alors la relation (γ) est l'équation du plan parcouru par le la ligne de regard, ou

$$\lambda = const. \text{ d'où } d\lambda = o,$$

et les équations (β) deviennent:

$$\frac{x}{-\sin\lambda} = \frac{y}{\sin\lambda\sin\mu} = \frac{z}{\cos\lambda + \cos\mu},$$

ou

$$x \sin \mu = -y, \quad x \cos \mu = -x \cos \lambda - z \sin \lambda$$

dans lesquelles μ est le seul paramètre variable à éliminer, de sorte que

$$x^2 = y^2 + (x \cos \lambda + z \sin \lambda)^2$$

est l'équation du cône fixe. Si l'on y substitue

$$x = x_{,} \cos \varphi - z_{,} \sin \varphi,$$
$$y = x_{,} \sin \varphi + z_{,} \cos \varphi,$$

ce qui revient à faire tourner les axes des coordonnées d'un angle φ de droite à gauche autour de l'axe des y, et prenant $\varphi = 45^\circ + \frac{1}{2}\lambda$, elle devient

$$x_{,}^2 \sin \lambda + y^2 - z_{,}^2 \sin \lambda = o;$$

donc les nouveaux axes sont les axes principaux du cône du second degré, et les sections perpendiculaires à l'axe des $z_{,}$ sont des ellipses.

Soit, fig. 11, dans le plan xz, l'angle $x o A = \lambda$; le prolongement OC de la bissectrice de cet angle, et la perpendiculaire OB à OC, seront les intersections du cône avec le plan xz; et $Oz_{,}$, qui divise l'angle droit COB en deux parties égales, sera l axe conjugué aux sections elliptiques, en sorte que la perpendiculaire $ox_{,}$ à $oz_{,}$ est l'axe des $x_{,}$, car l'angle $z_{,} o x'$ étant égal à $45^\circ - \frac{1}{2}\lambda$, son complément, ou $x o x'$ sera $45^\circ + \frac{1}{2}\lambda$.

Le cône fixe étant ainsi déterminé, on trouvera le cône mobile, en se rappelant qu'il est symétriquement placé par rapport au plan yz, quand le système mobile est ramené à sa position primaire. Donc, si dans le plan xz on mène de l'autre côte de l'axe oz deux droites, qui font avec l'axe ox et oz un angle de gauche à droite égal à $\frac{1}{2}\lambda$, ces droites seront alors son intersection avec le plan xz ou $\xi\zeta$; faisant tourner ce cône, de droite à gauche, d'un angle λ autour de l'axe des y, la ligne de regard viendra de ox dans la direction $O\xi A$, et le cône mobile deviendra tangent au cône fixe suivant la génératrice OB. Si l'on fait ensuite rouler le cône mobile BOC' sur le cône fixe BOC, l'extrémité de la ligne de regard $o\xi$, ligne

qui est fixe dans le cône mobile et entrainée avec lui dans son mouvement, décrira sur PQ une parallèle AE à l'axe oy.

Soit la droite, que le point de regard doit parcourir sur PQ, parallèle à l'axe oz, donc verticale si cet axe est vertical.

Son équation est $y = const.$, et la relation (γ) devient

$$\frac{tang\,\mu}{cos\,\lambda} = tang\,\mu_0\,,$$

où μ_0 est l'angle de déplacement latéral pour $\lambda = o$. Cette relation donne

$$cos\,\lambda\,d\mu = -sin\,\mu\,cos\,\mu\,sin\,\lambda\,d\lambda,$$

et les équations (β) deviennent après réduction,

$$\frac{x}{sin\,\mu} = \frac{-y}{sin^2\mu + cos\,\lambda\,cos\,\mu\,(1 + cos\,\lambda\,cos\,\mu)} = \frac{-z}{sin\,\lambda\,sin\,\mu\,cos\,\mu}\,,$$

d'où l'on déduit facilement, remarquant que la relation donnée s'écrit sous la forme :

$$sin\,\mu = tang\,\mu_0\,cos\,\lambda\,cos\,\mu\,,$$

en éliminant tour-à-tour z et y,

$$x\,sin\,\mu = -\,sin\,\mu_0\,(x\,cos\,\mu_0 + y\,sin\,\mu_0),$$
$$x^2\,cos^2\mu = x^2\,cos^2\mu_0 + z^2\,sin^2\mu_0\,;$$

de sorte que

$$x^2 = sin^2\mu_0\,(x\,cos\,\mu_0 + y\,sin\,\mu_0)^2 + x^2\,cos^2\mu_0 + z^2\,sin^2\mu_0\,,$$

ou

$$x^2 = (x\,cos\,\mu_0 + y\,sin\,\mu_0)^2 + z^2$$

est l'équation du cône fixe.

Elle est de la même forme que celle trouvée dans le cas précédent; faisant tourner de gauche à droite les axes des coördonnées d'un angle $45^\circ + \frac{1}{2}\mu_0$ autour de l'axe des z, elle devient :

$$x_{\prime}^2\,sin\,\mu_0 - y_{\prime}^2\,sin\,\mu_0 + z^2 = o,$$

de sorte que les sections perpendiculaires à l'axe principal des $y_{\prime}$, sont des ellipses.

Soit, fig. 12, l'angle xoA dans le plan xy égal à la con-

stante μ_0; le prolongement OC de la bissectrice de cet angle, et la perpendiculaire OB à OC seront les intersections du cône avec le plan xy, et $oy_{,}$, qui divise l'angle droit BOC en deux parties égales, sera l'axe conjugué aux sections elliptiques, en sorte que la perpendiculaire $ox_{,}$ à $oy_{,}$ est l'axe des $x_{,}$, car $y_{,}ox'$ étant $45^{\circ} - \frac{1}{2}\mu_0$, son complément $xox_{,}$ sera $45^{\circ} + \frac{1}{2}\mu_0$. Si dans le plan xy on mène de l'autre côté de l'axe oy deux droites, qui font avec l'axe ox et oy un angle de droite à gauche égal à $\frac{1}{2}\mu_0$, ces droites seront l'intersection du cône mobile avec le plan $\xi\eta$, quand le système $\xi\eta\zeta$ est ramené à sa position primaire. Faisant tourner ce cône, de gauche à droite, d'un angle μ_0 autour de l'axe oz, la ligne de regard viendra de sa direction primaire ox dans la direction OA, et le cône mobile deviendra tangent au cône fixe suivant la génératrice OB. Quand on fait ensuite rouler le cône mobile BOC' sur le cône fixe BOC, l'extrémité de la ligne de regard, qui est entrainée avec lui dans son mouvement, décrira sur PQ une parallèle AE à l'axe oz.

Supposons plus généralement que la ligne de regard, dont les équations sont

$$\frac{x}{\cos\lambda\cos\mu} = \frac{y}{\sin\mu} = \frac{z}{\sin\lambda\cos\mu},$$

doive décrire un cône droit autour d'un axe qui fait des angles α, β, γ, avec les axes fixes, alors

$$\cos\lambda\cos\mu\cos\alpha + \sin\mu\cos\beta + \sin\lambda\cos\mu\cos\gamma = \cos\psi, \ldots (\gamma_{,})$$

où ψ est le demi-angle au sommet du cône donné, est l'équation du cône ou la relation (γ), et elle donne:

$$\frac{d\mu}{d\lambda} = -\frac{\cos\mu(\cos\alpha\sin\lambda - \cos\gamma\cos\lambda)}{\cos\lambda\sin\mu\cos\alpha - \cos\mu\cos\beta + \sin\lambda\sin\mu\cos\gamma}.$$

Substituant cette valeur dans p, q et r, on trouve, ayant égard à la relation $(\gamma_{,})$ et après quelques réductions, pour les équations (β) de l'axe instantané par rapport aux axes fixes,

$$\frac{x}{\cos\alpha - \cos\lambda\cos\mu\cos\psi} = \frac{-y}{(\cos\alpha + \cos\psi)\sin\mu - (1 + \cos\lambda\cos\mu)\cos\beta}$$

$$= \frac{-z}{(\cos\alpha + \cos\psi)\sin\lambda\cos\mu - (1 + \cos\lambda\cos\mu)\cos\gamma} \ldots (a$$

On vérifie que ces équations satisfont en effet à l'équation générale trouvée plus haut:

$$(1+\cos\lambda\cos\mu)x+y\sin\mu+z\sin\lambda\cos\mu=o, \quad . \; . \; . \; (\delta)$$

qui facilitera l'élimination des variables λ et μ.

On voit que les équations (a) donnent $\sin\mu$ et $\sin\lambda\cos\mu$ en fonctions de $\cos\lambda\cos\mu$, savoir:

$$\sin\mu=\frac{(x\cos\beta-y\cos\alpha)+(x\cos\beta+y\cos\psi)\cos\lambda\cos\mu}{x(\cos\alpha+\cos\psi)},$$

$$\sin\lambda\cos\mu=\frac{(x\cos\gamma-z\cos\alpha)+(x\cos\gamma+z\cos\psi)\cos\lambda\cos\mu}{x(\cos\alpha+\cos\psi)};$$

et, substituant ces valeurs dans (δ), on obtient en réduisant,

$$\cos\lambda\cos\mu=-\frac{x^2(\cos\alpha+\cos\psi)+x(y\cos\beta+z\cos\gamma)-(y^2+z^2)\cos\alpha}{x^2(\cos\alpha+\cos\psi)+x(y\cos\beta+z\cos\gamma)+(y^2+z^2)\cos\psi},$$

de sorte qu' après la substitution de cette valeur dans $\sin\mu$ et $\sin\lambda\cos\mu$, l'élimination s'achèverait en égalant à l'unité la somme des carrés de ces trois expressions. Mais il sera plus facile de chercher une seconde expression pour $\cos\lambda\cos\mu$, employant au lieu de (δ) la relation ($\gamma_{,}$), ce qui donne:

$$\cos\lambda\cos\mu=-\frac{x\{\sin^2\psi-\cos\alpha(\cos\alpha+\cos\psi)\}-(y\cos\beta+z\cos\gamma)\cos\alpha}{x(1+\cos\alpha\cos\psi)+(y\cos\beta+z\cos\gamma)\cos\psi}.$$

Egalisant les deux expressions pour $\cos\lambda\cos\mu$, on trouve après des réductions une équation divisible par $x(\cos\alpha+\cos\psi)$, et qui, après la division par ce facteur, peut être écrite sous la forme:

$$\{x(\cos\alpha+\cos\psi)+y\cos\beta+z\cos\gamma\}^2-(y^2+z^2)\sin^2\psi=o.$$

Le cône fixe est donc encore du second degré, et ses intersections avec des plans

$$x(\cos\alpha+\cos\psi)+y\cos\beta+z\cos\gamma=const.:$$

ont des cercles pour projections sur le plan yz.

On prévoit aisément fig. 13 que le plan passant par l'axe OI du cône que doit décrire la ligne de regard et la direction primaire ox de cette ligne sera un plan principal du cône fixe. Prenant la perpendiculaire $oy_{,}$ à ce plan, du côté de l'axe oy

pour axe des $y_{,}$, et la bissectrice $ox_{,}$ de l'angle $Iox = \alpha$ pour axe des $x_{,}$, on peut facilement calculer les cosinus des angles que chacun des nouveaux axes $ox_{,}$, $oy_{,}$, $oz_{,}$ fait avec les axes fixes. Car, dans le triangle sphérique xIy, qu'on voit dans la figure, on connait les trois côtés, $xI = \alpha$, $Iy = \beta$ et $xy = 90^{\circ}$, ce qui donne

$$\cos yIx = -\frac{\cos\beta\cos\alpha}{\sin\beta\sin\alpha};$$

et par conséquent le cosinus de $x_{,}y$ dans le triangle yIx', où l'on connait les deux côtés $yI = \beta$, $Ix_{,} = \frac{1}{2}\alpha$ et le cosinus de l'angle compris $yIx_{,}$; pareillement le triangle zIx donne:

$$\cos zIx = -\frac{\cos\gamma\cos\alpha}{\sin\gamma\sin\alpha},$$

et puis le triangle $zIx_{,}$ le cosinus de $zx_{,}$. Dans le triangle $Iz_{,}y$, on a: $Iz_{,} = 90^{\circ} - \frac{1}{2}\alpha$, $Iy = \beta$, et l'angle $z_{,}Iy = 180^{\circ} - yIx$, on aura donc le cosinus de $z_{,}y$; et celui de $z_{,}z$ dans le triangle $z_{,}Iz$, où l'angle $z_{,}Iz = 180^{\circ} - zIx$. Le cosinus de $y_{,}y = zL$ est donné par le triangle zIL, où $LI = 90^{\circ} - \alpha$ et l'angle zLI est droit, et celui de $y_{,}z = 180 - yL$ par le triangle yLI.

On obtiendra ainsi les valeurs de ces cosinus tel qu'il est indiqué dans les colonnes ci-dessoûs:

	ox	oy	oz
$ox_{,}$	$\cos\frac{1}{2}\alpha$	$\frac{\cos\beta}{2\cos\frac{1}{2}\alpha}$	$\frac{\cos\gamma}{2\cos\frac{1}{2}\alpha}$
$oy_{,}$	0	$\frac{\cos\gamma}{\sin\alpha}$	$-\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}$
$oz_{,}$	$-\sin\frac{1}{2}\alpha$	$\frac{\cos\beta}{2\sin\frac{1}{2}\alpha}$	$\frac{\cos\gamma}{2\sin\frac{1}{2}\alpha}$

Donc si l'on substitue dans l'équation du cône fixe

$$x = x_{,}\cos\tfrac{1}{2}\alpha - z_{,}\sin\tfrac{1}{2}\alpha,$$

$$y = x_{,}\frac{\cos\beta}{2\cos\frac{1}{2}\alpha} + y_{,}\frac{\cos\gamma}{\sin\alpha} + z_{,}\frac{\cos\beta}{2\sin\frac{1}{2}\alpha},$$

$$z = x_{,}\frac{\cos\gamma}{2\cos\frac{1}{2}\alpha} - y_{,}\frac{\cos\beta}{\sin\alpha} + z_{,}\frac{\cos\gamma}{2\sin\frac{1}{2}\alpha},$$

d'où

$$x(\cos\alpha+\cos\psi)+y\cos\beta+z\cos\gamma=x_{,}(1+\cos\psi)\cos\tfrac{1}{2}\alpha+z_{,}(1-\cos\psi)\sin\tfrac{1}{2}\alpha,$$
$$y^2+z^2=x_{,}^2\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha+y_{,}^2+z_{,}^2\cos^2\tfrac{1}{2}\alpha+x_{,}z_{,}\sin\alpha,$$

on obtient pour l'équation de ce cône par rapport aux nouveaux axes :

$$\frac{x_{,}^2}{1-\cos\psi}-\frac{y_{,}^2}{\cos\alpha+\cos\psi}-\frac{z_{,}^2}{1+\cos\psi}=o$$

de sorte que les sections elliptiques sont perpendiculaires à l'axe des $x_{,}$ ou des $z_{,}$ selon que le dénominateur de $y_{,}^2$ est positif ou négatif.

Supposons ce dénominateur positif, et soit, fig. 14 : $xoLx_{,}$ le plan passant par la direction primaire ox de la ligne de regard et l'axe OI du cône qu'elle doit décrire ; LL' l'intersection de ce plan avec le plan fixe yz. La bissectrice $ox_{,}$ de l'angle $Iox=\alpha$ sera l'axe des $x_{,}$; $z_{,}z_{,,}$ perpendiculaire dans ce plan à $ox_{,}$ l'axe des $z_{,}$; de sorte que, prenant les angles $z_{,}oB$ et $z_{,,}oC$ égaux à $\frac{1}{2}\psi$, OB et OC seront les intersections du cône fixe avec le plan $x_{,}z_{,}$; car l'équation du cône donne en y faisant $y_{,}=o$;

$$z_{,}=\pm x_{,}\cot\tfrac{1}{2}\psi.$$

Le système $\xi\eta\zeta$ étant ramené dans sa position primaire le cône mobile doit être placé symétriquement avec le cône fixe par rapport au plan yz, qui est le même que le plan $LOy_{,}$, $y_{,}$ étant la perpendiculaire au plan xoL. Donc, si l'on mène des droites par o, qui de l'autre côté de OL et OL' font avec ces directions des angles égaux à $LOB=\frac{1}{2}(\alpha+\psi)$ et $L'OC=\frac{1}{2}(\alpha-\psi)$, on aura les intersections du cône mobile avec le plan $x_{,}z_{,}$; faisant ensuite tourner ce cône de droite à gauche, autour de l'axe $oy_{,}$, d'un angle $\alpha-\psi$, la ligne de regard viendra de ox dans la direction $o\xi$, tellement que l'angle $IO\xi$ est égal à ψ, et le cône mobile deviendra tangent au cône fixe suivant la génératrice OC. Si ensuite on fait rouler le cône mobile $B'OC$ sur le cône fixe BOC, la ligne de regard décrira un cône droit autour de OI et son extrémité parcourra sur le champ de regard un cercle quelconque.

On peut vérifier ce résultat, ainsi que ceux des deux cas précédents, lesquels sont compris dans celui-ci, en faisant $\psi = 90^\circ$ et $\alpha = 90 + \lambda$, ou $\alpha = 90^\circ + \mu_0$.

Chacun des angles $CO\xi$ et COx' étant égal à $45^\circ + \frac{1}{2}(\alpha - \psi)$, la droite $o\xi$ restera pendant le roulement symétriquement placée avec ox' par rapport au plan tangent commun aux deux cônes, d'où il suit déjà que le mouvement de l'oeil se fera suivant la loi de LISTING, car dans la fig. 10, la droite variable $o\xi$ est symétriquement placée avec la droite fixe ox' par rapport au plan $oACE$, qui est perpendiculaire à la ligne atrope oT, et dont l'enveloppe est le cône fixe.

L'équation du plan tangent au cône est

$$\frac{x_, X}{1 - \cos\psi} - \frac{y' Y}{\cos\alpha + \cos\psi} - \frac{z' Z}{1 + \cos\psi} = o$$

où X, Y, Z, sont les coordonnées courantes, et $x_, y_, z_,$ celles d'un point de contact; les coordonnées du point x', si l'on prend sur le prolongement de $x_, o$, ox' égal à l'unité, sont: $-\cos\frac{1}{2}\alpha$, o, $\sin\frac{1}{2}\alpha$; les équations de la perpendiculaire abaissée de x' sur le plan tangent seront donc

$$\frac{(X + \cos\frac{1}{2}\alpha)(1 - \cos\psi)}{x_,} = \frac{Y(\cos\alpha + \cos\psi)}{-y_,} = \frac{(Z - \sin\frac{1}{2}\alpha)(1 + \cos\psi)}{-z_,};$$

cette perpendiculaire, d'après ce qui précède, passera par le point pris sur $o\xi$ à l'unité de distance du point o, et dont les coordonnées sont par suite $\cos l$, $\cos m$, $\cos n$, si l, m, n, sont les angles variables que la ligne mobile $o\xi$ fait avec les axes $ox_,$, $oy_,$, $oz_,$, de sorte qu'on a entre les coordonnées d'un point de contact et ces angles, en vertu des dernières équations, les relations:

$$\frac{(\cos p + \cos\frac{1}{2}\alpha)(1 - \cos\psi)}{x_,} = \frac{\cos q(\cos\alpha + \cos\psi)}{-y_,} = \frac{(\cos r - \sin\frac{1}{2}\alpha)(1 + \cos\psi)}{-z_,};$$

où $x_,, y_,, z_,$ doivent satisfaire à l'équation du cône fixe, ce qui donne

$$(\cos p + \cos\tfrac{1}{2}\alpha)^2 (1 - \cos\psi) - \cos^2 q (\cos\alpha + \cos\psi) \\ - (\cos r - \sin\tfrac{1}{2}\alpha)^2 (1 + \cos\psi) = o;$$

le coefficient de $\cos\psi$ dans celle-ci est

$$2(1 + \cos p \cos\tfrac{1}{2}\alpha - \cos r \sin\tfrac{1}{2}\alpha),$$

et après le développement on trouve qu'elle est divisible par
coefficient. ensorte qu'elle se réduit à

$$\cos p \cos \tfrac{1}{2}\alpha + \cos n \sin \tfrac{1}{2}\alpha = \cos \psi;$$

ce qui montre que l'angle entre la droite fixe OI, qui
avec les nouveaux axes les angles $\frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\pi$ et $\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\alpha$
la ligne mobile $o\xi$ est pendant le roulement constamment
à ψ; donc la dernière décrit en effet un cône droit autour
la première.

Delft, Décembre 1870.



Fig. 11.

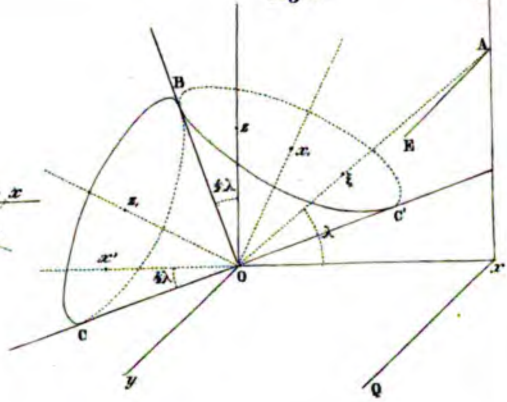


Fig. 12.

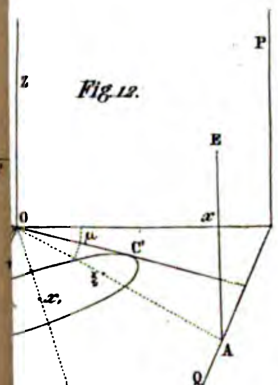


Fig. 13.

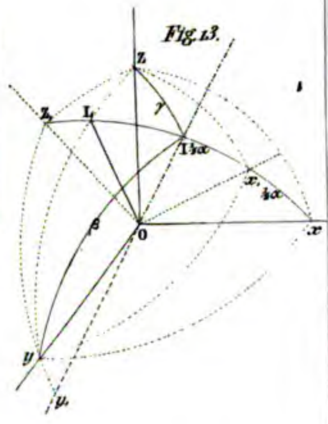
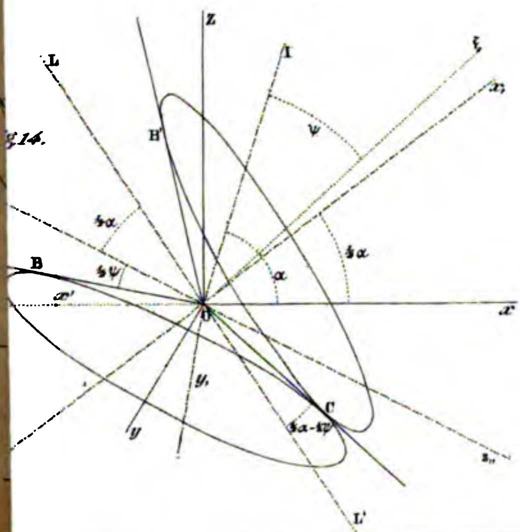


Fig. 14.



J. C. Zürcher sculps.

SCHETS VAN EEN NIEUW STELSEL

VAN

ZOOLOGISCHE NOMENCLATUUR.

DOOR

P. HARTING.

Voorgedragen in de gewone Vergadering van 24 Dec. 1870.

Toen LINNAEUS de binaire nomenclatuur invoerde, bewees hij
iet àlleen een groote dienst aan de beoefenaars der zoologie
n der botanie, maar bevorderde hij daardoor ook krachtig die
etenschappen zelve. Die binaire nomenclatuur toch was een
ort van mnemotechnisch hulpmiddel om verwante vormen ook
n het geheugen bijeen te houden, zonder dit al te veel met
amen en woorden te overladen. Zij maakte het daardoor mo·
elijk de menigte van bijzondere feiten onder de telkens hoo-
ere en meer omvattende begrippen van individu, soort en ge-
lacht te rangschikken en zoo gemakkelijk te overzien.
Sedert echter de tallooze na LINNAEUS gemaakte ontdekkingen
r toe geleid hebben om zijne genera in een allengs grooter en
rooter wordend getal van genera te splitsen of wel er geheel
ieuwe bij te voegen, is hun aantal zoo verbazend toegenomen,
t ook het sterkste geheugen daarvan slechts een klein ge-
elte omvatten kan, en daarmede is de weldaad der binaire
menclatuur voor een goed deel verloren gegaan en komt nog
leen aan dezulken ten goede, die eene kleine afdeeling van
et dieren- of plantenrijk tot het uitsluitende voorwerp hunner
udie hebben gekozen. Zelfs meen ik het er voor te mogen
nden, dat daarin eene der redenen gelegen is, waarom de
ologie zich meer en meer in kleine takken splitst, zoodat het te

vreezen staat dat er eenmaal een tijd zal komen, waarin men nog wel Ornithologen, Erpetologen, Conchyliologen, Lepidopterologen, Dipterologen enz. enz., maar geen Zoologen meer zal hebben.

Dat er in het geven van namen, bepaaldelijk van geslachtsnamen, de grootste willekeur heerscht, weet elk. Ook is het genoeg bekend, dat een aantal derzelfde geslachten door verschillende schrijvers met verschillende namen bestempeld zijn, en dat daarentegen herhaaldelijk gelijke namen aan in het stelsel hemelsbreed van elkander verwijderde geslachten zijn gegeven. Hoe lastig en verwarrend die synonymie is, heeft elk ondervonden, die zich met de eene of andere groep van dieren meer opzettelijk heeft bezig gehouden. Wel wordt die verwarring vermeden door den naam des naamgevers achter den naam van het geslacht te voegen, doch ook deze moet daarbij dan in het geheugen worden geprent, dat daarmede een last te meer op zich laadt.

Wanneer men de verschillende wijzen, waarop de geslachtsnamen ontstaan zijn, nagaat, dan ontwaart men, dat *vooreerst* vele vroegere soortnamen tot geslachtsnamen zijn geworden, bijv *Felis*, *Canis*, *Crocodilus* enz In de *tweede* plaats heeft men getracht door den naam een der hoofdkenmerken van de daardoor aangeduide dieren uit te drukken; zoo b. v. in de namen *Cyprinodon*, *Amphipnous*, *Trematodiscus*, *Onychoteuthis*, *Notacanthus* enz. enz. Deze wijze van naamgeving zoude voorzeker volkomen rationeel zijn en tevens aan het geheugen tegemoet komen, ware het niet, dat het reeds herhaalde malen gebeurd is, dat bij de ontdekking van nieuwe soorten, die blijkbaar volgens al de regelen eener natuurlijke rangschikking in het reeds benoemde geslacht moeten worden opgenomen, de etymologische beteekenis van den naam ophield ook op die nieuwe soorten toepasselijk te zijn, zoodat wel verre dat het geheugen daardoor gebaat werd, het veeleer daardoor op een dwaalspoor werd geleid.

Eene *derde* wijze van naamgeving, namelijk die welke den naam van dezen of genen meer of minder beroemden zooloog van den uitgang *ia* voorziet en zoo tot dien van een dierengroep maakt, is voorzeker zeer onschuldig, en namen als *Cuvieria*, *Audouinia* klinken tevens zeer goed, maar niet alle namen zijn zoo euphonistisch. Zoo b. v. *Agassizia*, *Verneuilina*, *Mac An-*

drewia en andere. Bovendien hecht zich daaraan geenerlei begrip, en alleen de herinnering van verdienstelijke mannen wordt daardoor levendig gehouden. Dit nu is voorzeker op zich zelf volstrekt niet af te keuren, maar, naar ik meen, kan de nagedachtenis van hen, die door hunne ontdekkingen tot uitbreiding der wetenschap hebben bijgedragen, toch nog op waardiger wijze aan de vergetelheid ontrukt worden, dan door hun naam aan die van een zekere groep van dieren te verbinden. De naam van CUVIER zou niet vergeten worden, ook al had PÉRON niet een Holothurien-geslacht en LESUEUR een Medusen-geslacht naar hem benoemd.

Slechts zeer zelden is men, bij het geven van namen, van het eenige mijns inziens ware beginsel uitgegaan, dat namelijk: verwante vormen ook verwante namen behooren te hebben. LINNAEUS had dit werkelijk door zijne binaire nomenclatuur gedaan. Verwante soorten werden onder denzelfden geslachtsnaam vereenigd, en in den naam van het dier was dus reeds zijne verwantschap met andere dieren duidelijk uitgedrukt. Nu echter het getal der geslachten zoo verbazend is toegenomen en reeds verscheidene duizenden bedraagt, schijnt het wenschelijk een stap verder te gaan en verwante geslachten, d. i. die welke te zamen eene familie uitmaken, zoo te benoemen, dat reeds de naam die verwantschap te kennen geeft.

Eenige weinige zoologen hebben dit reeds ingezien en bij het geven van nieuwe namen aan overeenkomstige geslachten ook de overeenkomst dier namen in het oog gehouden. Zoo b. v. zijn de geslachten *Saccomys* en *Otomys* van CUVIER, *Cricetomys*, *Hesperomys*, *Phloeomys* van WATERHOUSE, *Hydromys* en *Acomys* van GEOFFROY, *Drymomys* van TSCHUDI allen leden van de familie der *Murina;* de geslachten *Echinocidaris* DÉSOR, *Acrocidaris* AGASS., *Leiocidaris* DÉS., *Porocidaris* DÉS., *Cidaris* LAM. zijn allen na verwante vormen uit de familien der *Echinidae* en *Cidaridae; Uraster* FORB., *Crenaster* LHUYD, *Solaster* FORB., *Chaetaster* MÜLL. TROSCH., *Coelaster* AGASSIZ, *Oreaster* MÜLL. TROSCH.; *Scytaster* MÜLL. TROSCH., zijn allen Asterien; de geslachten *Ophiocnemis*, *Ophioderma*, *Ophiarachna*, *Ophiolepis*, *Ophiacantha*, *Ophionyx*, *Ophiomastix*, *Ophiomyxa*, *Ophioscolex* van MÜLLER en TROSCHEL, *Ophiolepis*, *Ophiopecten*, *Ophiactis*, *Ophiopholix*,

Ophioblenna van LÜTKEN, *Ophiopeza* en *Ophiarthrum* van PETERS, *Ophiopsila* FORB., *Ophianoplus* SARS, *Ophiurella* AGASS., zijn allen Ophiuren. Men gevoelt dadelijk hoezeer door deze overeenkomst in namen aan het geheugen wordt te gemoet gekomen. Jammer slechts dat men in vele andere gevallen van dit beginsel is afgeweken en er zoo een aantal geslachtsnamen ontstaan zijn, die met andere in klank overeenkomen, zonder daarom naauw verwanten diervormen aan te duiden. Zoo b. v. zijn *Claviaster*, *Dysaster*, *Schizaster*, *Toxaster* van AGASSIZ, *Offaster*, *Hemiaster* van DÉSOR, *Cardiaster* FORB., *Infulaster* HAGENOW geen Asterien, maar Echinoiden; *Ophidiaster* is geene Ophiure maar eene Asterie; *Ophiopsis* FITZ., *Ophiops* MENESTR. zijn Reptilien; *Ophisurus* LAC. en *Ophisurapus* KAUP zijn visschen; *Ophiusa* OCHSENB. is een vlindergeslacht; *Ophiodroma* SARS en *Ophiocephalus* DELLE CHIAJE zijn wormen. En dat men zich ook bedriegen zoude, wanneer men alle dieren, wier geslachtsnamen op *mys* eindigen, voor Murinen hield, blijkt uit de namen van *Pteromys* CUV. en *Arctomys* CUV., waaronder Sciurinen, *Hylomys* MÜLL, waaronder een geslacht uit de orde der Insectivoren en *Stratiomys* GEOFFR., waaronder tweevleugelige insekten verstaan worden.

Hoe nuttig de toepassing van het beginsel is, dat verwante zaken ook verwante namen moeten hebben, is door de scheikundigen reeds lang ingezien. De als uitgangen van namen gebezigde woorden *oxydul*, *oxyd*, *peroxyd* enzv. komen het geheugen krachtig te hulp. Hetzelfde geldt van de uitdrukking der zamenstelling van de ligchamen door formules, die uit eenige weinige letters en cijfers bestaan. Elk weet hoe oneindig gemakkelijker daardoor het overzigt wordt van de lange reeksen van organische verbindingen, terwijl men er zelfs meer en meer aan gewoon raakt die formules in plaats van namen te gebruiken.

Het is gemakkelijk intezien, dat, door in de zoologie en botanie eene min of meer daarmede overeenkomstige nomenclatuur in te voeren, men niet alleen het onthouden van een veel grooter getal van namen mogelijk zoude maken, maar daardoor tevens namen en begrippen met elkander in innige overeenming brengen, zoodat het hooren of zien van een naam ook dadelijk het begrip wekt, waaraan die naam beantwoordt. Begrip-

pen nu zijn in de beschrijvende natuurwetenschappen de sommen van een zeker aantal waarneembare eigenschappen. Met andere woorden, de nomenclatuur moet er op zijn ingerigt, om, bij het hooren of zien van een naam, een beeld van een dier of van een plant voor den geest te doen verrijzen, dat eene zekere som van eigenschappen of kenmerken bezit, die het met andere gemeen heeft of waardoor het zich van andere onderscheidt.

Zulk eene mnemotechnische, op vaste, door allen aangenomen grondslagen berustende nomenclatuur zoude voorzeker eene zeer gewenschte verbetering zijn. Is zij echter uitvoerbaar? En zoo ja, mag men hopen, dat zij allengs algemeen ingang zal vinden? De eerste dezer vragen mag, gelijk uit het vervolg zal blijken, toestemmend beantwoord worden. Wat de tweede aanbelangt, zoo vrees ik wel is waar dat slechts weinigen er toe zullen kunnen besluiten om de oude namen, die zij steeds gebruikt hebben, waaraan zij gewoon zijn geraakt, en die bovendien welligt met hun eigen naam verbonden zijn, waarop zij dus een soort van eigendomsregt hebben, prijs te geven.

Hoe groot de gehechtheid aan eenmaal gegeven namen is, blijkt wel daaruit, dat namen als mercurius dulcis, sublimaat enzv. nog steeds bij velen in gebruik sijn, alhoewel de chemie er reeds sedert lang betere voor in de plaats heeft gesteld. Wanneer ik derhalve het waag voor de zoologie eene nieuwe nomenclatuur voor te stellen, dan maak ik mij volstrekt geene illusie, dat deze ook spoedig algemeenen ingang zal vinden. Toch acht ik het niet ongepast dit te doen, al ware het slechts om de aandacht der zoologen op dit onderwerp te vestigen. Men zie dan ook in hetgeen thans volgt niet anders dan eene eerste poging, om zulk eene hervorming voor te bereiden. Die hervorming, zal zij doel treffen moet een radikale zijn. Men kan er wel naar streven om van de oude namen te behouden wat te behouden is, maar wanneer men vasthoudt aan het reeds meer genoemde hoofdbeginsel eener meer rationeele nomenclatuur, dat namelijk verwante vormen ook verwante namen moeten dragen, dan blijkt al spoedig dat van de oude namen meestal niet anders dan gedeelten in de nieuwe kunnen overgaan, omdat in eene nomenclatuur, die tevens als mnemotechnisch hulpmid-

del moet strekken, *verba sesquipedalia* zooveel mogelijk moeten vermeden worden.

Ook is het mijn plan geenszins reeds nu dit nieuwe stelsel in alle bijzonderheden uittewerken. Ik wensch er hier alleen de grondslagen van te leggen, die welligt zelve nog voor verbetering vatbaar zullen blijken, wanneer ook andere mijner mede-beoefenaars der zoologie er hunne aandacht aan zullen hebben gewijd.

Het hoofddoel dat ik mij voorstel te bereiken is: om, door eene gepaste verbinding van klinkers en medeklinkers, eind-lettergrepen voor de geslachten zamen te stellen, zoodat reeds in den naam van het geslacht de familie, de orde, de klasse en de hoofdafdeeling begrepen zijn, waartoe het geslacht behoort. Men zal zien dat twee zulke eindlettergrepen daartoe volkomen toereikend zijn.

Tamelijk algemeen neemt men tegenwoordig zeven hoofdafdeelingen in het dierenrijk aan. Daaronder zijn er 5, welke als ware hoofdtypen te beschouwen zijn, waarvan men dus met groote waarschijnlijkheid mag aannemen, dat zij als definitief vaststaande kunnen worden beschouwd. Evenzoo heeft men in alle talen 5 enkelvoudige klinkletters. Elk daarvan kan derhalve aan eene der bedoelde hoofdafdeelingen worden toegewezen, in dier voege, dat die letter den klank in elk der beide lettergrepen vormt. Tevens kan dan de geheele afdeeling daarnaar benoemd worden door den uitgang *res* met de letters te verbinden.

Gesteld dat b. v. *a* de klinkletter is, die aan de *Vertebrata* wordt toegewezen, dan worden deze *Ares*.

Ik zoude voorstellen de verschillende klinkletters op de volgende wijze te verdeelen.

Vertebrata	*a*	*Ares.*
Arthrozoa	*e*	*Eres.*
Mollusca	*i*	*Ires.*
Echinodermata	*o*	*Ores.*
Coelenterata	*u*	*Ures.*

Voor de beide nog overige, minder typische hoofdafdeelingen, de *Vermes* en de *Protozoa*, kan men voor elk een tweeklank

kiezen *), Het eenvoudigst komt mij voor, daartoe de hoogduitsche *ö* en *ü* te nemen, mits men zich dan gewenne de aan de Coelenteraten toegewezen *u* als ons *oe* of het fransche *ou* uit te spreken.

Men ziet dadelijk in, dat het reeds een groot gemak zoude opleveren, wanneer men door den klank van eenen geslachtsnaam ook onderrigt werd aangaande de hoofdafdeeling waartoe het geslacht behoort. Maar even gemakkelijk laat zich ook de klasse aanduiden. Dit kan geschieden door voor den klinker een daartoe gekozen medeklinker te plaatsen. Hierbij moet echter met eenig overleg worden te werk gegaan.

Het getal der klassen in de verschillende hoofdafdeelingen is niet groot. Het bedraagt 4 in die der *Vertebrata*, 3 in die der *Arthrozoa*, 2 in die der *Vermes*, 8 in die der *Mollusca*, 4 in die der *Echinodermata*, 3 in die der *Coelenterata*, en 6 in die der *Protozoa*. Het grootste getal der medeklinkers, welke derhalve tot aanduiding der klasse benoodigd zijn, bedraagt 8, meestal minder. Men kan dus uit de medeklinkers diegenen kiezen, welke in uitspraak het meest van elkander verschillen. Het is toch duidelijk, dat het bij namen, die niet enkel bestemd zijn om geschreven maar ook om uitgesproken te worden, wenschelijk is bij voorkeur geen letters te gebruiken, waarvan de uitspraak groote overeenkomst heeft. Zoo b. v. de *b* en de *p*, de *f* en de *v*, de *g* en de *ch*, de *d* en de *t*, de *m* en de *n*.

Hier komt echter nog iets anders bij. Door eene goede keuze der medeklinkers ontstaat tevens de gelegenheid van deze met eenen tweeden medeklinker te verbinden en dien laatsten te gebruiken tot aanduiding der onderklasse. Niet alle klassen zijn evenwel in onderklassen verdeeld, en waar dit wel het geval is, verschilt het aantal daarvan van 2 tot 6. Waar dit aantal het grootst is, zal men derhalve ter aanduiding der klasse dien medeklinker kiezen, welke het grootste aantal verbindingen met eenen tweeden medeklinker toelaat.

Als dubbele medeklinkers, die in elke taal beschikbaar zijn,

*) Het gebruik der *y* schijnt minder raadzaam, omdat deze wel als schriftteeken maar niet als klank van de lange *i* onderscheiden is.

om aan het begin van een lettergreep geplaatst te worden, kan men de volgende optellen:

bl, br;
cl, cm, cn, cr, cs;
chl, chm, chn, chr;
dl, dr;
fl, fr, fn;
gl, gm, gn, gr;
pl, pn, pr, ps;
sl, sm, sn, sp, sch, schl, schr;
tl, tr, ts;
vl, vr.

Men heeft dus de keus tusschen 10 medeklinkers tot aanduiding der klasse en onderklasse, d. i. meer dan genoeg om aan bovengestelde eischen te voldoen. Helderen wij dit wederom door een voorbceld op.

Kiezen wij voor de

Mammalia	*p.*
Aves	*c.*
Reptilia	*f.*
Pisces	*s.*

De namen, waarmede men deze klassen aanduiden kan, worden dan *Pares*, *Cares*, *Fares*, en *Sares*.

Alleen de klasse der vogels vormt een zoo gesloten geheel, dat men haar niet gevoegelijk in onderklassen splitsen kan. Hunne geslachtsnamen eindigen derhalve alle op *ca*. Op onderstaande wijze kunnen nu in de drie andere klassen de onderklassen door eindlettergrepen worden aangeduid, en tevens daarnaar benoemd.

Mammalia, Pares.

Placentalia	*pla*	*Plares*
Didelphia	*pra*	*Prares*
Erpetodelphia	*psa*	*Psares*

Reptilia, Fares.

Monopnoa	*fla*	*Flares*
Dipnoa	*fra*	*Frares*

Pisces, Sares.

Dipnoi	*sla*	*Slares*
Teleostei	*spa*	*Spares*
Ganoidei	*sma*	*Smares*
Selachii	*scha*	*Schares*
Cyclostomi	*schla*	*Schlares*
Leptocardii	*schra*	*Schrares.*

Terwijl aldus in de eindlettergreep de hoofdafdeeling, de klasse en de onderklasse worden begrepen, kan een tweede daarvoor geplaatste lettergreep dienstbaar worden gemaakt aan de aanduiding van de orde en de familie. Wenschelijk komt het mij voor daarin dezelfde klinkletter te behouden als in de laatste lettergreep en wederom alleen verschillende medeklinkers te gebruiken, die tot aanwijzing der orde achter en tot aanwijzing der familie vóór de klinkletter geplaatst worden.

Het getal der orden in eene klasse wisselt tusschen 1 en 17. Waar de klasse niet in orden verdeeld is, daar bestaat geene reden om achter de klinkletter der voorste lettergreep nog een medeklinker te plaatsen. Het grootste getal der orden komt voor in de klasse der zoogdieren. Het zal derhalve voldoende zijn, om dezen als voorbeeld te gebruiken. Bij het kiezen der medeklinkers schijnt het raadzaam die orden, welke het grootste aantal geslachten en familiën tellen, door zulke medeklinkers aan te duiden, die in de uitspraak zich het scherpst van andere laten onderscheiden. Dit is in de volgende lijst in acht genomen, waarin de beide lettergrepen, behalve de hoofdafdeeling, de klasse en de onderklasse, nu ook de orde aanwijzen, en waarbij tevens de namen der orden gevoegd zijn.

Placentalia, Plares.

Bimana	*ampla*	*Amplares*
Quadrumana	*acpla*	*Acplares*
Dermoptera	*achpla*	*Achplares*
Carnivora	*aspla*	*Asplares*
Ruminantia	*afpla*	*Afplares*
Pachydermata	*atpla*	*Atplares*
Sirenia	*angpla*	*Angplares*

Cetacea	*appla*	*Applares*
Chiroptera	*axpla*	*Axplares*
Insectivora	*alpla*	*Alplares*
Rodentia	*arpla*	*Arplares*
Edentata	*altpla*	*Altplares*

Didelphia, Prares.

Sarcophaga	*arspra*	*Arsprares*
Syndactylina	*afspra*	*Afsprares*
Pedimana	*atspra*	*Atsprares*
Glirina	*alspra*	*Alsprares*

Erpetodelphia, Psares.

Monotremata	*apsa*	*Apsares.*

Wat de familiën betreft, zoo bedraagt haar grootste aantal in eene orde 36, namelijk in de orde der *Gasteropoda prosobranchia.* Hier en elders, waar het getal te groot is, moet men derhalve ook zijne toevlugt nemen tot dubbele medeklinkers, daar de enkelvoudige niet toereikend zijn. Voor verreweg de meeste orden is dit echter wel het geval. Ook hier zal men wel doen met voor de vormenrijkste familiën ook die medeklinkers te bezigen, welke het scherpst en duidelijkst klinken.

Kiezen wij als voorbeeld de orde der *Rodentia*, welke 11 familiën bevat.

Rodentia, Arplares.

Sciurina	*larpla*	*Larplares*
Castorina	*carpla*	*Carplares*
Arvicolina	*sarpla*	*Sarplares*
Murina	*rarpla*	*Rarplares*
Georychina	*farpla*	*Farplares*
Dipodia	*marpla*	*Marplares*
Muriformia	*tarpla*	*Tarplares*
Hystricina	*harpla*	*Harplares*
Cavina	*parpla*	*Parplares*
Eryomyina	*charpla*	*Charplares*
Leporina	*darpla*	*Darplares.*

In het geheel heeft men 47 enkelvoudige en dubbele medeklinkers ter beschikking om vóór de eerste of tweede lettergreep geplaatst te worden, en 34 die de eerste kunnen sluiten. Alle mogelijke combinatiën te zamen bedragen dus 47 × 47 × 34 d. i. 75106 of even zoo vele tweelettergrepige woorden, met steeds gelijke klinkletters, en meer dan een half millioen, wanneer de zeven bovengenoemde klinkletters elk voor zich op gezegde wijze met de medeklinkers verbonden worden.

Men ziet dat de voorraad groot genoeg is, om daaraan uitgangen voor geslachtsnamen te ontleenen, zelfs wanneer de zucht tot het vormen van nieuwe geslachten nog merkelijk mogt toenemen. Het gevolgde stelsel brengt echter mede dat die voorraad van zelf eene meer beperkte is, omdat het getal der klassen, onderklassen en orden steeds kleiner is dan het getal der werkelijk beschikbare medeklinkers Toch is het nog veel grooter dan noodig is. Voor de zoogdieren, met 3 onderklassen en 17 orden bedraagt het 3 × 17 × 47 of 2397, d. i. ruim 38 maal het getal (62) der familiën, die benoemd moeten worden.

De geslachtsnamen eindelijk kunnen op gelijke wijze worden gevormd door vóór de beide lettergrepen nog eene derde te plaatsen. Zij kan uit eene enkele of dubbele klinkletter of wel uit deze in verband met een enkelvoudigen of dubbelen medeklinker bestaaan. Behalve de 7 boven reeds genoemde klinkers, heeft men nog: *au*, *ui*, *ou*, *ai*, *ei*, *ea*, *ae*, *ia*, *iu*, *io*, *ea*, *y*, derhalve in het geheel 19 door verschillende schriftteekens aangeduide klanken. Door deze letters op zich zelve of verbonden met een medeklinker te gebruiken, verkrijgt men 19 × 47 × 19 d. i. 927 verschillende lettergrepen, die tot onderscheiding der geslachten kunnen dienen. Met uitzondering welligt van enkele insektenfamilien (b. v. de *Curculionides*, de *Cerambycidae*) behoeven de geslachtsnamen derhalve nimmer uit meer dan drie lettergrepen te bestaan, en zeer zamengestelde woorden, gelijk er onder de thans in gebruik zijnde geslachtsnamen voorkomen, als b. v. *Marsupiocrinites*, *Pseudo-hypophthalmus*, *Acanthochiasma*, *Diaphanocephalus* enz., kunnen geheel vermeden worden.

Intusschen zoude het zijne nuttige zijde hebben, indien men de oude geslachtsnamen geheel of gedeeltelijk in de nieuwe com-

binatiën kon opnemen, mits dat het getal der lettergrepen daardoor niet boven drie of hoogstens vier klimt. Helderen wij dit wederom door een voorbeeld op. De uitgang *larpla* duidt onder de *Rodentia* of *Arplares* alle *Sciurina* aan. Nu kunnen de geslachten *Sciurus, Pteromys, Spermophilus, Arctomys, Tamias, Myoxus* de namen ontvangen van: *Sciularpla, Pterolarpla, Spermolarpla, Arctolarpla, Tamilarpla, Myolarpla.* Van andere namen daarentegen, zooals: *Anomalurus, Eliomys, Muscardinus,* laat zich moeijelijker een gedeelte met denzelfden uitgang verbinden, zonder tot vijf lettergrepen te klimmen, en dan doet men, naar het mij voorkomt, beter met deze door nieuwe geslachtsnamen te vervangen, b. v. door: *Alarpla, Elarpla, Mularpla*, waarin alleen de beginletters behouden zijn.

Het gezegde zal, vertrouw ik, voldoende zijn, tot toelichting van het voorgestelde plan van nomenclatuur en tevens om te doen zien dat het werkelijk uitvoerbaar is. Er zijn echter daartegen nog eenige bezwaren, waarover ik ten slotte nog een woord zal zeggen, om te trachten ook deze uit den weg te ruimen.

Vooreerst zoude men bezwaar kunnen hebben tegen het eindigen van alle geslachtsnamen met een klinkletter. Tot dusverre is alleen de *a* als zoodanig in menigvuldig gebruik, en voor de *Vertebrata* of *Ares* bestaat er dan ook geene reden, waarom men niet alle geslachtsnamen met die letter zoude laten eindigen. Hoewel zeldzamer, komen toch ook de *e* en de *o* op het einde van geslachtsnamen voor, b. v. de eerste in *Hapale, Penelope, Alcyone, Mene, Clepsine, Eunice* enzv., de tweede in *Homo, Gulo, Carbo, Salmo, Aspredo, Loligo, Curculio,* enzv. Men zoude dus ook deze letters als slotletters kunnen gebruiken, zonder al te veel tegen het gebruik te zondigen. Anders is het echter met de klinkletters *i, u, ö, ü*, die tot aanduiding der overige hoofdafdeelingen zijn voorgesteld. Deze komen tot dusverre bij geslachtsnamen nergens als slotletters voor. Om zich derhalve hierin eenigermate naar het bestaande gebruik te schikken, kan men er een *s* achter plaatsen, en zoo worden dan de uitgangen *is, us, ös* en *üs*. Ook voor de *e* schijnt dan zulk eene bijvoeging geraden, tenzij men zich gewenne haar altijd als eene scherpe *é* uit te spreken en ook als zoodanig te schrijven.

Eene tweede bedenking zoude welligt geopperd kunnen worden tegen het te geringe verschil in klank der eindlettergrepen, waardoor men voor verwarring van namen te vreezen zoude hebben. Ik geloof echter dat die vrees ongegrond is. De scheikundigen drukken door C, H, O en N en de achter elke letter gevoegde cijfers de zammenstelling uit van tallooze stoffen, zonder dat hij, die zijne aandacht daarop behoorlijk vestigt, gevaar loopt door die zeer op elkander gelijkende formules in de war te worden gebragt; en zoo zouden, naar ik meen, ook de zoologen, indien eenmaal dit of een ander algemeen stelsel van nomenclatuur was ingevoerd, van die overeenkomst der tot lettergrepen verbonden letters, die als het ware de formules der diervormen zijn, geene verwarring te vreezen hebben. Overigens behoeft men slechts een alphabetisch register van geslachtsnamen in te zien om te bespeuren dat er reeds nu zeer vele onder zijn, die weinig van elkander verschillen. Alleenlijk duiden deze dan geheel van elkander verschillende diervormen aan en maken dus de misleiding nog veel grooter.

In de derde plaats kan tegen de voorgestelde nieuwe namen worden aangevoerd, dat zij weinig welluidend klinken. Gaarne erken ik dat de harde medeklinkers, die men juist met opzet kiezen zal om het verschil in klank duidelijk te doen uitkomen, ook aan de namen iets hards en scherps geven. Het komt mij echter voor dat, hoewel de euphonie ook hare regten heeft, zij toch bij eene wetenschappelijke nomenclatuur niet in de eerste plaats in aanmerking komt Overigens kan men, door niet meer dan volstrekt noodzakelijk is, van dubbele en vooral van al te scherpe medeklinkers gebruik te maken, daaraan te gemoet komen. In verreweg de meeste gevallen zijn onderklassen overbodig, zoodat men, in plaats van een dubbelen medeklinker vóór de tweede lettergreep, eenen enkelen kan gebruiken, en zelfs zoude men, zonder inbreuk te maken op het stelsel, dit in alle gevallen kunnen doen en zoo b. v. de namen van alle zoogdierengeslachten op *pa* laten eindigen, omdat het verschil reeds genoegzaam door de eindletters der eerste lettergreep, die de orde aanwijzen, is uitgedrukt. Voor het gemak en de meerdere duidelijkheid zoude ik echter de drie voorgestelde eindlettergrepen *pla*, *pra* en *psa* wenschen te behouden.

Veel gewigtiger is een derde bezwaar, zoo gewigtig zelfs dat daarop waarschijnlijk de invoering zoowel van deze als van elke andere stelselmatige nomenclatuur nog lang zoo niet altijd zal afstuiten. Ik bedoel de omstandigheid dat de stelselmatige rangschikking zelve, waarvan de nomenclatuur de zigt- en hoorbare uitdrukking moet zijn, geenszins vaststaat en vermoedelijk wel nooit vaststaan zal, omdat men bij de rangschikking altijd van verschillende gezigtspunten kan uitgaan en er geen enkele rangschikking zelfs mogelijk is, die niet in sommige opzigten althans door eene andere overtroffen wordt. Het zal wel ter naauwernood behoeven gezegd te worden dat ik, omdat ik, bij de toepassing van het nieuwe stelsel van nomenclatuur, mij aan de in mijn Leerboek gevolgde rangschikking gehouden heb, deze toch geenszins als onverbeterlijk beschouw. Ik geloof integendeel dat elke rangschikking en dus ook deze hare goede en hare zwakke zijden heeft, en dat dit wel altijd zoo blijven zal. Indien men de invoering van een meer rationeel stelsel van nomenclatuur wilde uitstellen tot aan het tijdstip, waarop alle zoologen het eens zullen zijn aangaande de begrenzing en het getal der klassen, orden en familiën, dan zoude men die invoering *ad calendas graecas* moeten verschuiven. Het voorbeeld der scheikundigen leert ook hier, dat er, bij behoud der algemeene beginselen, toch eene zekere mate van vrijheid kan blijven bestaan, die wijzigingen veroorlooft, wanneer deze blijken noodzakelijk te zijn geworden. Eene nomenclatuur, waardoor de wetenschap binnen een vast keurslijf wordt geperst, dat hare verdere vrije ontwikkeling belemmert, zoude zonder twijfel schadelijk zijn. Maar het vroeger gezegde aangaande de ruime keus uit de talrijke mogelijke combinatiën, waarover men te beschikken heeft, doet zien dat men daarvoor niet te vreezen heeft, en dat men integendeel bij veranderde aanschouwingen, ten gevolge van nieuwe ontdekkingen, zeer gemakkelijk de namen dienovereenkomstig wijzigen kan.

OVER DEN
WEDERSTAND VAN IJS TEGEN VERBRIJZELING

DOOR

G. VAN DIESEN.

Medegedeeld in de gewone vergadering van 28 Januarij 1871.

Bij de berekening der stabiliteit van een brugpijler deed zich de behoefte gevoelen aan kennis van den wederstand, dien ijs kan bieden tegen verbrijzeling.

Ten einde daarvan iets te weten te komen, liet ik in Januarij 1864 te Kuilenburg op teerlingen en prisma's ijs proeven nemen, terwijl het vroor, en dus het ijs ondersteld kon worden de grootste hardheid te bezitten *).

Die proeven zijn genomen den 7[de] en den 8[ste] der genoemde maand door den ingenieur J. H. L. A. ZIEGENHIRT VON ROSENTHAL, destijds werkzaam bij den aanleg der Staatsspoorwegen, thans leeraar aan de Rijks hoogere burgerschool te Zalt-bommel.

Daar de kennis van den bij die proeven bevonden wederstand, waarvan, zoover mij bekend is, tot nog toe geene opgaven bestaan, ook voor andere doeleinden welligt van eenig nut kan zijn, heb ik gemeend mij eene korte mededeeling van de uitkomst te mogen veroorloven

Het ijs, dat voor de proeven werd gebezigd, was volkomen gaaf rivierijs, zonder inwendige scheuren en volmaakt doorschijnend. Uit dat ijs werden de stukken, die aan de drukking moesten worden onderworpen, gezaagd.

Men lette naauwkeurig op het kiezen van blokjes, die scherpe niet afgebrokkelde kanten hadden.

---

*) Op Sonnenburg was de temperatuur in graden van CELSIUS:

	v.m. 8 u.	n.m. 2 u.	's av. 10 u.	max.	min.
7 Januarij 1864	— 10	— 3.0	— 8.3	— 2 9	— 10.6
8 " "	— 10.6	— 2.8	— 3.2	— 2.0	— 10.8

Den vijfden was het iets kouder. De temperatuur te Maastricht kwam op tiende deelen na overeen met die te Utrecht.

Het te beproeven blokje ijs werd tusschen twee stukken hardsteen geplaatst en, door het aanbrengen van gewigten in een houten bak op het bovenste stuk, toenemend gedrukt. De toeneming van druk had plaats met 20 tot 30 kg.

De rigting der drukking was bij allen dezelfde en wel loodregt op het vlak, dat evenwijdig had geloopen aan den waterspiegel.

Het gewigt van 10 kg. van den steen is in de opgegeven belasting begrepen.

Acht teerlingen en prisma's zijn op die wijze aan de drukking onderworpen geworden, die in onderstaande tabel tegelijk met de afmetingen der stukken wordt opgegeven.

Volgnummer.	Afmetingen.				Belasting.		Aanmerkingen.
	Lengte.	Breedte.	Hoogte of dikte.	Grondvlak aan de belasting onderworpen.	In het geheel.	Op den vierkanten Decim. van het grondvlak.	
	M.	M.	M.	dM².	K.G.	K.G.	
1	0.10	0.10	0.10	1	494.5	494 5	
2	0.10	0.10	0.10	1	506.5	506.5	
3	0.28	0.15	0.10	4.2	1948	464.	Van des namiddags vier tot den volgenden morgen tien uur bleef het prisma onder de belasting volkomen gaaf en ongeschonden, zonder barsten en zonder verlies van doorschijnendheid. De belasting werd niet voortgezet.
4	0.05	0.05	0.05	0.25	153	612	
5	0.10	0.10	0.10	1	521	521	
6	0.125	0.125	0.10	1.56	852	546	
7	0.125	0.125	0.05	1.56	1145	735	
8	0.10	0.10	0.05	1	721	721	

Behalve bij proef N°. 3 had bij al de proeven verbrijzeling plaats van het ijs onder de drukking voortgebragt door de bovenstaande belasting.

Uit de waarnemingen blijkt dat ijs goed kan weerstaan een drukking van 464 KG. per dM²; dat het ook aan grootere drukkingen wederstand kan bieden, daar zelfs bij een der proeven eerst verbrijzeling intrad onder een drukking van 735 KG. per dM²; dat bij deze en bij de proef N°. 8, die een wederstand van 721 KG. vertoonde, de dikte geringer was dan bij de meeste andere proeven en ook geringer dan de andere afmetingen.

Een zuil van ijs zal dus welligt den vertikalen druk niet kunnen weerstaan, die bij de proeven N°. 7 en 8 is waargenomen.

Hieruit zou dan de gevolgtrekking kunnen worden gemaakt, dat ijs steil opgestapeld b. v. tot een ijsberg geen grootere hoogte zou kunnen bereiken dan van $\frac{785}{0.94}$ dM. dat is van 78 M.; het spec. gewigt van ijs aannemende op 0.94.

Bij grooter hoogte zou de voet door de drukking van het ijs zelf worden verbrijzeld.

Het is zeer mogelijk en zelfs waarschijnlijk dat in werkelijkheid de wederstand van ijs meer bedraagt dan die, welke bij de proeven werd gevonden, aangezien allerlei omstandigheden bij de proeven de verbrijzeling kunnen bespoedigd hebben, zoo als de onvermijdelijke ongelijkmatigheid van drukking, de geringe grootte der stukken waartoe men zich moest beperken en de beschadiging, die door de uitzaging reeds aan de beproefde stukken kan zijn toegebragt.

De medegedeelde proeven waren voldoende om tot de destijds gewenschte kennis te komen.

Eene herhaling der proeven op meer uitgebreiden voet is aan te bevelen; daarbij zou ook de wederstand tegen drukking in eene andere rigting, b. v. evenwijdig aan het vlak van bevriezing kunnen worden onderzocht.

BIJVOEGSEL.

Spoediger dan ik verwachtte, na mededeeling van het vorenstaande, kwam ik in het bezit van nieuwe opgaven omtrent den weerstand van ijs, ontleend aan proeven, genomen te 's Bosch in de eerste dagen van Februarij van dit jaar. Die proeven werden genomen met een hefboomtoestel, waarmede sterker druk kon worden uitgeoefend dau met de inrigting van 1864 en waarmede langzame vermeerdering van kracht zonder verandering der plaats van de resultante der drukking kon geschieden.

Deze gunstige omstandigheid is zeker de oorzaak van de bij deze proeven verkregen uitkomst, die veel grooter wederstand van het ijs aangeeft dan bij de eerste proevem werd verkregen.

Door de zwaarte van den hefboom, die tot verbrijzeling van harde bouwstoffen was ingerigt, bezweken echter vele teerlingen, die tot vergelijking bij voorkeur van 10 cM zijde werden genomen, reeds onder den druk van den hefboom zelf, zoodat daarvan de juiste weerstand niet bekend werd. De waargenomen sterkte van de overige schijnt dus wel als een maximum te kunnen worden beschouwd.

Opmerkelijk is het, dat, niettegenstaande het uiteenloopen van de uitkomsten, ten aanzien van één zaak deze proeven altijd in denzelfden zin verschil aanduiden. Zij geven namelijk een grooteren wederstand te kennen tegen eene kracht loodregt op het bevriezingsvlak dan tegen eene daarmede evenwijdig.

Het verslag van den ingenieur Jhr. E. J. DE SAVORNIN LOHMAN, die deze proeven bestuurde, volgt hier in zijn geheel.

UITKOMST VAN DE PROEVEN OP IJS, GENOMEN TE 'S BOSCH IN FEBRUARIJ 1871.

De proeven zijn gedaan met het werktuig dat gediend heeft voor het beproeven van ijzer enz. te Kuilenburg.

De gewigtsbak is niet gebruikt; de gewigten zijn aan het eind der balans gehangen; de afstand der messen was 30 cM.

Het ijs is in teerlingvormen gezaagd en deze zijn gedrukt ten deele in de rigting loodregt op het watervlak, d. i. op hun plat, ten deele in de rigting evenwijdig aan het watervlak of op hun kant.

Proeven op 4 en 5 Februarij.

Het ijs had een dikte van 28 cM en daaruit zijn teerlingen van 20 cM^3 gezaagd.

Er werd geen aanteekening van de temperatuur gehouden; het was dooiweer.

Teerlingen op hun plat.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K G.	Geheele druk in K.G. op het ijs.	Druk in K.G. per dM^2.
1	209	4999	1250
2	242	5444	1361
3	284	6009	1502
4	264	5740	1435
5	270	5820	1455
		Gemiddeld	1401

Teerlingen op hun kant.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K G.	Geheele druk in K.G. op het ijs.	Druk in K.G. per dM^2.
6	105	3599.5	900
7	224	5201	1300
8	259	5672	1418
9	259	5672	1418
10	180	4609	1152
		Gemiddeld	1238

Proeven op 9 en 10 Februarij.

De teerlingen hadden slechts 10 cM zijde; de bedoeling daarvan was, den invloed van de grootte der afmetingen na te gaan. Door de dooi was het ijs zooveel verminderd, dat veel grootere teerlingen dan van 10 cM^3 van gaaf ijs er moeijelijk uit konden gezaagd worden.

Proeven op 9 *Februarij, bij eene temperatuur van* 33° F. *van het ijs en* 40° id. *in de lucht.*

Teerlingen op hun plat.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K.G.	Druk in K.G. per dM².
11	175	4542
12	125	3869
13	50	2859
14	125	3869
15	160	4340
	Gemiddeld	3896

Teerlingen op hun kant.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K.G.	Druk in K.G. per dM².
16	100	3532
17	100	3532
18	125	3869
19	75	3196
20	100	3532
	Gemiddeld	3532

Proeven op 10 *Februarij, bij een temperatuur van* 24° F. *van het ijs en* 23° id. *in de lucht.*

Teerlingen op hun plat.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K.G.	Druk in K.G. per dM².
21	185	4676
22	150	4205
23	100	3532
24	100	3532
25	50	2859
	Gemiddeld	3761

Teerlingen op hun kant.

N°.	Gewigt aan het einde der balans. K.G.	Druk in K.G. per dM².
26	100	3532
27	80	3263
28	75	3196
29	65	3161
30	50	2859
	Gemiddeld	3202

De temperatuur van het ijs werd waargenomen door den thermometer te plaatsen in de stukken ijs, die bij het uitzagen van de teerlingen overbleven.

De temperatuur in de lucht was die in de open locomotievenloods, waarin de proeven genomen zijn.

Dat de teerlingen van 10 cM³ zooveel meer per dM² droegen dan die van 20 cM³ is waarschijnlijk behalve aan hun mindere hoogte daaraan toe te schrijven, dat van de teerlingen van 20 cM³ het buitenste ijs ten gevolge van den dooi lang zooveel weêrstand niet bood als het binnenste.

Uit de proeven op 9 en 10 Februarij schijnt te volgen dat het ijs bij dooiweder eenigzins sterker is dan bij vorst; bij vorst springen de deeltjes eer uit elkander.

Behalve de opgegeven proeven waren er ruim 30 teerlingen van 10 cM³ die bij het neêrlaten der balans verbrijzeld zijn geworden, zoodat hun weêrstand minder moet geweest zijn dan 2186 K.G , welken druk de balans zelf er op uitoefende.

De adjunct ingenieur,

E. J. DE SAVORNIN LOHMAN.

OVER DE TEMPERATUURSBEPALINGEN

IN REGNAULT'S ONDERZOEK

VAN DE

SPANNINGEN VAN WATERDAMP.

DOOR

J. BOSSCHA, Jr.

Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 25 Febr. 1871.

De classieke arbeid van REGNAULT: *des Forces élastiques de la vapeur d'eau aux différentes températures*, heeft aanleiding gegeven tot pogingen van verschillende natuurkundigen om eene formule te vinden, die zoo nauwkeurig mogelijk de wet uitdrukt, volgens welke de spanning van verzadigden stoom met de temperatuur verandert. REGNAULT zelf heeft uit zijne waarnemingen zulk eene formule afgeleid en verschillende tafels gegeven, waarin de spanningen van den waterdamp bij onderscheidene temperaturen, berekend volgens de door hem aangenomene wet, zijn opgeteekend. Maar ten aanzien van de bepaling der constanten, welke in die formule voorkomen, en van de waarde der tafels als de nauwkeurige uitdrukking van de uitkomsten der proeven, gelden nagenoeg dezelfde opmerkingen, die ik in een vorig opstel *) over de uitzetting van kwik maakte. De gegevens, waarop de formule berust, zijn ontleend aan vijf punten van eene uit de hand getrokkene kromme lijn, die zooveel mogelijk overeenkomstig de waarnemingen de betrekking voorstelt van de als ordinaten voorgestelde spanningen

*) Over de ware uitzetting van kwikzilver volgens de waarnemingen van REGNAULT, *Verslagen en Mededeelingen*, Afdeeling Natuurkunde. 2de Reeks. Deel IV.

tot de temperaturen als abscissen. Slechts enkele waarnemingen bij weinig verschillende temperaturen hebben invloed gehad op de plaats dier punten, een invloed, waarvan het bedrag wegens het willekeurige, dat eene uit de hand getrokkene kromme lijn bezit, niet juist is te bepalen. Eene vergelijking van de uitkomsten der waarneming bij elke temperatuur met de spanning, welke volgens de formule van REGNAULT bij die temperatuur moet plaats vinden, ware om die reden zeer wenschelijk. De verhandeling van REGNAULT geeft daaromtrent echter weinig licht. De lezer wordt verwezen naar een der platen (planche VIII) waarop de kromme lijn, welke door de formule wordt voorgesteld, is afgebeeld en waarop de punten, welke de gegevens der waarnemingen opleveren, werden aangeteekend met behulp van een micrometrischen toestel, die veroorloofde bij deze plaatsbepaling eene nauwkeurigheid van meer dan $^1/_{100}$ millim. te bereiken. Om te beoordeelen, of de waarnemingspunten met voldoende nauwkeurigheid zich bij de kromme lijn aansluiten, wordt dus een buitengewoon scherp onderzoek van plaat VIII vereischt, dat dan nog niet eens volledig is, want slechts ongeveer een derde der waarnemingen is op de plaat voorgesteld.

REGNAULT merkt zelf omtrent de overeenstemming van waarneming en berekening het volgende aan (p 580):

„Si l'on fait passer une courbe par tous les points obtenus dans *une même série d'expériences*, on reconnaît, à sa continuité parfaite, que les erreurs accidentelles des observations ne peuvent être qu'extrêmement petites. Mais si l'on exécute la même construction sur *les diverses séries d'expériences* qui ont été faites dans la même région de température, on remarque que ces courbes se superposent rarement d'une manière absolue; le plus souvent elles sont séparées sensiblement, quoique toujours d'une quantité extrêmement petite. Cette circonstance annonce l'existence de très-petites erreurs constantes, qu'il est impossible d'éviter complètement, parce qu'elles sont produites par les variations des points fixes des thermomètres et ces variations surviennent pendant le cours même des expériences."

De natuurkundigen, die andere formulen voor de spanning van waterdamp voorstelden, hebben zich meestal vergenoegd met de overeenstemming aan te toonen tusschen hunne formule

en de tafels van REGNAULT, welke aldus door hen als de nauwkeurigste uitdrukking van de spanningswet worden aangemerkt. Voor zoover mij bekend is, heeft slechts één schrijver een anderen weg ingeslagen. In de *Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig*, vindt men eene verhandeling van Dr. F. KESSLER, waarin de verschillende formulen regtstreeks bij de waarnemingen van REGNAULT worden vergeleken. De heer KESSLER heeft den arbeid ondernomen, voor elke door REGNAULT waargenomen temperatuur, door interpolatie uit de hierboven vermelde tafels, de spanning van den stoom te berekenen en die te vergelijken bij de werkelijk waargenomene. De verkregen verschillen tusschen waargenomen en berekende spanning werden tot temperatuursverschillen herleid en als ordinaten op eene volgens opklimmende temperaturen verdeelde abscissenas in teekening gebracht. Daar voor elk tiende deel van een graad de ordinaten eene lengte van twee centimeter hebben, kan men zonder moeite het algemeen beloop van de afwijkingen der waarnemingen volgen, en zoo blijkt dan, dat niet alleen de verschillen van elke serie ten opzichte van andere seriën, gelijk reeds REGNAULT opmerkte, min of meer eenzijdig zijn, maar dat ook, hetgeen REGNAULT niet vermoedde, in de gemiddelde afwijking van waarneming en berekening een regelmatige gang bestaat, die aantoont dat REGNAULT's formule onvoldoende is. De Heer KESSLER heeft eene nieuwe formule berekend, die met zeer groote nauwkeurigheid aan de waarnemingen voldoet.

Sedert dien tijd is echter gebleken, dat de waarnemingen van REGNAULT eene verbetering behoeven, wegens de verwaarloosde afwijking van den kwikthermometer en den luchtthermometer tusschen 0° en 100°. Over het vermoedelijk bedrag dezer verbetering voor de kwikthermometers, in deze onderzoekingen gebruikt, heb ik reeds in een ander opstel *) ter loops gehandeld. Een opzettelijk onderzoek heeft mij thans tot eenige gevolgtrekkingen geleid, welke mij niet zonder belang schijnen.

In de drie reeksen van waarnemingen x, y en z door RE-

*) *Note concernant les observations* de Mr. REGNAULT sur la lettre adressée à *l'Académie des Sciences de l'Institut de France. Archives Néerlandaises*. T. IV.

GNAULT met zijnen grooten toestel bij hooge temperaturen volbracht, werden ter bepaling van de temperatuur van den stoom tegelijkertijd de luchtthermometer en twee kwikthermometers n°. 0 en n°. 10 waargenomen. De aanwijzingen van de kwikthermometers hebben echter tot niets anders gediend dan tot het berekenen van een formule en het afteekenen eener kromme lijn, welke de spanning van den stoom uitdrukken in functie van de temperatuur door deze werktuigen aangeduid. Hieromtrent merkt echter REGNAULT terecht op: „Cette formule a moins d'importance que la précédente; elle n'est utile que pour relier entre elles les observations que j'ai faites par rapport à ce thermomètre; mais elle ne peut avoir aucune valeur absolue, car un observateur ne sera jamais certain que son thermomètre à mercure s'accorde rigoureusement avec ceux qui ont servi dans mes expériences."

De algemeen aangenomene uitkomsten van REGNAULT berusten dus enkel op de waarnemingen van den luchtthermometer. Maar men overtuigt zich gemakkelijk, dat alle waarnemingen met dit werktuig volbracht in elke serie weder afhankelijk zijn van eene enkele meting, te weten: de bepaling van het vaste punt van den luchtthermometer. De spanning, die de lucht in dit werktuig bij de temperatuur van kokend water bezit, wordt als standvastige reductiefactor voor alle andere waarnemingen derzelfde serie gebezigd. Het bedrag dier spanning wordt bepaald door de hoogte van den barometer en die van den manometer. Op bladz. 69 *) van zijne verhandeling over de uitzetting van gassen zegt REGNAULT: „Je ne crains pas d'exagérer en posant en fait, qu'on ne peut par répondre d'une mesure barométrique à plus de $^1/_{10}$ de millimètre, quelque perfectionnés que soient d'ailleurs les appareils de mesure." Hetzelfde zal wel toepasselijk zijn op de metingen van de manometerhoogte, waarbij men met dezelfde moeielijkheden te kampen heeft. Nu staat een fout in de waargenomen spanning van 0,25 mm. reeds gelijk met eene fout van 0°,1 in temperatuur, welke op de hoogere temperaturen nog eenigszins vergroot overgaat. Er kunnen dus allicht tusschen de waarnemingen van de onderscheidene seriën nagenoeg standvastige verschillen be-

*) *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.* Tome XXI.

staan, die tot belangrijke onnauwkeurigheid in de uitkomst aanleiding geven, vooral wanneer men, gelijk REGNAULT gewoon is, bij voorkeur gewicht hecht aan de gegevens van eene der seriën. Bij de berekening van de ware uitzetting van kwik volgens de proeven van REGNAULT, viel ons reeds het standvastig verschil tusschen de twee eerste en de twee laatste seriën duidelijk in het oog.

Het kwam mij voor, dat men de waarnemingen van de kwikthermometers, in de seriën x, y, z, welke tot nu toe zoo goed als verloren waren, met vrucht zou kunnen aanwenden om het bedrag van eene fout in de constante van den luchtthermometer te bepalen. De gang van den kwikthermometer van kristalglas vergeleken bij dien van een luchtthermometer bleek mij vroeger zeer standvastig te zijn en met groote juistheid te kunnen worden voorgesteld door een parabool, welke de abscissenas, waarop de temperaturen van den luchtthermometer geteld worden, in de punten 0 en 100 snijdt, en waarvan de as in het punt 50 loodrecht staat op de abscissenlijn. Door eene enkele constante wordt dus het verschil in aanwijzing van den kristalglas-thermometer en den luchtthermometer bepaald. Wordt nu bovendien eene fout in den reductiefactor van den luchtthermometer aangenomen, dan kunnen reeds uit twee waargenomen verschillen tusschen den luchtthermometer en den kwikthermometer de parameter van de parabool, die den gang van den kwikthermometer voorstelt, de fout van den luchtthermometer en mitsdien ook de afwijking van beide werktuigen bij elke temperatuur gevonden worden. De invloed van eene fout van de constante des luchtthermometers zal in het algemeen slechts weinig grooter zijn dan die der toevallige fout, welke elke temperatuurswaarneming op zichzelve oplevert. Om haar dus met eenige zekerheid te bepalen zal men een groot aantal waarnemingen behoeven.

Tot dit doel heb ik van alle waarnemingen, door REGNAULT in de seriën x, y en z opgeteekend, gebruik gemaakt. De gemiddelde verschillen e van den kwikthermometer en den luchtthermometer bij de temperatuur t werden voor zes of zeven temperaturen, welke bij geheele vijf- of tientallen opklimmen, bepaald en met de waarden van t gesubstitueerd in de vergelijking:

$$e = \frac{t(t-100)}{2500}\,\varepsilon - \left(1 + \frac{t-100}{372}\right) a,$$

waarin ε de afwijking van den kwikthermometer met den verbeterden luchtthermometer bij 50° en a de fout voorstelt van de constante van den luchtthermometer uitgedrukt in honderddeelige graden. Is namelijk T de absolute temperatuur — van 272 af geteld — van het waargenomen kookpunt, P de spanning van de lucht in den luchtthermometer bij T, P' die bij T', dan is, wanneer ter bepaling van den invloed der correctie de uitzetting van het glas en het volume der lucht in de verbindingsbuizen buiten rekening blijven,

$$\frac{P}{T} = \frac{P'}{T'},$$

en dus

$$\delta T' = \frac{T'}{372}\,\delta T = \left(1 + \frac{t-100}{372}\right)\delta T.$$

Het onderzoek van de onderlinge afwijking der beide thermometers n°. 0 en n°. 10 leerde, dat hun verschil van toevalligen aard was, wellicht het gevolg van de omstandigheid, dat de thermometers niet altijd in gelijke mate aan de warmte van den stoom waren blootgesteld. Op het voorbeeld van REGNAULT werd dus uit de aanwijzingen dier werktuigen steeds het midden genomen.

Men verkreeg aldus voor de waarschijnlijkste waarde van ε en a uit reeks x:

$$\varepsilon = 0{,}158$$
$$a = +\,0{,}11\,;$$

uit reeks z:

$$\varepsilon = 0{,}174$$
$$a = +\,0{,}04.$$

De waarden van ε en a lieten zich uit de waarnemingen van de reeks y niet met de noodige scherpte afzonderen. In deze reeks ontbreken namelijk de waarnemingen bij temperaturen lager dan 160°. Nu is alleen bij dezen de invloed van den tweeden term van het tweede lid der vergelijking voor e van eenig gewicht ten opzichte van dien van den eersten term. De beide vergelijkingen, die naar de methode der kleinste quadraten ter

bepaling van ε en a uit de waarnemingen der serie y worden opgemaakt, verkrijgen daardoor nagenoeg evenredige coefficiënten, die de oplossing onzeker maken. Om ε en a te vinden werd mitsdien de volgende weg ingeslagen.

De waarde van ε hangt enkel af van de schijnbare uitzetting van kwik in het glas des thermometers, zij moet dus een standvastig bedrag hebben; om deze reden werd het gemiddelde uit de reeksen x en z, namelijk

$$\varepsilon = 0{,}166,$$

als de waarschijnlijkste waarde aangemerkt. Deze waarde gesubstitueerd in de gezamenlijke vergelijkingen van de reeks y gaf nu voor de fout van den luchtthermometer in deze serie het bedrag

$$a = + 0{,}10.$$

Met de verkregen waarden, te weten:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0{,}166 \text{ voor alle seriën,} \\ a &= 0{,}11 \text{ voor serie } x \text{ en } y, \\ a &= 0{,}04 \text{ voor serie } z, \end{aligned}$$

werden nu de ware temperaturen van elke proef op tweeërlei wijze berekend, namelijk 1°. uit de aanwijzing van den luchtthermometer; 2°. uit het gemiddelde van de aanwijzingen der kwikthermometers. Daartoe werd de aanwijzing van den luchtthermometer verminderd met

$$\left(1 + \frac{t - 100}{372}\right) a,$$

die der kwikthermometers verminderd met

$$\frac{t\,(t - 100)}{2500}\,\varepsilon.$$

De vergelijking van de beide dus verkregene waarden stelt dan in staat een oordeel op te maken over de juistheid der voorgestelde verbetering en de nauwkeurigheid der waarnemingen.

De uitkomst is in de volgende tabel opgenomen.

VERBETERDE TEMPERATUREN VAN DEN LUCHTTHERMOMETER VAN REGNAULT.

	Berekend uit			
	Luchtthermom.	Kwikthermom.	Verschil.	Midden.
Serie *x*.				
N°. 1	99,75	99,75	0,00	99,75
2—3	125,59	125,57	— 0,02	125,58
4—5	134,39	125,43	+ 0,04	134,41
6—7	138,86	138,81	— 0,05	138,83
8—9	145,14	145,11	— 0,03	145,12
10—11	149,44	149,40	— 0,04	149,42
12—13	153,77	153,76	— 0,01	153,76
14—15	157,19	157,15	— 0,04	157,17
16—17	161,03	161,03	0,00	161,03
18—19	163,70	163,68	— 0.02	163.69
20—21	167,27	167,27	0,00	167,27
Serie *y*.				
N°. 1	99,92	99,92	0,00	99,92
2—5	160,47	160,53	+ 0,06	160,50
6—7	166,86	166,84	— 0,02	166,85
8—9	175,50	175,45	— 0,05	175,47
10—11	180,10	180,22	— 0,12	180,16
12—13 *)	186,20	186,16	— 0,04	186,18
14—15	185,52	185,55	+ 0,03	185,53
16—20	192,66	192,70	+ 0,04	192,68
21—23	194,32	194,30	— 0,02	194,31
24—26	188,98	188,99	+ 0,01	188,99
27—29 *)	194,36	194,35	— 0,01	194,35
30—32 *)	202,17	203,09	— 0,08	203,13
33—35	208,13	208,13	0,00	208,13
36—38	212,05	212,11	+ 0,06	212,08
39—41	216,88	216,90	+ 0,02	216,89
42—43	216,56	216,56	0,00	216,56
44—47	217,67	217,75	+ 0,08	217,71
48—50	216,96	216,99	+ 0,03	216,97
51—53	100,13	100,13	0,00	100,13

*) De opteekening van den luchtthermometer ontbreekt voor n°. 12, 28 en 31.

	Berekend uit Luchtthermom.	Kwikthermom.	Verschil.	Midden.
Serie *z*.				
N°. 1	99,79	99,79	0,00	99,79
2—4	116,28	116,28	0,00	116,28
5—7	124,88	124,91	+ 0,03	124,90
8—9	131,72	131,73	+ 0,01	131,73
10—11	138,56	138,60	+ 0,04	138,58
12—14	145,82	145,85	+ 0,03	145,84
15—16	148,99	148,97	— 0,02	148,98
17—19	151,37	151,35	— 0,02	151,36
20—22	155,22	155,21	— 0,01	155,22
23—24	157,54	157,53	— 0,01	157,54
25—26	159,90	159,83	— 0,07	159,87
27—29	161,98	161,98	0,00	161,98
30—31	160,23	160,18	— 0,05	160,20
32—33	164,46	164,53	+ 0,07	164,49
34—35	168,56	168,60	+ 0,04	168,58
36—37	171,93	171,99	+ 0,06	171,96
38—39	176,43	176,51	+ 0,08	176,47
40—44 *)	179,46	179,55	+ 0,09	179,50
45—47	182,97	183,12	+ 0,15	183,05
47—48	185,98	185,98	0,00	185,98
49—50	190,28	190,30	+ 0,02	190,29
51—52	192,97	193,00	+ 0,03	192,99
53—54	196,18	196,23	+ 0,05	196,25
55—58	201,83	201,81	— 0,02	201,82
59—60	210,35	210,41	+ 0,06	210,38
61—63	214,74	214,88	+ 0,14	214,81
64—65	218,43	218,48	+ 0,05	218,45
66—68	222,35	222,52	+ 0,17	222,48
69—71	221,30	221,39	+ 0,09	221,35
72—74	220,01	220,16	+ 0,15	220,09
75—77	226,85	227,00	+ 0,15	226,93
78—81	230,47	230,60	+ 0,13	230,54

De overeenstemming van de getallen in de tweede en derde kolom is hoogst opmerkelijk. Voor twee derde der waarne-

*) De opteekening van den luchtthermometer ontbreekt van n°. 40 en 42.

mingen bedraagt het verschil minder dan vijf honderdste deelen van een graad. Afwijkingen van 0,08 of meer behooren tot de zeldzaamheden, en het onderzoek van de omstandigheden, waaronder zij voorkomen, levert eene bevestiging te meer van de nauwkeurigheid der waarnemingen van REGNAULT en de juistheid der berekende correctiën.

In serie *x* heeft namelijk REGNAULT van twee bij elkander behoorende waarnemingen meestal slechts eenmaal de temperatuur van den luchtthermometer opgeteekend. In de seriën *y* en *z* daarentegen vindt men in den regel bij elke waarneming de temperatuur van den luchtthermometer vermeld. Nu is het opmerkelijk, dat de drie groepen van waarnemingen in serie *y* (12, 28 en 31), waarvoor de opgave van den luchtthermometer ontbreekt, worden voorafgegaan of gevolgd door waarnemingen, bij welke de verschillen grooter zijn dan bij andere. Een ontbreken nu van eene als regel aangenomene opteekening van den luchtthermometer duidt aan, dat de waarnemer in verwarring of het werktuig in het ongereede is geraakt.

Op de groep waarnemingen 38—39 en 40—44 van serie *z*, is hetzelfde van toepassing. Zij zijn de eenige in deze reeks, die voorafgegaan of gevolgd worden door eene waarneming, waarin de opteekening van den luchtthermometer ontbreekt. Dit staat echter waarschijnlijk in verband met eene stoornis in den luchtthermometer, welke door REGNAULT in eene noot, aan het einde der serie, op bladz. 572 wordt vermeld. Men leest daar het volgende:

„*Nota.* Entre les expériences 46 et 47, une petite fuite s'est déclarée à un des joints du thermomètre à air; on y a porté remède immédiatement, mais le thermomètre ayant perdu quelques bulles d'air, sa graduation n'était plus exacte. Il a été facile de trouver la correction sans interrompre les expériences, etc." Het achterblijven van den luchtthermometer in de vier voorgaande groepen zou doen vermoeden, dat reeds toen een weinig lucht ontsnapt is. Na het aanbrengen der correctie blijft nu de luchtthermometer eenigen tijd met de kwikthermometers gelijken tred houden: uit de laatste waarnemingen van serie *z* zou men opmaken, dat er op nieuw een lek in den luchtthermometer ontstaan is.

Een ander bewijs voor de nauwkeurigheid van REGNAULT's waarnemingen en de juistheid onzer correctie verschaft de waarde $a = 0,10$ voor de fout van den luchtthermometer in serie y gevonden. Als bij uitzondering is in deze reeks het vaste punt van den luchtthermometer tweemalen bepaald geworden, eenmaal aan het begin, n°. 1, en later in de groep n°. 51—53 aan het einde der reeks. Voor beide waarnemingen vindt men in de tabel van REGNAULT eene volkomene overeenstemming tusschen de temperatuur berekend uit de gegevens van den luchtthermometer en de temperatuur van het kookpunt. Daaruit zou volgen, dat beide waarnemingen voor den luchtthermometer dezelfde constante moeten opleveren. Dewijl nu uit onze berekening blijkt, dat de constante in serie y met een fout is aangedaan, welke in temperatuur 0°,1 of in de waargenomen spanning van de lucht in den luchtthermometer 0,25 mm. bedraagt, zou hier beide malen juist dezelfde fout begaan zijn, welke weder op zeer weinig na overeenkomt met die van serie x. Dit ware een toeval waarvan de waarschijnlijkheid al zeer gering is. Wanneer men echter de waarnemingen van den luchtthermometer n°. 1 en n°. 51—53 van serie y en eenige andere, naar willekeur uit de reeks x en y genomen, uit de gegevens in de tabel van REGNAULT berekent, dan blijkt het volgende:

1°. de waarnemingen n°. 1 en n°. 51—53 van serie y zijn met elkander niet overeen te brengen; zij leveren verschillende constanten van den luchtthermometer;

2°. noch de constante van serie y n°. 1, noch die van serie y n°. 51—53 zijn bij de berekening dezer serie gebruikt: de beide waarnemingen aan het begin en het slot van serie y staan geheel op zich zelven;

3°. daarentegen zijn de waarnemingen van serie y berekend met de constante van serie x.

Dat wij voor de fout van de constante in serie x en y nagenoeg hetzelfde bedrag, 0,11 en 0,10 verkregen, vindt hierin eene zeer eenvoudige verklaring. Zij is echter daarom opmerkelijk, wijl zij het bewijs levert dat de constante fouten der onderscheidene seriën niet, zooals REGNAULT schijnt te meenen, aan het verspringen van de vaste punten der kwikthermometers, maar

aan kleine onnauwkeurigheden bij het bepalen van het vaste punt van den luchtthermometer moeten toegeschreven worden.

Uit deze uitkomsten schijnt mij te volgen, dat REGNAULT in staat is geweest met behulp van den luchtthermometer zelfs hooge temperaturen tot op een half tiende van een graad, met volkomen duidelijkheid te onderscheiden. REGNAULT zelf schijnt mij de nauwkeurigheid zijner waarnemingen te laag te schatten, wanneer hij op bladz. 580, van den luchtthermometer sprekende, zegt: „Comme la détermination des températures au moyen de ce dernier instrument dépend d'un grand nombre de mesures, il est difficile d'obtenir ces températures avec une précision plus grande que 1 ou 2 dixièmes de degré."

Er kunnen nog fouten overgebleven zijn, welke voor denzelfden luchtthermometer in alle omstandigheden dezelfde waarde hebben, zooals die welke uit eenige onzekerheid in den uitzettingscoefficiënt van het glazen omhulsel kunnen voortvloeien, doch de metingen van de aan elke temperatuur beantwoordende spanning der lucht schijnen inderdaad eene nauwkeurigheid van 0°,05 toe te laten.

Het is opmerkelijk dat de hierboven vermelde correctiën het standvastige verschil, hetwelk REGNAULT bij de graphische voorstelling der spanningskromme tusschen de gegevens der onderscheidene seriën opmerkte, grootendeels doen verdwijnen. Bovendien stemmen door een zonderling toeval de verbeterde temperaturen boven 100° veel beter met de spanningsformule van REGNAULT overeen dan de niet verbeterde, waaraan de gegevens ter berekening van de constanten der formule ontleend werden. De som van de vierkanten der afwijkingen van alle waarnemingen boven 100° met den luchtthermometer volbracht, wordt, wanneer men de fout van den luchtthermometer in rekening brengt, bijna viermaal kleiner.

Daarentegen mogen de hierboven gegevene berekeningen als een bewijs te meer gelden voor de vroeger door mij ontwikkelde stelling, dat de waarnemingen met den kwikthermometer van kristalglas tusschen 0° en 100° allen eene verbetering behoeven. Er ontstaan hierdoor, zooals uit de graphische voorstelling van den Heer KESSLER terstond te zien is, vrij belangrijke afwijkingen die bij 50° voor de gemiddelde uitkomst der

waarnemingen tot 0°,12, voor enkele waarnemingen tot 0°,24 klimmen.

REGNAULT heeft uit de gelijktijdige waarnemingen van den luchtthermometer en den kwikthermometer van kristal Choisy-le-Roy eene correctietafel ontworpen, ten einde de temperatuurs-aanwijzingen van laatstgemeld werktuig tot die van den luchtthermometer te herleiden. Men vindt dit tafeltje in T. XXVI bladz. 371. Wanneer men met behulp daarvan de herleiding verricht, verkrijgt men met den waargenomen stand van den luchtthermometer, verschillen, die voor bijna de helft der waarnemingen grooter zijn dan 0°,10, en voor sommigen tot 0°,22 en 0°,26 klimmen. De graphische interpolatie, waarmede REGNAULT zich tevreden stelde, blijkt voor deze herleiding geheel onvoldoende te zijn, terwijl daarentegen de tabel van bladz. 339 en 340 hierboven, aantoont hoe nauwkeurig de onderstelling, dat de gang van den kwikthermometer van kristal door een parabool wordt voorgesteld, op de waarnemingen sluit.

BIJDRAGE TOT DE KENNIS

VAN DEN

MICROSCOPISCHEN BOUW DER KINABASTEN.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 25 Februarij 1871.

De kinabasten, in 1870 uit Java aangevoerd en in veiling gebracht door de Nederlandsche Handelmaatschappij, waren afkomstig van drie soorten van *Cinchona*, nl. *C. Calisaya* WEDD., *C. Hasskarliana* MIQ. en *C. Pahudiana* HOW. — Zij werden chemisch onderzocht door Prof. J. W. GUNNING alhier, en door JULIUS JOBST te Stuttgart. De Heer GUNNING formuleerde zijne uitkomsten aldus:

N°. I. T. P. Java Konings-Kina, bij 100° gedroogd, leverde:
3,5 °/₀ in aether oplosbaar alcaloïd (veel chinidine),
2,0 °/₀ in aether onoplosbaar alcaloïd.

N°. II en III. T. P. Java Konings-Kina, bij 100° gedroogd:
2,1 °/₀ in aether oplosbaar alcaloïd (weinig chinidine),
1,3 °/₀ in aether onoplosbaar alcaloïd.

N°. IV. M. Java Konings-Kina, bij 100° gedroogd:
1,5 °/₀ in aether oplosbaar alcaloïd (weinig chinidine),
1,0 °/₀ in aether onoplosbaar alcaloïd.

N°. V. T. P. Bruine Java-Kina, bij 100° gedroogd:
1,1 °/₀ in aether oplosbaar alcaloïd,
0,9 °/₀ in aether onoplosbaar alcaloïd.

De analysen van JOBST (BUCHNER's *N. Repertorium für Pharmacie*, Bd. XIX, p. 341) gaven de volgende uitkomsten:

N°. I. Som der alcaloïden 3,2 °/₀, waaronder veel conchinine (kinidine) en cinchonine, doch slechts een spoor van kinine, geen kinidine (cinchonidine), maar eene amorphe basische stof;

N°. II en III. Som der alcaloïden 3,5 °/₀, waaronder 1,7 kinine (= 2,3 kinin-sulfaat), een weinig kinidine (cinchonidine), conchinine (kinidine), cinchonine en amorphe basische stof;

N°. IV. Som der alcaloïden 1,9 °/₀, waaronder 0,5 °/₀ kinine (= 0,7 kinin-sulfaat), cinchonine, een weinig kinidine (cinchonidine), conchinine (kinidine) en amorphe basische stof;

N°. V. Som der alcaloïden 1,2 °/₀, en wel hoofdzakelijk chinidine (cinchonidine) en amorphe basische stof; sporen van kinine; daarentegen noch cinchonine, noch conchinine (kinidine).

De letters T. P. hebben betrekking op den berg Tangkoeban Prahoe en de letter M. op den berg Malawar, waar de kinaplantsoenen waren aangelegd.

Verder dient vermeld, dat de basten, onder de nummers I en IV in den handel gebracht, volgens een bericht van den Heer VAN GORKOM, met de leiding van de kinakultuur op Java belast, werkelijk afkomstig waren van *Cinchona Calisaya* WEDD.; die met de nummers II en III daarentegen van *Cinchona Hasskarliana* MIQ., welke plant echter door den Heer DE VRIJ als eene bastaard van *C. Calisaya* (moeder) en *C. Pahudiana* (vader) beschouwd wordt. De basten onder N°. V vermeld, werden door *C. Pahudiana* HOW. opgeleverd.

Ik achtte het niet onbelangrijk, den microscopischen bouw der zoo even aangeduide basten na te gaan: vooreerst omdat de bast van *C. Hasskarliana* tot hiertoe nog niet aan zoodanig onderzoek was onderworpen geworden, en ten tweede om te pogen, de nog slechts zeer weinige microscopische analysen van de Pahudiana-kina te bevestigen of aan te vullen, of, zoo daartoe aanleiding mocht bestaan, te verbeteren. Eindelijk zou de vraag, of de bouw van den Calisaya-bast of de koningskina op Java geene veranderingen ondergaat tevens beantwoord kunnen worden. Gedurende den loop van mijn onderzoek had ik de gelegenheid, de wording der sapbuizen te leeren kennen, en zoo doende ook iets tot de oplossing van een niet onbelangrijk anatomisch-physiologisch vraagstuk bij te dragen.

De uitkomsten van mijn onderzoek zijn:

1°. De bast van *Cinchona Calisaya* ondergaat op Java geene verandering in haren microscopischen bouw.

2°. De bast van *Cinchona Pahudiana* is werkelijk zoo gevormd als zulks reeds vroeger door HOWARD, PHOEBUS en FLÜCKIGER is aangegeven.

3°. De bast van *Cinchona Hasskarliana* houdt in haren bouw het midden tusschen dien van *C. Calisaya* en *C. scrobiculata*.

4°. De sapbuizen ontstaan in het schorsparenchym en in het merg, en nemen door het ineenvloeien van boven elkaar geplaatste cellen in lengte toe.

Ad 1um. De bast van dunne, uiterlijk 4½ jaar oude en 1½—2 millim. dikke pijpen van *Cinchona Calisaya,* zooals wij dien hier op het oog hebben (zoogenoemde onbedekte platte stukken toch werden tot hiertoe van Java niet aangevoerd) bestaat uit eene meer of minder sterk ontwikkelde *kurklaag* van tafelvormige, tangentiaal uitgerekte, met een roodbruinen inhoud gevulde cellen, naar buiten niet zelden tot steun verstrekkend aan eene dikkere of dunnere laag verweerde veelhoekige parenchymcellen, ten bewijze, dat het kurklaagje reeds niet meer tot de primaire, de opperhuid onmiddellijk opvolgende of vervangende, maar wel tot de secundaire, dieper in het schorsweefsel voortgebrachte vormingen behoorde. Onder de kurklaag bestond *de primaire schors* uit een circa twintigtal lagen van parenchymcellen, die òf allen, òf op eenige der buitenste lagen na, in tangentiale richting uitgewassen en met zetmeel gevuld waren. De buitenste lagen cellen hadden, voor zooverre zij meer rond van gedaante waren, een ongelijkmatig verdikten wand, en geleken daardoor op collenchymcellen; eene groenachtige kleur viel daaraan duidelijk op te merken. De meer naar binnen gelegene cellen hadden bruinachtige wanden, en bevatteden geen bladgroen meer.

Tusschen de schorsparenchymcellen kwamen enkele malen ledige gestippelde *steencellen* en *kristalcellen* voor, maar zoogenoemde sapcellen vond ik niet.

Op de grens tusschen de schors en den bast nam ik een nu eens ijleren, dan eens dichteren kring van *sapbuizen* waar, zooals gewoonlijk met eene bruine, op hars gelijkende stof gevuld, en in tangentiale richting meer dan in radiale ontwikkeld. Ik vond voor de langste, in tangentiale richting zich uitstrekkende as gemiddeld $^{8}/_{100}$ millim. en voor de kortste, loodrecht daarop staande, $^{6}/_{100}$ millim. Vergelijkt men deze wijdte met die der in de rondte der sapbuizen gelegen parenchymcellen, welker kleinste, in radiale richting zich uitstrekkende as niet meer dan $^{3}/_{100}$—$^{4}/_{100}$ millim. bedraagt, dan is het licht te begrijpen, dat de sapbuizen, ook al zijn ze ledig, van de schors-parenchymcellen, zelfs als het zetmeel daaruit is weggewasschen, op eene horizontale doorsnede gemakkelijk onderscheiden kunnen worden. Cellen (thyllen) trof ik in de sapbuizen niet aan.

Binnen den kring van sapbuizen strekten zich de *mergstralen* en het *bastparenchym* met de daarin weggedoken *bastvezels* uit. De cellen der eersten waren niet zoo sterk in tangentiale richting uitgerekt als die der schors, maar wel, evenals deze, bruin van wand en met zetmeel gevuld. De meest naar buiten gekeerde bastvezels waren dunner ($^{2}/_{100}$ millim.) dan de daarop volgende; het sterkst in de breedte ontwikkeld evenwel waren de allerbinnenste, wier langste, in radiale richting zich uitstrekkende as dikwerf $^{1}/_{10}$ millim., tegen $^{8}/_{100}$ millim. voor de kortste, bedroeg. Eenige kleur nam ik aan die bastvezels hoegenaamd niet waar; wel echter waren vele van de binnenste nog van een betrekkelijk dunnen wand voorzien en dus in het bezit van eene zeer goed waarneembare holte. Tusschen de bastvezels, en tot de baststralen behoorend, vond ik een polyedrisch parenchym, aan dat der mergstralen gelijk, maar kleiner van cellen. Andere elementen, zonder zetmeel, en van een eenigszins gewijzigd voorkomen, mogen, tusschen de samenstellende deelen der baststralen verspreid, tot de zeefvaten behoord hebben.

De bastvezels waren voor het grootste gedeelte van elkander gescheiden, maar voor een ander gedeelte ook weder ten getale van 2, 3 of meer in radiale reeksen verbonden. Over het geheel, waren zij echter, tusschen de primaire mergstralen, onregelmatig verspreid, zoodat men, bij eene kleine vergrooting,

die het mogelijk maakte eene doorsnede van 3 à 4 millim. geheel te overzien, niet kon zeggen dat zij in radiale rijen geschaard stonden. In de breedte, d.i. in tangentiale richting, werden zij niet dan hoogst zelden met elkander verbonden aangetroffen.

De primaire mergstralen vond ik gewoonlijk over hunne geheele lengte even breed (1—3 cellen dik) en dus niet langzamerhand naar buiten trechtervormig uitloopend. Hetzelfde was ook met de secundaire mergstralen het geval, en, gebeurde het dan ook al eens, dat de baststralen een driehoekigen, met den top naar buiten gekeerden vorm schenen te hebben, iets wat met den gevonden bouw niet wel in overeenstemming te brengen was, dan was dit alleen daaraan toe te schrijven, dat enkele bastvezels of kleinere bastbundels wat ver naar buiten geschoven waren. *Staafcellen* nam ik tusschen de bastvezels niet waar.

Vergelijkt men nu onze beschrijving met die van andere schrijvers, welke eveneens in de gelegenheid geweest zijn, jonge koningskina te onderzoeken, zooals BERG (*Die Chinarinden der pharmacognostischen Sammlung zu Berlin*, 1865), dan ziet men, dat daartusschen bijna geheele overeenstemming bestaat. De steencellen, die ik somwijlen in de schors aantrof, komen wel zelden in de koningskina voor, maar zijn daarin toch ook door anderen waargenomen. En wat de primaire mergstralen betreft, die ik, naar buiten, zich niet trechtervormig zag uitzetten, deze kunnen tot andere stukken bast behoord hebben, want, zooals bekend is, bij koningskina in platte stukken zijn dergelijke trechtervormige mergstralen in het geheel niet meer te vinden. Het voornaamste kenmerk, de geïsoleerde en voor het grootst gedeelte onregelmatig verspreide bastvezels, werd, evenals de afwezigheid van zijdelingsche vereenigingen tusschen die organen, bij de Javaansche koningskina door mij gevonden, en dit, in verband met bijzonderheden in den bouw van den tweeden of derden rang, gaf mij het recht te besluiten: de bast van *Cinchona Calisaya* behoudt zijne structuur, al wordt de plant ook op Java gekweekt. Ik eindig met de mededeeling, dat zwavelzuur de bastvezels fraai-rood kleurde.

Ad 2um. Tot hiertoe is de bast van *Cinchona Pahudiana* slechts door twee personen, HOWARD en PHOEBUS, microscopisch

onderzocht, en hadden beiden te zamen niet meer dan 5 exemplaren daarvan ter hunner beschikking. Trekt men hiervan één exemplaar af, door HOWARD beschreven, maar van eene ziekelijke plant afkomstig, dan kan men zeggen, dat onze kennis aangaande den microrcopischen bouw van den Pahudiana-bast op dit oogenblik berust op hetgeen een viertal waarnemingen aan het licht hebben gebracht.

De bastpijpen, die ik onderzocht, en wier dikte verschilde tusschen $1^1/_2$ en $2^1/_2$ millim., hadden aan hunne oppervlakte een laagje *lederkurk*, daaronder een afwisselend getal tangentiaal uitgerekte *schors-parenchymcellen*, met kleine zetmeelkorrels gevuld en niet zoo bruin van wand als ik zulks elders wel had aangetroffen, en, op de grens tusschen schors en bast een kring van ver uit elkander staande, niet zeer wijde *sapbuizen* (gemiddeld $^5/_{100}$ millim. in langste middellijn). Tusschen de schorsparenchymcellen vond ik geene *steen-* of *hars-*, maar wel sterk tangentiaal uitgerekte *kristalcellen*. — Eene bijzonderheid, waarvan ook PHOEBUS met een enkel woord melding maakte, en die mij te meer opviel, omdat ik ze noch bij den bast van *C. Calisaya*, noch bij dien van *C. Hasskarliana* had aangetroffen, bestond hierin, dat er in de schors tal van bruine dwarsstreepjes zich vertoonden, die den schijn deden ontstaan, alsof er diep in het weefsel en op verschillende plaatsen te gelijk eene vorming van kurkweefsel begonnen was. Bij een nauwkeuriger onderzoek bleek het mij, dat die streepjes met groepen van platte cellen overeenkwamen, welker inhoud en wanden wat bruiner gekleurd waren dan die der omgeving, doch die van gewone lederkurkcellen door de mindere regelmatigheid harer aaneenvoeging afweken.

Binnen den kring van sapbuizen deden zich talrijke *bastvezels* voor, met elkander tot driehoekige figuren vereenigd, wier toppen naar buiten stonden, en die van elkander gescheiden waren door wigvormige primaire mergstralen, welke te meer in het oog liepen, daar ook hunne cellen door eene bruine kleur tegen die der omgeving afstaken.

De cellen dier *mergstralen* deden zich op eene horizontale doorsnede wijder voor dan die der schors, en hadden ook eene meer vierkante gedaante. Tusschen haar kwamen ook nog verspreide

kristalcellen voor. De bastparenchymcellen waren weder kleiner dan die der mergstralen. Secundaire mergstralen waren bij de ordelooze verspreiding der bastvezels niet waar te nemen.

De bastvezels nu, zonder kleur hoegenaamd, waren naar buiten meer afzonderlijk gezeten, naar binnen echter tot grootere of kleinere groepen vereenigd. Niet alleen in radiale, ook in tangentiale richting had hier de aaneensluiting dier vezels plaats gehad, zoodat het volstrekt niet zeldzaam was, bundels van zes bastvezels te vinden, waarvan er drie in de dwarste naast elkander lagen. De dunste bastvezels, die ik mat, hadden gemiddeld eene langste (horizontale) as van $^4/_{100}$ millim. en eene kortste van $^3/_{100}$ millim.; de dikste eene langste as van $^1/_{10}$ millim. en eene kortste van $^8/_{100}$ millim.; waarbij echter valt op te merken, dat de gemiddelde grootte van het grootst getal vezels die van hetzelfde getal bij *C. Calisaya* en *C. Hasskarliana* aanzienlijk overtrof, zoodat dan ook een blik door het vergrootglas op eene doorschijnende doorsnede voldoende was om de overtuiging te geven, dat de bast van *C. Pahudiana* zich door een grooter getal dikke bastvezels van de beide andere soorten onderscheidt. Vooral bij de aanwending van zeer matige vergrootingen, b. v. van 30 maal, was eene groepeering in cirkels der meest naar binnen gelegen bastvezels en -bundels nu en dan waar te nemen. Evenals bij de koningskina, waren ook hier de binnenste en grootste bastvezels veelal van eene wijde holte voorzien, en namen allen met zwavelzuur eene fraai-roode kleur aan.

Eene vergelijking van mijne waarnemingen met die van PHOEBUS (*Vierteljahrsschrift für praktische Pharmacie*, 1867, Heft I) doet zien, dat zij daarmede in meest alle opzichten overeenstemmen, waarom ik dan ook het oordeel van dien geleerde, dat de bouw van den bast van *C. Pahudiana* het meest tot dien van den bast van *C. pubescens* overhelt, gaarne onderschrijf. — De verschillen tusschen onze uitkomsten zijn de volgende:

PHOEBUS zag geen lederkurk aan de oppervlakte der pijpen; ik wel.

PHOEBUS houdt de bruine dwarsstreepjes in de primaire schors voor plaatsen waar eene kurkvorming is aangevangen, terwijl ik aldaar geene ware lederkurkcellen kon ontdekken.

PHOEBUS nam geene mergstralen waar, ik wel.

Deze verschillen kunnen echter, althans wat het eerste en het laatste punt betreft, zeer goed verklaard worden uit het verschil in ouderdom tusschen de door ons onderzochte basten, zooals daaruit blijken kan, dat de dikte der bastpijpen van PHOEBUS slechts $^1/_2$ millim., die der mijne $1^1/_2$—2 millim. bedroeg.

Uit het vorenstaande blijkt dus, dat ik de uitkomst van mijn onderzoek van den Pahudiana-bast wel aldus mocht formuleeren, dat hij werkelijk zulk een bouw doet zien, als PHOEBUS en HOWARD hem hebben toegekend.

Ad. 3um. De bast van *C. Hasskarliana* bestond, evenals die der beide vorige soorten, ook weder uit pijpen, welker grootste dikte 4 mill. bedroeg. Het microscopisch onderzoek, tot hiertoe door niemand in 't werk gesteld, leerde, dat aan de oppervlakte dier pijpen eene aanzienlijke laag *lederkurk* was afgezet aan de vroeger voor de koningskina beschrevene gelijk, en dat daarop eene *schors* volgde, p. m. 15—20 cellen dik. Deze cellen vond ik zeer sterk in tangentiale richting uitgerekt, bruinachtig van wand, en met zetmeel gevuld. Bij dunnere basten werd hier en daar eene *kristalcel* waargenomen, maar *steen-* en *sapcellen* ontbraken. Bij dikkere daarentegen vond ik talrijke steencellen, hier en daar ook eene sapcel en talrijke kristalcellen.

Een kring van zeer duidelijke, fraaie, vrij dicht bij elkander gezetene en gemiddeld $^1/_{10}$ millim. wijde *sapbuizen*, scheidde de schors van den bast, welke laatste een zeer duidelijk gestraalden bouw deed bemerken, en het grootste gedeelte eener horizontale doorsnede innam. Het bastparenchym en de mergstralen vond ik bruin, doch de *bastvezels* ook weder ongekleurd.

De laatsten waren, op dezelfde doorsnede, zeer ongelijk van dikte. Dunnere en dikkere (van $^1/_{10}$ millim. langste middellijn) kwamen overal onder elkander gemengd voor. Aan de cambiumzijde der doorsnede werden bij dunne pijpen niets dan verspreide, bij dikkere zijdelings tot groepen vereenigde vezels waargenomen; meer naar buiten echter kwamen, tusschen verspreide vezels, radiale reeksen van 3—9 stuks, en hier en daar ook bundels van 4, 5 of meer vezels voor, waarvan er 2 of 3 in de breedte naast elkander lagen. Over het geheel genomen, d. i. wanneer eene horizontale doorschijnende doorsnede door het vergrootglas gezien werd, was het niet twijfelachtig, dat

de gemiddelde dikte der meeste vezels tusschen die der vezels van *C. Calisaya* en *C. Pahudiana* inlag. Trechtervormige primaire mergstralen, maar met een gering verschil in breedte aan hun peripherisch uiteinde, waren duidelijk en talrijk, maar secundaire ontbraken. Gene bestonden uit dobbelsteenvormig parenchym. Het grondweefsel der baststralen bestond uit een duidelijk parenchym, met cellen, in grootte ongeveer aan die der mergstralen en der schors gelijk, afgewisseld evenwel met eene andere soort van elementen, geringer van doorsnede en hoekiger van vorm, die misschien met zeefvaten overeenstemden. De talrijke en vrij breede, doch naar buiten zeer langzaam in wijdte toenemende primaire mergstralen geven aan den bast van *C. Hasskarliana*, als men eene horizontale doorsnede daarvan met een gewoon vergrootglas bij doorvallend licht beziet, een gestraald voorkomen, ongeveer zooals men dat voor doorsneden van den bast van *C. scrobiculata* gewoonlijk vindt afgebeeld. De krachtige ontwikkeling van het bastparenchym is echter oorzaak, dat de vezels of vezelreeksen dáár wijder uit elkander staan en dus beter onderscheiden kunnen worden.

Indien ik mijn oordeel moest uitspreken over de vraag, met welk anatomisch type: dat van *C. Calisaya*, *C. scrobiculata* of *C. pubescens*, de bast van *C. Hasskarliana* de meeste overeenkomst heeft, dan zou ik zeggen, dat hij tusschen dat van de beide eerstgenoemde planten in staat. Van *C. Calisaya* vinden wij de talrijke geïsoleerde bastvezels en de zeer goed waarneembare sapbuizen, van *C. scrobiculata* de hier en daar in radiale reeksen met elkander verbondene bastvezels en de steencellen in het schorsparenchym terug. De vrij duidelijke zijdelingsche vereeniging der bastvezels aan de cambiumzijde was het eenige wat den bouw der Pahudiana-kina in herinnering bracht.

Deze uitkomst is in zoo verre niet onbelangrijk, als wij in *C. Hasskarliana* met eene plant te maken hebben, die tot hiertoe onbekend was gebleven, en van welke MIQUEL beweert dat zij in der tijd door HASSKARL uit Amerika naar Java is overgebracht, terwijl DE VRIJ volhoudt dat zij door JUNGHUHN uit zaad verkregen werd, door hem zelven uit zaaddoozen van *Cinchona Calisaya* verzameld, maar in een plantsoen waar, tusschen de talrijke exemplaren van *C. Calisaya*, een viertal indi-

viduën van *C. Pahudiana* verspreid stonden. Het vermoeden, dat de exemplaren, nu onlangs door MIQUEL met den naam van *C. Hasskarliana* bestempeld, niets anders zouden wezen dan bastaarden, uit *C. Calisaya* als moeder- en uit *C. Pahudiana* als vaderplant voortgesproten, werd dan ook door DE VRIJ reeds voor geruimen tijd besproken, en nu onlangs weder aan de opvatting van MIQUEL onverholen overgesteld. (Zie DE VRIJ, Kinologische Bijdragen in HAAXMAN's *Tijdschrift voor wetenschappelijke Pharmacie,* 1868 en 1869). Een scheikundig onderzoek van den bast der zoogenaamde *C. Hasskarliana*, door DE VRIJ in 't werk gesteld, en in N°. VI zijner „Kinologische Studiën" beschreven, leerde hem, dat die bast, evenals die van *C. Pahudiana*, cinchonidine bevat, een bestanddeel, dat nooit in den bast van *C. Calisaya* door hem werd aangetroffen; en in deze uitkomst vond DE VRIJ een nieuwen steun voor zijn gevoelen, dat *C. Pahudiana* tot de productie der zoogenaamde *C. Hasskarliana* kan hebben bijgedragen. Sedert JOBST heeft aangetoond, dat de bast van *C. Hasskarliana* 3,5 °/₀ alcoloïden, waaronder 1,7 kinine bevat (of althans bevatten kan), is de mogelijkheid eener verwantschap tusschen die plant en *C. Calisaya* ook weder aannemelijker geworden.

Op de vraag nu, of er in den microscopischen bouw van den bast van *C. Hasskarliana* niet iets te vinden ware, dat tot een juister oordeel over het aanhangige vraagstuk zou kunnen bijdragen, geeft mijn onderzoek wel eenig antwoord. Den bouw van den bast van *C. Calisaya* vindt men er zonder twijfel in terug, maar eenigszins gewijzigd, d. i. met eene zekere toenadering tot dien van *C. scrobiculata.* Van de verwantschap tusschen *C. Hasskarliana* en *C. Pahudiana* blijkt echter op microscopische doorsneden niet veel, hoewel erkend moet worden 1° dat de gemiddelde dikte der meeste bastvezels van *C. Hasskarliana* het midden houdt tusschen die der meeste vezels van *C. Calisaya* en van *C. Pahudiana* en 2° dat er tusschen de geïsoleerde en in radiale reeksen geschaarde vezels der eerste toch ook hier en daar bundels voorkomen, door de zijdelingsche toenadering van vezels voortgebracht. — Men bedenke echter, dat, volgens de waarnemingen van JUNGHUHN en DE VRIJ, de moeder der bastaard

C. Calisaya was, waarom het ons niet kan verwonderen, dat er tusschen deze plant en *C. Hasskarliana* meer verwantschap bestaat dan tusschen *C. Hasskarliana* en *C. Pahudiana.*

Zwavelzuur kleurt ook de bastvezels van *C. Hasskarliana* prachtig rood.

Op grond van deze feiten schijnt het dus niet gewaagd, te verklaren, dat de bast van *C. Haskarliana* het midden houdt tusschen dien van *C. Calisaya* en *C. scrobiculata.*

Ad 4um. De vraag, wat men van de sapbuizen der Cinchonen, voornamelijk ten opzichte van haren oorsprong te denken hebbe, is op zeer verschillende wijzen beantwoord.

De eerste, die van deze sapbuizen gewag maakte, was WEDDELL, in zijne *Histoire naturelle des Quinquinas*, p. 19. Hij beschreef ze als „lacunes", zonder iets over haar ontstaan mede te deelen. SCHLEIDEN gaf haar in zijne *Botanische Pharmacognosie* p. 237 den naam van „*Milchsaftzellen*, maar ook zonder eenige zinspeling op hare wording. BERG noemde ze „*Saftröhren* (*Pharmaceutische Waarenkunde*, p. 162 en *Die Chinarinden der pharmacognostischen Sammlung zu Berlin*, p. 6) en HOWARD (*Nueva Quinologia*) „lactiferous ducts," maar beiden, zonder iets naders aan te geven nopens de wijze waarop die organen gevormd worden. WIGAND maakt in zijn *Lehrbuch der Pharmacognosie* van de sapbuizen volstrekt geen gewag.

Anders vond ik de zaak bij KARSTEN (*Die medicinischen Chinarinden Neu-Grenada's*, 1858, p. 42). Deze auteur noemt de sapbuizen „*Saftfasern*," en zegt er van: „Das primäre Rindenparenchym aller Cinchonen wird in den jüngsten Zweigen durch einen Kreis von Zellen, die die Chinagerbsäure meist in braunroth gefärbtem, Gummi-harzigem Saft enthalten, meistens lang gestreckt sind und in vertikalen Reihen übereinanderstehen, die bei vielen Arten zu continuirlichen Fasern (sogenannten Gefässen) verschmelzen, von dem cambialen Gewebe gesondert, enz." Hij neemt dus aan, dat de sapbuizen uit eene ineenvloeiing van vertikaal boven elkander geplaatste *buisvormige* cellen ontstaan, maar zonder daarvoor eenig bewijs aan de hand te doen of eenige teekening aan zijne 18 gelithografeerde schetsen toe te voegen, waaruit zou kunnen blijken, dat hij de zaak werkelijk onderzocht had.

Van jonger dagteekening dan het werkje van KARSTEN, zijn de „*Kleine cinchonologische Notizen*" van PHOEBUS, voorkomende in het *Vierteljahrsschrift für praktische Pharmacie*, 1867, Heft I. Wat wij daar lezen, stemt ons weder tot een geheel ander gevoelen dan de mededeeling van KARSTEN, en zou ons aan de juistheid van diens voorstelling kunnen doen twijfelen. Immers verklaart PHOEBUS, dat hij den naam van „Milchsaftzellen," door SCHLEIDEN aan de sapbuizen gegeven, goedkeurt, hoewel hij bekennen moet, ze, op ontelbare doorsneden, nooit in die mate in lengte toegenomen te hebben gezien, dat zij den naam van kanalen zouden behooren te dragen.

FLÜCKIGERS „*Lehrbuch*" brengt geen nieuw licht aan. Hij zegt: „Im Längsschnitte erscheinen diese Zellen nicht ansehnlich gestreckt, sondern einfach sackartig zu mehreren über einander gestellt, ungefähr so wie die Harz- und Milchsaftzellen der Jalape, doch lassen sich diese Saftröhren oder Saftschläuche der China nicht auf so ansehnliche Strecken verfolgen."

Het nieuwste onderzoek aangaande de sapbuizen was dat van VOGL te Weenen, onder den titel van: *Beiträge zur Pflanzenanatomie.* (I.) *Die Milchsaftorgane der Cinchonen*, in de *Verhandlungen d. k.k. zoölogisch-botanischen Gesellschaft in Wien*, 1869. Dit opstel, hoofdzakelijk gewijd aan het onderzoek der cellen, die, in de plaats van het sap, dikwerf in oude sapbuizen worden aangetroffen, bevat echter een paar regels, die, als op ons onderwerp betrekkelijk, niet veronachtzaamd mogen worden. Zij luiden: *Soweit ich mich bei der Untersuchung der im Handel vorkommenden Chinarinden überzeugen konnte, stellen sie* (nl. de sapbuizen) in den jungen Rinden ununterbrochene cylindrische Röhren dar, welche in zur Achse paralleler Richtung das Gewebe der Mittelrinde durchsetzen. Ich habe sie aus zahlreichen Rinden durch Maceration in kochender Aetzkalilösung isolirt, und erhielt sie stets in bis 2 Mm. langen Röhrenstücken ohne Andeutung einer Querwand, und ohne auffindbares blindes Ende." VOGL nam dus de sapbuizen als werkelijke buizen waar, en zinspeelt niet op haar ontstaan door ineenvloeiing van cellen.

Mijne eigene waarnemingen omtrent den oorsprong en den groei der sapbuizen hebben mij het volgende geleerd.

De sapbuizen ontstaan, even onder het oorspronkelijk meristeem der bladknoppen, in de onmiddellijke nabijheid van den cambiumcylinder, en wel aan de buiten- en binnenzijde van dezen, d. i. in de primaire schors en het merg. Zij doen zich allereerst voor als rolronde cellen met eenigszins saamgetrokken, afgeronde uiteinden, wier wijdte die der overige cellen zeer in het oogloopend overtreft. In de praeparaten, die mij eene meting dier cellen veroorloofde, vond ik ze p. m. $^{75}/_{100}$ millim. lang en p. m. $^{5}/_{100}$ millim. breed. Reeds in dat tijdperk van ontwikkeling hebben zij een duidelijken eigen wand en zijn zij met eene bruine lijvige vloeistof, als ware het gekleurd plasma, gevuld.

Onmiddellijk boven elkander geplaatste sapcellen heb ik noch in de schors, noch in het merg gezien., Altijd vond ik hare beide uiteinden door parenchym van elkander gescheiden. Hieruit vloeit voort, dat een langer worden der sapcellen, of liever een overgang van sapcellen in buizen, door onmiddellijke resorbtie van tusschenschotten tusschen twee of meer dier aan elkander grenzende cellen, niet door mij is opgemerkt; wat echter niet belet, dat ik het bedoelde proces op eene andere wijze heb zien tot stand komen. Er is nl. geen twijfel aan, dat de parenchymcellen (zie de plaat, Fig. 1 en 2), welke in het verlengde van de langste as der sapcellen gelegen zijn, langzamerhand, na eerst donkerder van inhoud geworden te zijn, den wand, waarmede zij aan de sapcellen (of min of meer in lengte toegenomen buizen) grenzen, verliezen, en zoo allengskens met deze ineenvloeien; een proces dat, hetzij in dezelfde vertikale richting, zooals in het merg, hetzij in andere, van de loodlijn afwijkende richtingen, zooals in de schors, zich herhalende, tot het langer worden dier buizen zeer aanzienlijk bijdraagt. Het is niets vreemds, in het merg der Cinchonen bruine strepen (sapbuizen) van 2 of 3 centimeters te vinden; en, is het niet te ontkennen, dat zulk lange buizen op eene en dezelfde doorsnede in de schors niet worden aangetroffen, en dat hare lengte aldaar doorgaans slechts enkele millimeters bedraagt, dan is zulks, zooals uit het zoo even medegedeelde blijken kan, zeker gedeeltelijk daaraan toe te schrijven, dat zij in de schors een minder regelmatigen loop hebben.

In de juiste waardeering van praeparaten, geschikt om den

aanwas der sapbuizen na te gaan, wordt men dikwerf gesteund: 1°. door de kleur der cellen — en wij bedoelen hier niet alleen de kleur harer wanden, maar ook van haar inhoud — die in het verlengde van de langste as der sapbuizen gelegen zijn, welke kleur in de richting van het reeds gevormde stuk der sapbuis donkerder en donkerder wordt; 2°. door de grootte en den vorm dier cellen, omdat zij in deze opzichten doorgaans van die der omgeving afwijken; 3°. door de aanwezigheid van korrels of klompjes in dat gedeelte der sapbuis, 't welk met de nog niet vervloeide cellen in aanraking is, niet ongelijk aan dezulken, welke in die cellen vervat zijn.

Geheel in overeenstemming met het hiervoren medegedeelde, is de door VOGL gedane waarneming, dat men de sapbuizen der Cinchonen, na ze met kokende bijtende potassa uit het omliggende weefsel te hebben losgemaakt, nooit zóó praepareeren kan, dat zij gesloten uiteinden hebben. Die uiteinden zijn altijd open; maar dit kan ook niet anders, daar de in een meerderen of minderen staat van vervloeiing verkeerende cellen, die weldra tot het langer worden der buizen zouden hebben bijgedragen, bij het losmaken dezer laatsten uit hare omgeving, in de dwarste afscheuren.

Behalve de tot hiertoe beschrevene sapbuizen, die ik daarom met den naam van *primaire* wensch te bestempelen, worden er bij de Cinchonen nog andere voortgebracht, die den naam van *secundaire* behooren te dragen, omdat zij eenvoudig door ineenvloeiing van cellen met een donkerbruinen inhoud worden voortgebracht, zonder dat daaraan de hierboven beschreven, uit het oorspronkelijk meristeem der knoppen te voorschijn gekomen sapcellen voorafgaan. Ik leid dit daaruit af, dat men, althans in de schors, zeer dikwerf sapbuizen met eene veel nauwere holte aantreft en die buiten den krans van ruimere buizen gevonden worden, en dat, hiermede in overeenstemming, op verschillende plaatsen der schors, in de onmiddellijke nabijheid van het oorspronkelijk meristeem der knoppen, loodrechte reeksen van enge, korte, rolronde cellen worden aangetroffen, die met vlakke wanden aan elkander grenzen en met denzelfden bruinen inhoud als de primaire sapbuizen gevuld zijn.

Uit mijne hierboven medegedeelde waarnemingen blijkt ge-

noegzaam, dat geen der auteurs, die over de sapbuizen der Cinchonen geschreven hebben, het ontstaan en den verderen groei dier organen naar waarheid of volledig heeft voorgesteld. WEDDELL beging de fout, haar niet eens een eigen wand toe te schrijven; SCHLEIDEN noemde ze *cellen* (Saftzellen) maar beschreef ze als „der Länge nach so sehr gestreckt, dass sie auf dem Längsschnitt fast Kanälen gleichen" (*Handb. der bot. Pharmacognosie*, p. 237), en zinspeelt hoegenaamd niet op hare wording en haren verderen levensloop; BERG gebruikte den naam van *Saftröhren*, zonder daarvoor eenige reden te geven.

KARSTEN'S voorstelling van de onderwerpelijke zaak heeft de verdienste, daarin dieper door te dringen en den ontwikkelingsgang der buizen niet onvermeld te laten. Nogtans laten zijne mededeelingen ons onbevredigd, omdat zij enkel uitkomsten vermelden, zonder den weg waarlangs die verkregen zijn bloot te leggen. Dat, zooals hij meent, de oorspronkelijke sapcellen „in vertikalen Reihen [nl. zonder tusschengelegen parenchym] übereinanderstehen" heb ik dan ook niet bewaarheid gevonden, en de uitdrukking, dat zij „oft nicht zu Fasern sich vereinigen" zou ik dan alleen juist kunnen noemen, als de S. de *secundaire sapbuizen* op het oog had gehad, wat echter het geval niet geweest is. Het langer worden van de sapbuizen door de vervloeiing van parenchymcellen, is KARSTEN ook ontgaan.

PHOEBUS heeft de saphoudende organen der Cinchonen nooit zoo lang gezien, dat zij den naam van kanalen zouden behooren te dragen; eene bekentenis, waarvan wij alleen eene verklaring kunnen vinden in de omstandigheid, dat hij enkel Cinchona-schors en geen Cinchona-merg onderzocht heeft, en verder in het feit, dat de sapbuizen in de schors der kinaplanten hier en daar zijdelings uitwijken, of ook wel aan reeksen van parenchymcellen grenzen, die nog niet in vervloeiing zijn overgegaan. — Wij moeten er ook op wijzen, dat men bij de beoordeeling van praeparaten, die op de onderwerpelijke zaak betrekking hebben, zeer voorzichtig moet zijn, omdat het dikwerf gebeurt, dat parenchymcellen, die de sapbuizen omgeven, en dus in overlangs gevoerde doorsneden onder of boven de buizen liggen, den schijn kunnen doen ontstaan, alsof zij tot die buizen zelven behoorden.

FLÜCKIGER's mededeeling omtrent de sapbuizen spreekt er eindelijk niet voor, dat hij de zaak zelf onderzocht heeft. Er is inderdaad tusschen de sapcellen der Cinchonen en die van den Jalapewortel niet de minste overeenkomst, noch in vorm noch in inhoud. Daarenboven vloeien de sapcellen des Jalapewortels niet tot buizen ineen. Dat de sapcellen der Cinchonen „nicht ansehnlich gestreckt" zijn en dat zij „einfach sackartig zu mehreren über einander gestellt sind" is volstrekt onjuist. De oorspronkelijke sapcellen zijn spoelvormig en 15-maal langer dan breed en zakvormige cellen, die in reeksen boven elkander staan, zijn niet waar te nemen, tenzij men daaronder de parenchymcellen versta, die door vervloeiing tot het langer worden der buizen bijdragen, of andere parenchymcellen, tot de omgeving behoorende, en die met de sapbuizen niets te maken hebben.

Over den scheikundigen aard der stof, in de sapbuizen vervat, weet ik niets bijzonders mede te deelen. Zooals al mijne voorgangers, heb ook ik gezien, dat water en alcohol, elk afzonderlijk, een deel van dien inhoud oplossen, zoodat dan ook zijne kleur, gedurende het waarnemen, dikwerf al lichter en lichter wordt. De meeste schrijvers noemen de stof eene emulsie, en vergelijken haar met melksap, tegen welke opvatting geen bezwaar kan bestaan. Ik zie ook niet in, waarom men de sapbuizen geene melksapvaten zou kunnen noemen, daar zij, evenals deze, een eigen wand en den vorm van cylinders hebben, door ineenvloeiing van cellen ontstaan, eene zeer aanzienlijke lengte kunnen bereiken en eene vloeistof bevatten, die van den vloeibaren inhoud der in de rondte liggende parenchymcellen aanzienlijk afwijkt. De door WEDDELL gekozen naam van „*lacunes*" is onbruikbaar, omdat men daaronder holten verstaat zonder eigen wand; evenzoo de naam van „*Saftfasern*", door KARSTEN gebezigd, omdat men aan het woord „vezel" nu eenmaal eene geheel andere beteekenis hecht. SCHLEIDEN's benaming van „*Milchsaftzellen*" drukt niet genoeg uit. Men heeft dus te kiezen tusschen het woord „*Saftröhren*" (sapbuizen) van BERG en „*Lactiferous ducts or vessels*" (melksapvaten) van HOWARD. Naar onze opvatting is de laatste de meest gepaste, niet alleen om de hierboven aangevoerde rede-



Toeneming in de lengte van de sapbuizen of melksap-
vaten bij Cinchona Calisaya.

a. Schorsparenchym.
b. Bastvezels
c. Strengen van cellen die op het punt staan te vervloeien.
d. Hooger gedeelte eener sapbuis.

Lith. Emrik & Binger.

nen, maar ook omdat wij het eens zijn met SACHS (*Lehrbuch*, 1870, p. 107), dat het wenschelijk ware, dat men den naam van sapbuizen (Saftschläuche) voortaan als algemeenen titel gebruikte om de *Vasa utriculiformia* van HANSTEIN zoowel als de *Vasa lactifera*, met de talrijke daartusschen gelegen overgangen, aan te duiden.

Ik eindig met de opmerking, dat de oorspronkelijke sapcellen der Cinchonen slechts eenmaal worden voortgebracht; soms, na in buizen veranderd te zijn, zeer vroeg, door samenpersing, onkenbaar worden; in andere gevallen echter met het schorsparenchym worden afgestooten, om later niet weder voor den dag te komen. Tusschen de sapbuizen onderling bestaat geene verbinding.

23 *Februari* 1871.

VERKLARING VAN DE PLAAT.

Beide Figuren stellen overlangsche doorsneden voor van sapbuizen uit een stukje Calisaya-kinabast van Java. Men neemt hier den overgang waar van min of meer ontaarde parenchymcellen in eene reeds bestaande sapbuis.

OVER DE OLIVIN UIT DE PALLASIJZERMASSA.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 25 Febr. 1871.

Bij de analyse van de meteoorsteenen, die tot de klasse der zoogenoemde *Chondriten* behooren, wordt hetgeen van den steen in zoutzuur oplosbaar is, nadat het nikkelijzer door den magneet is uitgetrokken, voor olivin, een monosilikaat van ijzer-oxydul en magnesia $\left.\begin{matrix}MgO\\FeO\end{matrix}\right\}^2 SiO^2$ gehouden; de analysen toonen echter daarin steeds kleine hoeveelheden aluinaarde, kalk, mangaanoxydul, nikkeloxydul, alsmede ook sporen van alkaliën aan; algemeen houdt men het er voor dat deze stoffen, met uitzondering van het nikkeloxydul, wiens aanwezigheid men aan de onvolkomen scheiding van het nikkelijzer door den magneet toeschrijft, behooren tot het silikaat of de silikaten, die in zoutzuur onoplosbaar zijn, doch door de inwerking van het sterk zoutzuur, vooral bij verwarming, eenigszins worden ontleed. De omstandigheid echter dat in meerdere tellurische olivinen nikkeloxydul is gevonden, zoo als door RAMMELSBERG tot 2,35 pCt. in olivin uit basalt van Petschau in Bohemen, door GENTH in olivin uit de Thjorsalava van de Hekla, door SARTORIUS VON WALTERSHAUSEN in gekristalliseerde olivin uit de Fiumara van Mascali bij de Aetna en door vele anderen in olivin van andere lokaliteiten, gaf mij aanleiding tot een scherp onderzoek naar de al of niet aanwezigheid van nikkeloxydul in kosmische olivinen, en wel bepaaldelijk in een Oost-Indischen steen, van welken ik over eene ruimere hoeveelheid kon beschikken. Zoo als ik in de vorige vergadering der Natuurkundige Afdeeling mededeelde, bezitten wij in het door RAMMELSBERG aangegeven sublimaat een uitmuntend middel om het metallisch nikkelijzer van de silikaten te scheiden. Doch het sublimaat lost niet op dat gedeelte van het nikkelijzer, hetwelk door oxydatie in ijzeroxyd en ijzeroxydhydraat en in nikkeloxydul is omgezet; zoo als ik toen mededeelde moet het poeder, nadat het met sublimaat is behandeld, na droging, zacht worden gegloeid in een stroom van

droge waterstof, en alsdan weder met sublimaat-oplossing steeds in een stroom van waterstof worden gekookt, welke bewerking een paar malen moet worden herhaald.

Op deze wijze heb ik een paar gram van het poeder van den Oost-Indischen steen, waaruit zooveel mogelijk alles wat den magneet wilde volgen was verwijderd, behandeld en de reductie in waterstof en de behandeling met sublimaat vijf keeren herhaald. Het aldus bereide poeder werd in een platinumschaal met sterk zoutzuur verwarmd, waarbij duidelijke ontwikkeling van zwavelwaterstof werd waargenomen, zoodat door deze herhaalde behandelingen het zwavelijzer, hoewel voor een groot deel, toch niet volkomen was ontleed geworden. De zoutzure solutie werd van het kiezelzuur en het onopgeloste silikaat afgefiltreerd, na toevoeging van salpeterzuur tot droog toe uitgedampt, en het goed gedroogde residu in verdund zoutzuur opgelost. Door ammonia liquida werd het ijzeroxydhydraat afgescheiden, en dit, zoo als ik bij mijne laatste mededeeling heb aangegeven, driemaal weder in zoutzuur opgelost en door ammonia gepraecipiteerd; van het gewogen ijzeroxyd werd een gedeelte, na tot zeer fijn poeder gebracht te zijn, met sodahydraat gegloeid; bij de oplossing van deze massa werd eene groene solutie verkregen, die bij verdunning met water onder afscheiding van een niet weegbare hoeveelheid mangaanoxydhydraat werd ontkleurd; uit de soda-oplossing werd de aluinaarde bepaald. Nadat de verschillende ammoniakale vloeistoffen tot droog toe waren uitgedampt, werden de residus in een porseleinen kroes verhit tot verjaging van het chloorammonium; het nu verkregen residu, bijna uitsluitend magnesia, werd met water bevochtigd en daarna in verdund zuiver zwavelzuur opgelost; deze vloeistof werd eerst op een waterbad uitgedampt, en daarna het overvloedige zwavelzuur door hitte verjaagd. De oplossing van dit residu werd van een weinig afgescheiden gips afgefiltreerd, en vervolgens behandeld met zwavelwaterstof-zwavelammonium, waardoor zij bruin gekleurd werd; nadat de vloeistof gedurende een 24 uren in een gesloten fleschje op eene warme plaats had gestaan, had zich op den bodem een zwart praecipitaat neergezet, waarvan de hoeveelheid wel zeer gering was, doch genoegzaam om met borax en phosphorzout voor de blaaspijp onderzocht te worden. De boraxparel

was in de hitte van de oxydatievlam violet, en bij bekoeling roodbruin, er was geen blauwe tint aanwezig, die aan kobalt eigen is; in de reductievlam werd de parel troebel. De phosphorzoutparel was bij hitte roodbruin, bij bekoeling licht oranjegeel. Een spoor van het zwarte poeder werd met koningswater behandeld, en na verdamping van het zuur ontstond door ammonia eene blauwe verkleuring; er was dus bepaald nikkel aanwezig, die na de aangegeven behandeling moeielijk kan worden toegeschreven aan nikkelijzer, hetwelk het silikaat nog verontreinigde. Bij de behandeling van een weinig van dit zwarte poeder met sodahydraat in de hitte, ontstond een groene rand, waardoor de aanwezigheid van mangaan werd bewezen.

Zoo als bekend is, bestaat de beroemde ijzermassa van *Krasnojarsk*, of zoo als zij naar haren wetenschappelijken ontdekker genoemd wordt de *Pallasijzermassa*, uit een spons van nikkelijzer (met ongeveer 11 pCt. nikkel), in wier holten heldere gele tot geelbruine korrels van olivin gelegen zijn; hier vindt men de cosmische olivin in zuiveren toestand niet vermengd met andere mineralen; hoewel deze olivin reeds meermalen aan de analyse is onderworpen geworden, achtte ik het van belang door een bepaald onderzoek de zekerheid te verkrijgen of die olivin, die geheel omgeven is door een zeer nikkelrijk ijzer al dan niet nikkel bevat:

Berzelius *) zegt hieromtrent: „Stromeyer, welcher Nickel „in anderen Olivinen gefunden, fand wider alle Vermuthung „das der Pallasolivin frei davon sei, wiewohl schon Howard „angegeben, dass darin bis zu 1 Procent Nickeloxyd vorkomme. „Ich konnte darin, wie Stromeyer, nicht die geringste Spur „von Nickel entdecken."

Uit een stuk Pallasijzer mijner verzameling konde ik eenige korrels olivin verzamelen, waarvan de meesten op de oppervlakte, waar zij tegen het nikkelijzer rustten, met ijzerroest bedekt waren, in welk ijzerroest natuurlijk nikkel voorhanden was; deze korrels werden in een achaten mortier even gebroken, en uit deze splinters werden met groote zorg heldere stukjes, waaraan geen roest kleefde, uitgezocht, en daarna tot een zeer fijn

*) Poggend., *Ann.* B. XXXIII, pag. 133.

poeder gewreven. Ik verkreeg op deze wijze na volkomen droging bij zachte gloeiing 0,353 gram van een zuiver geel poeder, hetwelk in een porceleinkroesje met doorboord deksel, gedurende ruim een half uur zacht gegloeid werd in een stroom droge waterstof; na deze bewerking was de kleur van het poeder wel eenigszins grauwer geworden, doch bij de weging bleek, dat het poeder niets in gewicht had verloren, zoodat daaruit blijkt, dat olivin bij zachte gloeiing in een stroom waterstof niet wordt ontleed. Dit poeder werd in een platinumschaal op een waterbad met sterk zoutzuur behandeld, waarbij het afgescheiden kiezelzuur gedeeltelijk gelatineus, gedeeltelijk korrelig was; nadat een paar maal nieuw zoutzuur was toegevoegd, werd de vloeistof op het waterbad tot droog toe ingedampt, en het residu met verdund zoutzuur uitgetrokken. Het onopgeloste kiezelzuur werd verzameld, uitgespoeld en gegloeid en gaf aan gewicht 0,1438 gr. Dit werd met eene oplossing van zuiver fluoorammonium in de platinumschaal op een waterbad uitgedampt, en daarna het residu gegloeid; er bleef hierbij slechts 0,5 milligram terug, zoodat het kiezelzuur als zuiver afgescheiden mag worden beschouwd; of dit halve milligram tinoxyd was, heb ik niet kunnen onderzoeken. De zoutzure oplossing werd met salpeterzuur uitgedampt en het residu in water opgelost; uit deze oplossing werd door ammonia liquida het ijzeroxydhydraat gepraecipiteerd, hetwelk op de vroeger door mij aangegeven wijze nog tweemaal in zoutzuur werd opgelost en weer door ammonia gepraecipiteerd.

De vloeistof der derde praecipitatie liet na verdamping en gloeiing ter verwijdering van het chloorammonium 0,002, die der tweede praecipitatie met inbegrip van het residu der derde 0,0135, en van de eerste, met inbegrip der twee vorige, 0,1755 gr. terug; daar dit residu, behalve magnesia, nog onontleed chloormagnesium bevatte, werd het met water bevochtigd en vervolgens met verdund zwavelzuur, waarin het op eene onweegbare spoor na oploste, in de porseleinen kroes op een waterbad uitgedampt, en daarna ter verwijdering van het overvloedig zwavelzuur zacht gegloeid; er werd aan zwavelzure magnesia verkregen 0,497 gr.; dit residu werd in verdund zoutzuur opgelost, en daarbij ammonia tot even neutralisatie gevoegd; in deze

vloeistof ontstond nu door zwavelwaterstof-zwavelammonium eene zwakke bruine verkleuring, en na lange rust in een gesloten vat een hoogst gering donkerzwart praecipitaat, hetgeen voor geene weging vatbaar was.

Na voorzichtige verwijdering der vloeistof werd dit praecipitaat met borax voor de blaasbuis onderzocht; in de oxydatievlam was de parel in de hitte roodbruin, bij bekoeling geelbruin, zonder roode of paarsche tint; zoodat bepaaldelijk, hoewel in hoogst geringe niet weegbare hoeveelheid, nikkel in deze olivin gevonden is.

Het ijzeroxyd werd na gloeiing gewogen en bedroeg 0,049; het werd toen nog in zoutzuur opgelost, waarbij een weinig kiezelzuur onopgelost terugbleef; dit bedroeg 0,0015; zoodat aan kiezelzuur is gevonden 0,1433—0,0005 + 0,0015 of 0,1443, en aan ijzeroxyd 0,049—0,0015 of 0,0475 of aan ijzeroxydul 0,04275.

De ijzeroplossing werd tot droog toe uitgedampt en het residu met sodahydraat gegloeid, waarbij de vorming van een groene rand de aanwezigheid van een geringe hoeveelheid mangaan bewees.

Vergelijken wij nu onze uitkomsten met die onzer voorgangers:

	KLAPROTH.	STROMEYER.		WALMSTEDT.	BERZELIUS.	V. BAUMHAUER.
Kiezelzuur . . .	41,0	38,48	38,25	40,83	40,86	40,87
IJzeroxydul . .	16,6	11,19	11,75	11,53	11,72	12,11
Magnesia. . . .	38,5	48,42	49,68	47,74	47,35	46,93
Mangaanoxydul.		0,34	0,11	0,29	0,43	spoor
Nikkeloxydul. .		—		—	—	spoor
Tinoxyd		—		—	0,17	—
Aluinaarde . . .		0,18		—	—	—

zoo zien wij dat over de samenstelling van de olivin van de Pallasijzermassa geen twijfel kan bestaan; zij heeft tot samenstelling: $Fe\ Mg_7\ Si_4\ O_{16}$ of $\dot{Fe}^2\ \ddot{Si} + 7\ \dot{Mg}^2\ \ddot{Si}$, dus de procentische samenstelling:

Kiezelzuur	40,70
IJzeroxydul	12,13
Magnesia.	47,17

of de uiterst geringe hoeveelheid nikkel, die ik gevonden heb, aan de olivin behoort, of wel aan aanhangend geoxydeerd of ingesloten nikkelijzer, niettegenstaande de genomen voorzorgen, wil ik niet beslissen.

IETS OVER J. E. DOORNIK

EN

ZIJN AANDEEL AAN DE ONTWIKKELINGS-HYPOTHESE,

GEVOLGD DOOR

EENIGE OPMERKINGEN AANGAANDE DEN TEGENWOORDIGEN STAAT DER LAATSTE.

DOOR

P. HARTING.

Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 25 Febr. 1871 *).

Er zijn sommige vraagstukken die, na een tijdlang de gemoederen te hebben bezig gehouden, wederom op den achtergrond geraken. Wat er over te zeggen viel, is gezegd. De hoop van hen door nader onderzoek op te helderen wordt allengs geringer en daarmede verflaauwt de belangstelling. Eindelijk spreekt men er bijna niet meer over. Maar plotseling ontwaakt die belangstelling weder, zoodra zich nieuwe gezigtspunten opdoen, die de hoop weder doen verrijzen, dat men eene schrede nader zal kunnen doen tot oplossing van het vraagstuk. Dan is het voor velen, die weinig bekend zijn met de geschiedenis der wetenschap, alsof dit vraagstuk nu voor het eerst aan de orde wordt gesteld. Dat men zich reeds vroeger ijverig daarmede heeft bezig gehouden, is bijna vergeten, en vooral het jeugdige geslacht, hetwelk zoo ligt gelooft dat juist zijn tijd de Jupiter is, waaruit Minerva in volle wapenrusting is geboren, acht het ter naauwernood der moeite waard den blik achterwaarts te slaan en dien te vestigen op vroegere toestanden der wetenschap, noch op de mannen die toen geleefd en gewerkt hebben en den

*) Bij gelegenheid van de aanbieding der Nederlandsche vertaling door Dr. H. HARTOGH HEYS VAN ZOUTEVEEN van het werk van CH. DARWIN, *de Afstamming van den mensch*.

tegenwoordigen toestand hebben voorbereid. Enkele groote namen, als die van eenen GALILEI, KEPPLER, HUYGENS, NEWTON, LINNAEUS, BUFFON, LAVOISIER, CUVIER, e. a. zijn wel is waar met te duidelijke letteren in de geschiedenis der wetenschap geschreven, dan dat zij immer zouden kunnen worden over het hoofd gezien, maar die van hunne talrijke mede-arbeiders, die hoewel zij zich niet zoo op den voorgrond bewogen, toch een werkzaam aandeel hebben genomen aan den vooruitgang der wetenschap, loopen gevaar van vergeten, ja eerlang geheel uitgewischt te worden. Niet het minst zijn het de namen onzer Nederlandsche geleerden, wien dit gevaar dreigt. Van menigeen is de arbeid buiten 's lands geheel onbekend gebleven. In de nieuwere geschriften, ook in de hand- en leerboeken, die meerendeels geheel of gedeeltelijk van vreemden oorsprong of althans naar vreemd model bewerkt zijn, vindt men, ook dan wanneer de schrijver niet verzuimd heeft minstens een lijstje te geven van duitsche, fransche en engelsche *dii minores*, den Nederlander, die voor het minst gelijk regt had daaronder eene plaats in te nemen, met stilzwijgen voorbijgegaan.

Het zij mij vergund het gezegde met een voorbeeld te staven, en daardoor tevens een zij het ook te laat regt te laten wedervaren aan een verdienstelijk landgenoot, van wien men zeggen kan dat hij in menigerlei opzigt zijnen tijd vooruit is geweest. Ik bedoel J. E. DOORNIK, die in het begin dezer eeuw te Amsterdam *) als Medicinae doctor de geneeskundige practijk uitoefende en een groot vriend van den dichter HELMERS was, aan wien hij ook een bundel zijner verhandelingen heeft opgedragen, namelijk dien welken hij uitgaf, toen hij gereed stond in 1816 het vaderland te verlaten, om naar Java te vertrekken.

*) Omtrent de levensgeschiedenis van DOORNIK is mij slechts zeer weinig bekend. Dat hij, minstens tot in 1808, zijn verblijf te Amsterdam hield, blijkt uit den titel van zijn in dit jaar verschenen geschrift over den oorspronkelijken mensch. Mijn ambtgenoot de Hoogleeraar H. C. VAN HALL deelt mij echter mede, dat hij in het bezit is van eene eigenhandige verklaring van JACOB ELISA DOORNIK, Medicinae doctor te Apeldoorn, met betrekking tot eene zaak van zijnen vader, Mr. M. C. VAN HALL, afgegeven te Apeldoorn 26 Februarij 1813. Indien dit, gelijk uit hoofde van de overeenkomst der voornamen voor meer dan waarschijnlijk mag gehouden worden, dezelfde persoon is, dan had hij derhalve toen Amsterdam verlaten en zich te Apeldoorn gevestigd. De voorrede zijner *Wijsgeerig-Natuurkundige Verhandelingen* is gedateerd: Velp bij Apeldoorn, Junij 1816.

Bijna al de geschriften van DOORNIK *) zijn van wijsgeerig-natuurkundigen inhoud. Het was er echter ver af dat zijne natuurwijsbegeerte iets gemeens had met de toen bij onze Duitsche naburen zooveel opgang makende *Naturphilosophie* van OKEN en SCHELLING, daar waar deze zich in vaak ijdele bespiegelingen verloren. DOORNIK stond integendeel geheel op het standpunt van KANT, waarvan hij een groot bewonderaar was †).

---

*) De titels van DOORNIK's geschriften, voor zoover zij mij bekend zijn geworden, deels door vriendelijke mededeeling van Dr. G PH. F. GROSHANS, zijn de volgende :

J. R. DEIMAN, *gedacht in eene redevoering door* J. E. D., *en in een dichtstuk door* J. KINKER. Amsterdam, 1800.

Aanmerkingen op het veronderstelde vermogen der koepokstof, om, door derzelver Inenting, den Mensch voor de wezenlijke Menschenpokken te beveiligen. Amsterdam, 1801.

Verhandeling over de Levenskragt, volgens Dynamische grondbeginzelen. Amsterdam, 1802. — Zie de recensie in de *Vaderlandsche Letteroefeningen*, 1802, A, bl. 237.

Proeve eener opheldering van 's menschen oordeel, aangaande het doelmatige in de Natuur. Amsterdam, 1803. — *Vad. Letteroef.* 1804, A, bl. 344.

De Herssen–Schedelleer van F. J. GALL, *getoetst aan de Natuurkunde en Wijsbegeerte.* Amsterdam, 1801. — *Vad. Letteroef.* 1805, A, bl. 310.

Voorlezingen over F. J. GALL's *Herssen-Schedelleer.* Amsterdam, 1806. -- *Vad. Letteroef.* 1807, A, bl. 39.

Wijsgeerig-natuurkundig onderzoek aangaande den oorspronkelijken mensch en de oorspronkelijke stammen van deszelfs geslacht. Amsterdam, 1808.

Wijsgeerig-natuurkundige verhandelingen. Arnhem, 1816. — In dezen bundel, waarvoor het aan SENECA ontleende motto: „ *Veniet tempus, quo posteri tam aperta nos nescisse mirentur,*" en tegenover den titel het goed gegraveerde portret des schrijvers geplaatst is, — zijn de volgende opstellen bevat: *Over het Nut der speculative Wijsbegeerte in de Natuurkunde ; — Over de Voortreffelijkheid der Aardekunde ; — Over de overblijfselen van het Menschelijk ligchaam als toevallige delfstof ; — Over het begrip van Levenskracht uit een Geologisch oogpunt beschouwd ; — Algemeene Beschouwing van eene natuurlijke geschiedenis van het Menschelijk geslacht ; — Over het ontoereikende der Volksgeschiedenis als genoegzame bron eener geschiedenis van het Menschelijk geslacht ; — Proeve eener oplossing van het vraagstuk aangaande den Atlantis ; — Losse gedachten over het zoogenaamd dierlijk Magnetismus.*

Observations concerning fossil organic remains, in SILLIMAN's *American Journal.* 1829, p. 90.

Het menschelijk organismus, beschouwd uit een psychologisch oogpunt of het verband tusschen geest en stof. Amsterdam, 1831.

†) Op bl. 13 zijner *Wijsgeerig-natuurkundige Verhandelingen*, in de noot, maakt hij gewag van eene verhandeling over de *Dynamica*, naar aanleiding van KANT's *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, door hem geplaatst in het *Magazijn voor de Critische Wijsbegeerte*, van P. VAN HEMERT.

Zijne geschriften geven getuigenis van eene buitengewone belezenheid en grondige kennis, gepaard aan een helder, onbevangen, onafhankelijk oordeel, en de zeldzame gave van een tal van feiten, ontleend aan verschillende natuurwetenschappen, — geologie, physische geographie, chemie, anatomie, zoologie, enz., — zoo te vereenigen, dat zij onder meer algemeene gezigtspunten worden gebragt. Zijn stijl is kort, bondig, niet altijd vrij van eene zekere stroefheid, maar streng logisch, en hij is zeer behoedzaam in het trekken van besluiten, die niet voldoende door de op feiten gegronde redeneering geregtvaardigd zijn.

Het is geenszins mijn voornemen bij al die geschriften stil te staan, maar ik wil slechts kortelijk de aandacht vestigen op twee daarvan, namelijk op zijn: *Wijsgeerig-natuurkundig onderzoek aangaande den oorspronkelijken mensch en de oorspronkelijke stammen van deszelfs geslacht*, in 1808 verschenen, en de verhandeling *Over het begrip van Levenskracht uit een geologisch oogpunt beschouwd*, welke, te oordeelen naar eenige uitdrukkingen, omstreeks denzelfden tijd geschreven is, maar eerst in 1816, tegelijk met eenige andere, door hem werd uitgegeven. Uit beide deze geschriften leeren wij DOORNIK kennen als voorstander van de ontwikkelings-hypothese, dat is van de stelling: dat de onderscheidene vormen, waarin zich het leven in opvolgende tijden geopenbaard heeft, allengs de eene uit de andere ontstaan zijn. Hij bestrijdt de meening alsof van tijd tot tijd door algemeene omwentelingen aan de oppervlakte onzer planeet het geheele organische leven verwoest zoude zijn en telkens uit een chaos wederom eene geheel nieuwe schepping te voorschijn zou zijn getreden, — eene meening die, gelijk men weet, zelfs tot voor weinige jaren vrij algemeen gehuldigd werd, — en beschouwt daarentegen de geheele organische schepping als een zamenhangend geheel, waarvan de lagere afdeelingen het eerst ontstaan zijn, terwijl er een duidelijk streven naar eene steeds toenemende volkomenheid zigtbaar is. Met andere woorden, hij staat geheel op het standpunt, waarop zich later LAMARCK ten opzigte der dierenwereld, nog later PREVOST en vervolgens LYELL ten opzigte der geologische geschiedenis van onzen aardbol hebben geplaatst. Ook omtrent de zoogenaamde levenskracht heeft hij veel gezondere begrippen dan velen nog lang na hem ge-

koesterd hebben, ja sommigen nog koesteren *). Leven is voor hem in den ruimsten zin: de openbaring van elke kracht, in den meer beperkten, de openbaring der algemeene grondkrachten der natuur in de bewerktuigde lichamen, die wij planten en dieren noemen. Hunne bewerktuiging is voor allengsche wijzigingen vatbaar, overeenkomstig de gewijzigde omstandigheden. Hoe hij zich dit voorstelde, blijkt vooral uit het eerste der genoemde geschriften, waarin hij bepaaldelijk den oorsprong van den mensch behandelt. Om dit geschrift goed te beoordeelen, moet men zich geheel verplaatsen in den tijd waarin het geschreven is. Er waren toenmaals zeer weinigen, die twijfelden aan de waarheid van het Mosaïsche scheppingsverhaal van den mensch, vooral niet nadat de geschiedkundige nasporingen van KANT, van HERDER, ZIMMERMANN en GIRTANNER, die alle naar de hooglanden van midden-Azië als de bakermat der beschaving heenwezen, er toe geleid hadden om ook daar het Eden te plaatsen, waarvan dit verhaal gewag maakt. Wat de lagere menschenrassen aangaat, zoo beschouwde men deze als teruggegane, verbasterde nakomelingen van het eerste menschenpaar. Toch hebben reeds van oude tijden af ook juist daaraan tegenovergestelde denkbeelden bij sommigen bestaan. De zoodanigen stelden zich veeleer eene allengsche vervolkomening van het menschelijk geslacht voor, dat zijn bestaan zoude begonnen hebben in eenen zuiver dierlijken toestand, nog ver beneden dien van de wildste thans levende volken. Sporen van zulk eene voorstelling vindt men reeds bij CICERO †) en bij HORATIUS §).
In veel lateren tijd huldigde haar ook ROUSSEAU **), ofschoon

*) Die denkbeelden treffen wij trouwens reeds aan in zijne in 1802 uitgegeven verhandeling over dit onderwerp. Hij betoogt daarin: „dat de Levenskragt eene „afgeleide kragt der algemeene grondkragten der stoffe zy; dat de gewyzigde men„ging en vorming der stoffen het organismus uitmaakt. Het leven heeft deszelfs „grond in deze gewyzigde menging en vorming der stoffen; levende stof, of or„ganische stof, is hetzelfde denkbeeld; Leven, afgescheiden van organische stof, „laat zich niet denken; alzo Leven geen oorzaak, maar gevolg is.” Men zoude het thans niet veel beter kunnen zeggen.

†) *De inventione*, Lib, I, Art. 2.

§) *Sermonum* Lib. I, Sat. 3.

**) In zijn *Discours sur l'origine et les fondements de l'inégalité parmi les hommes*.

hij toch den opgerigten stand en gang als aan den mensch van den beginne af eigen erkent. Zelfs dit laatste echter werd op het einde der vorige eeuw bestreden door den Paviaanschen hoogleeraar MOSCATI *), in weerwil der grondige redenen die onze CAMPER †) reeds toen had aangevoerd om te bewijzen dat de geheele bouw van het menschelijk ligchaam zijne opgerigte houding noodzakelijk maakt. Eenen nog meer bepaalden vorm aan de hypothese van het allengs ontstaan der hedendaagsche menschen uit lagere vormen gaf Dr. F. J. SCHELVER, die in een opstel, geplaatst in WIEDEMANN's *Archiv für Zoologie und Zootomie* van het jaar 1802, in strijd met de meest gangbare meening, beweerde dat Afrika de geboorteplaats van het menschelijk geslacht was, dat de negers nog het meest aan den oorspronkelijken mensch nabij kwamen, en dat die oorspronkelijke mensch, de diermensch, tot het geslacht der apen had behoord. Dit een en ander wordt in 18 bladzijden behandeld. Ik noem dit getal bladzijden, om te doen zien, dat het opstel van SCHELVER geen aanspraak mag maken op den naam van een tot in de bijzonderheden van het onderwerp afdalend betoog, maar eigenlijk niet veel meer was dan eene beknopte uiteenzetting zijner hypothese.

DOORNIK kende het opstel van SCHELVER, toen hij zes jaren later zijne bovengenoemde verhandeling schreef, welke 193 tamelijk compres gedrukte bladzijden beslaat en geheel den stempel van oorspronkelijkheid draagt. Hij bestrijdt dan ook in zoo verre het gevoelen van SCHELVER, dat hij geenszins in Afrika de uitsluitende geboorteplaats van het menschelijk geslacht ziet, maar evenmin in de hooglanden van Azië. Hij is integendeel van meening dat elk der verschillende hoofdrassen, waarvan hij er zes aanneemt, zijne eigene plaats van ontstaan heeft gehad, en staaft deze meening met vele aan de physische geographie, de geschiedenis en de ethnologie ontleende gronden. Voor zoo ver ik weet, is dit de eerste maal, dat tegenover de algemeen

*) In eene mij overigens onbekende verhandeling, aangehaald bij BAKKER, *Oorspronkelijke stam van het menschelijk geslacht*, p. 54.

†) *Over den Orang Outang*, in zijne Natuurk. Verhandelingen. Amsterdam, 1782, bl. 69.

aangenomen eenheid van oorsprong van het menschelijk geslacht de meervoudigheid van zijn oorsprong werd gesteld, die later zoo vele voorstanders heeft gevonden, en die dan ook inderdaad, zoolang men den ouderdom van het menschelijk geslacht op eenige weinige duizende jaren stelde, alleen verdedigbaar was.

Vervolgens treedt hij in eene uitvoerige vergelijking van het maaksel van het skelet des negers met dat van den europeaan en knoopt daaraan eenige punten uit de anatomie der apen, vooral van den orang oetan, om te doen zien dat eenige bijzonderheden, waardoor zich de neger van den beschaafden bewoner van Europa onderscheidt, bij den orang oetan, ofschoon naar overdreven maatstaf, worden terug gevonden. Zijn daaruit afgeleid besluit drukt hij (p. 163) op de volgende wijze uit:

„Ik aarzel daarom niet, om te stellen, dat de oorspronglijke „mensch, tot de familie van den ourang outang behoort, in „zoo verre de laatste hem als diermensch zoo gelijkvormig is, „schoon ik tevens erken, dat, al konde den ourang outang, uit „kracht van zijn herssengestel, tot eene veel hogere ontwikke-„ling gebragt worden, dan tot hiertoe door de bloote mede-„werking der natuur geschied is, de mensch, door daadzaken, „bewezen heeft, dat hij, als mensch, zig niet alleen boven alle „dieren verheft, maar zelfs, als zoodanig, tot de classike orde „der dieren niet behoort."

Ik voer deze woorden aan om te doen zien dat het geenszins in DOORNIK's bedoeling lag om den thans bestaanden mensch tot een bloot dier te verlagen. Integendeel, hij erkent ten volle de oneindig hoogere voortreffelijkheid van den mensch, maar zoekt aan te toonen hoe door hetgeen hij v e r a d e l i j k i n g, of ook wel v e r r e d e l i j k i n g of v e r m e n s c h e l i j k i n g noemt, alle voortreffelijke eigenschappen, die thans het eigendom van den mensch zijn, zich langs den natuurlijken weg hebben kunnen ontwikkelen.

Het zoude ons veel te ver leiden, indien ik den schrijver in zijne bewijsvoering wilde volgen. Trouwens het was mij slechts te doen om in eenige breede trekken het standpunt te doen kennen, waarop DOORNIK zich geplaatst had. Dit standpunt was te zeer afwijkend van het gewone om geen tegenspraak uit te lokken. Twee jaren later, in 1810, verscheen dan ook eene uit-

voerige verhandeling van G. BAKKER, toen *Medicinae doctor* te Haarlem, later hoogleeraar in de anatomie en physiologie aan de Groningsche hoogeschool. In deze verhandeling, die mede met veel talent geschreven is, zoekt BAKKER vooreerst de regtzinnige voorstelling van het eerste verschijnen des menschen in eenig deel van Azië waarschijnlijk te maken. Dit gedeelte zijner wederlegging is echter het zwakst. Daarentegen bevat dat gedeelte der verhandeling, waarin het maaksel van het menschelijk ligchaam vergeleken wordt met dat der apen vele zeer juiste opmerkingen, waardoor het groote verschil tusschen beiden in een helder licht wordt gesteld en de groote onwaarschijnlijkheid aangetoond dat het menschelijk geslacht van eene of andere aapsoort zoude afstammen.

Wat in beide deze verhandelingen vooral lof verdient, is de kalme, bezadigde, echt wetenschappelijke toon, waarin zij geschreven zijn. Nergens ontmoet men daarin een enkel woord, waardoor de anders denkende zich zoude kunnen gegriefd gevoelen, nergens iets dat naar spot of verdachtmaking zweemt. In dit opzigt munten beide geschriften onzer landgenooten verre uit boven verscheidene die in onzen tijd over hetzelfde onderwerp geschreven zijn.

Het herlezen van zulke voor meer dan zestig jaren verschenen verhandelingen, waarin de toenmalige toestand van een hoogst gewigtig vraagstuk grondig is uiteengezet, biedt een eigenaardig genot aan. Als van zelf wordt men er toe geleid om dien toestand met den tegenwoordigen te vergelijken en de vorderingen te overzien, welke de wetenschap in dit tijdsbestek gemaakt heeft. Die vorderingen zijn groot. Niet alleen toch hebben zich tallooze ontdekkingen opeengestapeld, waardoor onze gezigtskring zeer verruimd is, maar sommige onderdeelen der wetenschap, die tot het op te lossen vraagstuk in naauwe betrekking staan, zoo als de geologie en palaeontologie, hebben eene geheel andere gedaante verkregen, andere, zoo als de ontwikkelingsgeschiedenis en de vergelijkende taalstudie, kunnen gezegd worden eerst in dien tijd ontstaan te zijn.

Het zij mij vergund het standpunt, waartoe de hedendaagsche wetenschap, naar mijne opvatting daarvan, gekomen is, in eenige korte stellingen aan te wijzen.

Daar echter het vraagstuk aangaande den oorsprong van het menschelijk geslacht slechts een onderdeel is van het veel meer omvattende algemeene vraagstuk aangaande den oorsprong der verschillende vormen van organische wezens, die thans leven en vroeger geleefd hebben, en het eene niet opgelost kan worden zonder het andere, zoo zal ik deze stellingen in twee categoriëen splitsen: in algemeene en bijzondere, welke laatste alleen betrekking hebben tot den oorsprong van het menschelijk geslacht.

A. Algemeene stellingen.

1. De organische schepping maakt een onafgebroken geheel uit, van het eerste verschijnen van levende wezens op aarde af tot aan den tegenwoordigen tijd toe.

2. De vormen, waarin zich het leven opvolgend geopenbaard heeft, zijn steeds in overeenstemming geweest met de levensvoorwaarden en deze met de levensomstandigheden.

3. De levensvormen zijn het produkt van twee factoren: van de erfelijkheid der eigenschappen, die bewarend, en van het zich voegen (adapteeren) naar de levensomstandigheden, dat veranderend werkt.

4. Met en tengevolge van de allengs voortgaande veranderingen, waarvan de oppervlakte der aarde het tooneel is geweest, en van de ontwikkeling van de organische wereld zelve, heeft er eene voortdurende differentiëering der levensomstandigheden plaats gegrepen, waarmede eene differentiëering der levensvormen gelijken tred heeft gehouden.

5. Gedurende het bestaan van het organische leven op aarde, zijn de levensvormen allengs zamengestelder geworden, in dien zin: dat zich bij de lagere en eenvoudigere vormen hoogere en zamengesteldere hebben gevoegd, die in het bezit waren van organen en organenstelsels, welke bij de vroeger geleefd hebbende vormen niet of in minder ontwikkelden toestand bestonden.

6. De ontwikkeling der organische vormen is echter niet eene in alle rigtingen progressieve geweest; zij is in bepaalde gevallen weder regressief geworden, zoowel ten aanzien der bij-

zondere levensvormen als ten aanzien der organen. Van laatstgenoemden kunnen, als gevolg van het beginsel der erfelijkheid, bij latere generatiën nog zeer langen tijd sporen (rudimenten) overblijven, ook dan wanneer deze geenerlei voor het leven nuttige beteekenis meer hebben. Deze kunnen beschouwd worden als herinneringsteekens van vroegere toestanden, waarin die deelen wèl eene nuttige beteekenis hadden.

7. De tijd, gedurende welken de aarde door levende wezens bewoond is geweest, is onberekenbaar lang en volkomen toereikend voor de voorstelling dat de nakomelingen van oorspronkelijk gelijke vormen, door zeer kleine, bij de individu's optredende verschillen, — maar die, zich erfelijk voortplantende en zich accumuleerende gedurende eene reeks van opvolgende generatiën, allengs grooter werden, — eindelijk zoozeer van elkander verschillen, dat zij tot onderscheidene soorten, geslachten, familiën, orden en zelfs klassen worden gebragt.

8. Eene onderlinge vergelijking der levensvormen leert, dat zij de verwerkelijking zijn van een beperkt getal van grondplannen, met tallooze kleinere en grootere wijzigingen in de bijzonderheden der uitvoering, zonder dat daardoor het grondplan ophoudt herkenbaar te zijn. Deze gelijkheid van het plan van bewerktuiging van overigens door gedaante en levenswijze zeer uiteenloopende wezens wijst met waarschijnlijkheid op eenen gemeenschappelijken oorsprong.

9. De ontwikkeling der individu's, welke binnen een kort tijdsbestek plaats grijpt, levert tot op zekere hoogte een getrouw beeld van de opeenvolging der verschillende levensvormen in de zeer lange tijdruimte, welke verstreken is, sedert de aarde de woonplaats van levende wezens is geworden. Elke individueele levensvorm doorloopt gedurende zijne ontwikkeling eene reeks van toestanden, welke voor andere, op eenen lageren trap staande levensvormen blijvende zijn. Ook de ontwikkeling van het individu gedurende het vruchtleven is deels progressief, deels regressief. Organen, die gedurende een zekeren toestand der vrucht eene nuttige beteekenis hadden, verdwijnen weder of laten slechts sporen achter.

B. Bijzondere stellingen, met betrekking tot den oorsprong van het menschelijk geslacht.

10. De beschaving is niet van één maar van verscheidene middelpunten uitgegaan. Alleen de Indo-germaansche beschaving heeft haar bron in de hooglanden van Midden-Azië. Er bestaat derhalve geene enkele reden, om daar, met uitsluiting van andere gedeelten der aarde, de plaats van oorsprong van het menschelijk geslacht te zoeken.

11. De ouderdom van het menschelijk geslacht is zeer veel grooter dan men vroeger gemeend heeft. Zelfs de geschiedkundige oorkonden, afkomstig uit eenen tijd, toen de beschaving van sommige volken reeds eenen vrij hoogen trap had bereikt, reiken eenige duizende jaren verder.

12. Eene menigte van feiten duidt aan, dat aan dien geschiedkundigen tijd eene veel langere tijdruimte is voorafgegaan, gedurende welken Europa reeds bewoond werd door wilde volksstammen, die in leefwijze overeenstemden met andere nog heden ten dage levende volken, welke op eenen zeer lagen trap van beschaving staan. Het is derhalve hoogst waarschijnlijk, dat overal aan den toestand van beschaving een wilde toestand is voorafgegaan, en dat de beschaving, hoewel zij in den loop der tijden en bij bepaalde volken ook van elders kan zijn ingevoerd, toch eenmaal door allengsche zelfstandige ontwikkeling ontstaan is.

13. De oudste menschelijke bewoners van Europa leefden gelijktijdig met verscheidene thans uitgestorven soorten van dieren, in eenen tijd, toen de gedaante van dit werelddeel en de verdeeling van land en water daarin aanmerkelijk verschilden van de tegenwoordige.

14. Het is niet waarschijnlijk dat ergens in Europa de plaats van oorsprong van het menschelijk geslacht is geweest, maar dat dit werelddeel eerst door menschen is bevolkt geworden, nadat deze elders de eerste trappen van beschaving bereikt hadden. Vermoedelijk was de eerste woonplaats, die tevens de plaats van oorsprong was, tusschen of nabij de keerkringen gelegen of althans in eene streek, waarvan het klimaat met dat der he-

drumana uit eenen gemeenschappelijken stam ontsproten zijn, waarvan een sterk divergeerende tak tot het menschelijk geslacht is geworden. Deze differentiëering moet dan echter reeds in een onberekenbaar lang verleden tijd hebben plaats gegrepen

In dit een-en-twintigtal stellingen, welker behoorlijke uiteenzetting en betoog een dik boekdeel zoude vorderen, is het standpunt aangewezen, waartoe, naar mijne overtuiging, elk met noodzakelijkheid moet komen, die, op grond onzer tegenwoordige kennis, het grootste raadsel tracht optelossen, dat de natuur den denkenden mensch aanbiedt, en waarnaar in den loop der laatste jaren DARWIN, LYELL, LUBBOCK, HUXLEY, CARL VOGT, HAECKEL en anderen hebben gestreefd, nadat het bekende boek des eerstgenoemden: *On the origin of species*, dit vraagstuk op nieuw aan de orde had gesteld. Aan die oplossing ontbreekt nog zeer veel. Al te dikwijls moet eene op analogiëen steunende redeneering de leemten aanvullen, welke het gemis van bepaalde, op regtstreeksche waarneming steunende feiten open laat. Waar wij zekerheid verlangen, ontmoeten wij dikwijls slechts waarschijnlijkheid. Toch is de vooruitgang, sedert den tijd waarin DOORNIK zijne verhandeling schreef, onmiskenbaar. Wij vorderen, zij het ook met langzame schreden. De grondslag, waarop het gebouw kan worden opgetrokken, is veel breeder en ook steviger geworden. Zal het aan de wetenschap van volgende eeuwen immer gelukken het raadsel van 's menschen oorsprong volkomen optelossen? Zal men eenmaal de scheppingsgeschiedenis van het menschelijk geslacht zoo geheel doorgronden, dat er geene twijfelingen, geene bezwaren, geene vragen meer overblijven? Ik geloof het niet. Daartoe is het vraagstuk veel te ingewikkeld en de kans om de feiten te ontdekken, die veroorlooven zullen eenen zekeren blik in het verledene te slaan, te gering. Wanneer men echter in lateren tijd de geschiedenis van dit vraagstuk schrijft, dan zal de schrijver billijkerwijze aan onzen landgenoot DOORNIK de getuigenis moeten geven: dat hij een der eersten geweest is, die met een voorloopig goed gevolg den eenigen weg heeft ingeslagen welke tot die oplossing bij mogelijkheid leiden kan, namelijk dien van zorgvuldig critisch onderzoek der feiten, hunne onderlinge vergelijking en daarop steunende logische redeneering.

NAAM-REGISTER

OP DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING,

2de REEKS. DEEL I TOT V. 1865–1871.

ZAAK-REGISTER

OP DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING,

2de REEKS. DEEL I TOT V. 1865—1871.

ERRATA.

Bladz. 346.

Reg. 16 v. b. „dat de basten, onder de nummers I en IV” *lees* „dat de bast, onder nummer I”.

Reg. 19 v. b. „waren” *lees* „was”.

Reg. 20 v. b. „II en III” *lees* „II, III en IV”.

Bladz. 347.

Reg. 3 v. b. „haren” *lees* „zijn”.

Reg. 7 v. o. „haren” *lees* „zijn”.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

ZESDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1872.

GEDRUKT BIJ DE BOEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZESDE DEEL,

TWEEDE REEKS.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

DE PROJECTIE DER GEZICHTSVERSCHIJNSELEN

NAAR DE RICHTINGSLIJNEN,

DOOR

F. C. DONDERS.

In mijne bijdrage tot *het binoculaire zien en de voorstelling der derde dimensie* *) werd, onder zeker voorbehoud, de projectie-theorie naar de richtinglijnen tegen EWALD HERING in bescherming genomen.

Ik sprak daar de onderstelling uit, dat HERING's bestrijding der genoemde theorie hoofdzakelijk dááraan was toe te schrijven, dat hem het vermogen ontbreekt, uit de convergentie der gezichtslijnen over den afstand van het gefixeerde punt te oordeelen. Aan dit geheel individuëel gemis meende ik het te mogen wijten, dat HERING, in plaats van zich te bepalen tot zekere „Einschränkung der Theorie," elders in het voorbijgaan door hem aangeroerd †), eene algeheele reformatie in de leer der richting van het zien had noodig geacht.

HERING §) is tegen die onderstelling opgetreden. Hij beweert zeer bepaald „die Befähigung zur Beurtheilung der Entfernung aus der Convergenz *in demselben Grade*, *wie jeder Andere*"

*) *Archief voor natuur en geneeskunde*. D. II. 1865.

†) *Beiträge zur Physiologie*. 2tes Heft. *Von den identischen Netzhautstellen*. Leipzig 1862. p. 142.

§) *Archiv f. Ophthalmologie, herausgegeben* VON ARLT, DONDERS und VON GRAEFE. B. XIV. I Abth. S. 1. — 1869.

te bezitten; en tot staving hiervan haalt hij een plaats aan uit het tweede stuk zijner *Beiträge* *), die inderdaad bewijst, dat, bij stereoscopische proeven met bewegelijke beelden, de *verandering* van convergentie invloed heeft op zijne voorstelling van afstand. Het zij verre van mij, daaraan te twijfelen. Maar volgt daaruit, dat HERING even goed in staat zou zijn als ieder ander, om uit de convergentie — ik bedoel niet uit verandering der convergentie, maar uit de *absolute* — over afstand te oordeelen? — Bovendien, in het eerste stuk zijner bijdragen, waarin de projectie-theorie reeds voor die der „identische Sehrichtungen" zwichten moest, zoekt men te vergeefs naar eenig bewijs, dat de schrijver zich dit zijn vermogen, zoover het dan aanwezig zij, bewust was. Van het tegendeel vinden wij er bewijzen te over. Zoo verklaart HERING in § 12, dat twee gelijke vlekken, eenige centimeters van elkander gelegen, met of zonder overkruising der gezichtslijnen in beide oogen tot vereeniging gebracht, zich in beide gevallen op denzelfden afstand vertoonen, en wel op gelijken afstand, alsof men een en dezelfde vlek met beide oogen fixeerde. En mocht men, zoo gaat de schrijver voort, de bij overkruising geziene vlek nog „etwas heranziehen" kunnen, — van twee op een tafel liggende gelijke geldstukken blijft het afwisselend met en zonder overkruising vereenigde beeld onveranderd op den afstand, waarop men met beide oogen een en hetzelfde geldstuk ziet.

Nu ken ik weinig proeven, die zoo overtuigend leeren als deze, dat de bewuste aanstoot tot convergentie de voorstelling van den afstand beheerscht. Herhaalt men de proef eenige malen snel achter elkander, daarbij het gewone zien met het fixeeren bij gekruiste gezichtslijnen afwisselende, zonder tijdens de verandering van convergentie op de voorwerpen bijzonder acht te slaan, dan is het alsof bij iedere convergentie de twee geldstukken van de tafel opspringen en in de lucht zich tot een kleiner vereenigen, om dan bij den overgang tot het gewone zien weer als twee grootere geldstukken op de tafel terug te vallen. Ook bij het onder verminderde convergentie samenbrengen der stukken tot een

---

*) S. 140.

beeld, behoeft men de tafel maar weg te denken, om schijnbaar een grooter geldstuk op grooteren afstand te zien. En blijft dit alles voor HERING verborgen, had ik dan geen recht aan te nemen, dat bij het oordeel over afstand de convergentie hem in den steek laat? In overeenstemming hiermede is dan ook zijn besluit *): „Die Entfernung, in welcher die „Bilder auf der Medianlinie erscheinen, d. h. ihre Sehferne, „ist nicht vom Durchschnittspunkte der Gesichtslinien bedingt, „sonder resultirt aus anderweiten Ursachen."

Anderen hebben uit HERING's geschriften hetzelfde gelezen. „Bei Hernn HERING" zegt HELMHOLTZ †) „scheint die Beur„theilung der Enfernung nach der Convergenz der Gesichts„liniën besonders unvollkommen zu sein, da er sie nach seinen „eigenen Beobachtungen ganz zu läugnen geneigt ist."

Ik sta dus niet alleen met mijn oordeel. Trouwens HERING §) zelf, wanneer hij zegt: „*Was mich selbst betrifft*, so tritt der Einfluss der „Augenbewegung hinter der überwiegenden Macht der im Netz„hautbilde selbst gelegenen Momente völlig zurück", schijnt aan zijn „*in demselben Grade wie jeder Andere*" getwijfeld te hebben.

In zijn repliek op mijn bedenkingen schrijft HERING de onjuiste oppreciatie zijner zienswijze in de eerste plaats daaraan toe, dat hij het bestaan van het spiergevoel, „die Existenz der Muskelgefühle", had geloochend. Indien er van zulk een misverstand kan sprake zijn, ik mag aannemen, dat HERING het althans niet van toepassing maakt op mij, die wel het eerst **), vroeger althans dan VON GRAEFE en NAGEL, de valsche localisatie bij paraese der spieren herkend en uit het juiste gezichtspunt verklaard heb. Trouwens, reeds de onderzoekingen van VOLKMANN ††) van 1839 hadden beslissend genoeg aangetoond, dat niet het spiergevoel, maar alléén de impulsie tot beweging onze voorstelling bepaalt.

---

*) *Archiv f. Anatomie und Physiologie* von REICHERT und DU BOIS-REYMOND. 1864 S. 27.

†) Handbuch der physiologischen Optik. S. 657.

§) l. c. 2tes Heft. S. 140.

**) Nederlandsch Lancet. Verlamming van den n. oculo-motorius. 1850. D. VI. bl. 427.

††) MUELLERS Archiv. 1839.

Ik heb het van groot gewicht geacht, duidelijk te doen uitkomen, dat HERING, toen hij de projectie-theorie verwierp, om er een andere voor in de plaats te stellen, in den waan verkeerde, dat voor de beoordeeling van den afstand van het gefixeerde de aanstoot tot convergentie van zeer ondergeschikte beteekenis is. Want hierin ligt de *cardo quaestionis*. Wie, bij eene juiste schatting van alle andere oogbewegingen, geen voorstelling erlangt van het innerveeren zijner convergentie, hij zal zich moeten vergenoegen met de gezichtsriehting op de halveeringslijn der convergentie aan te wijzen, zonder bepaling van afstand, en hieruit nu verder geleidelijk de theorie van HERING zich zien ontwikkelen. Maar wie, krachtens den aanstoot tot convergentie, het gefixeerde voorwerp in het kruispunt der richtingslijnen weet te plaatsen, hem zal het niet ontgaan, dat deze voor het directe zien zoo gewichtige uitkomst ook bij het indirecte zien de voorstelling beheerscht, en hij zal hiermede den grondslag gevonden hebben, waarop hij zijn theorie te bouwen heeft.

HERING koestert de hoop, dat ik mij tot zijne leer nog zal bekeeren *), en wel op grond, dat vele voortreffelijke waarnemers haar als „thatsächlich zutreffend" hebben erkend. De *juistheid* van HERING's leer heb ik niet bestreden: in zooverre was zijn hoop dus reeds vervuld, vóór ze nog was uitgesproken. Het is een feit, dat wij met elk onzer beide oogen afzonderlijk in een richting zien, als hadden wij slechts één

*) „Die Hoffnung, dass er (DONDERS) hier seine Meinung ebenso ändern wird, „wie in Betreff der Tiefenwahrnehmung," — zoo drukt de schrijver zich uit, als wilde hij te kennen geven, dat men aan de gemaakte bedenkingen, bij zoo wankelbare overtuiging als de mijne, niet veel waarde heeft te hechten. Het karakter van HERING is mij een waarborg, dat zoodanige insinuatie niet in zijne bedoeling lag. Maar tegen het argument zelf moet ik nog meer beslissend opkomen, dan tegen de argumentatie. Men doet aan de waarheid te kort, wanneer men zegt, dat ik ten aanzien der beoordeeling van de derde dimensie van meening veranderd ben. Ik heb gedwaald en mijne dwaling erkend. Maar waarin heb ik gedwaald? Slechts dáárin, dat ik van de beslissende proef, door mij zelven genomen, een andere uitkomst had verwacht als zij opleverde. De verdienste, van door niet beslissende proeven overtuigd te zijn geworden, laat ik gaarne aan anderen over.

mediaan cyclopenoog *). HELMHOLTZ ook, een dergenen, die door HERING van hunne dwaling zouden zijn overtuigd geworden, noemt dit *„einen richtigen Ausdruck der Thatsachen.”* Maar veelbeteekenend laat hij er op volgen: „wenn ich es auch nicht, wie der „genannte Beobachter (Herr HERING) als ursprüngliches Fundament „für die Erklärung der Gesichtserscheinungen benutzen möchté.” Inderdaad zondigt HERING's theorie niet door hetgeen zij affirmeert, maar door hetgeen zij ignoreert. Ze is niet onwaar, ze is slechts onvolmaakt. Maar door dat onvolmaakte gaat het hoogste verloren, waarnaar wij streven, het inzicht in den grond en in het genetisch verband der verschijnselen. HERING geeft ons, zooals hij zelf zegt, lijnen, die de richtingen van het binoculaire zien „mathematisch versinnlichen.” Maar wij verlangen meer. Wij willen begrijpen, langs welken weg onze voorstellingen zich vormen. En wanneer nu de ervaring leert, dat wij bij het binoculaire zien gelijktijdig over richting en afstand oordeelen en in den bewusten aanstoot tot beweging voor beide een gelijksoortigen grondslag vinden, dan geven wij een zoo bevredigend resultaat niet gaarne prijs voor eene theorie, die, wel beschouwd, toch slechts een abstracte formule is voor verschijnselen, wier eigenlijken grond zij veeleer verbergt dan openbaart.

Zoo scheen het mij dan belangrijk genoeg, de zoogenaamde projectie-theorie te verdedigen, wanneer ook niet volkomen die, waartegen HERING bij voorkeur zijn aanval richtte. Ik ben,

---

*) Hiermede zij niet gezegd, dat deze stelling onvoorwaardelijk geldig is. Wanneer, bij op een verwijderd punt gerichte gezichtslijnen, van ter zijde een smal voorwerp voor het eene, bijv. voor het rechter oog geschoven wordt, dan plaats ik het voor het rechter oog en bereik het daar met de hand. Met moeite gelukt het mij van mijne bij 't voorschuiven verkregen kennis te abstraheeren, en het te zien, alsof het midden voor mij lag. HELMHOLTZ (l. c. S. 612) verborg zijne armen achter een blad papier en bracht den vinger er boven uit, om op een verwijderd voorwerp als het ware te wijzen. Hij wees nu meestal zoo, dat, wanneer nu ook het andere oog geopend werd, het voorwerp tusschen de dubbelbeelden van den vinger stond, — dus in overeenstemming met de bedoelde stelling. Maar — zegt hij — „wenn ich meine Aufmerksamheit auf den Umstand concentrire, dass ich nur mit dem rechten Auge sehe und lebhaft an den Ort des rechten Auges im Kopfe denke und dann den Finger (van achter het papier) vorschiebe, um das fixirte Object zu verdecken, so schiebe ich ihn wirklich in der richtigen Richtung vor.”

namelijk, ook stellig voorstander van de leer der correspondeerende punten, die HERING met de projectie-theorie onvereenigbaar schijnt te achten. In mijne studiën over oogbewegingen *) heb ik de projectie-leer reeds in dat verband doen optreden. Er was twijfel geopperd omtrent het recht, om uit de richting der nabeelden tot die der meridianen te besluiten. Die twijfel berustte kennelijk op een confuse voorstelling van de grondslagen der projectie. Op den voorgrond nu stelde ik, dat men te onderscheiden had tusschen de projectie van het gezichtsveld, in zijn geheel, en die der afzonderlijke punten, in betrekking tot elkander. De eerste, die door 't directe zien is vertegenwoordigd, maakte ik afhankelijk van den bewusten aanstoot tot beweging, de tweede van de betrekkelijke ligging der getroffen netvliespunten. In mijn kort begrip der refractie-anomaliën †) werd, bij het onderzoek van de wijziging der projectie onder abnormale toestanden, aan deze essentiëele onderscheiding streng vastgehouden. Van dit standpunt nu is het niet moeielijk, de correspondeerende punten met de projectie naar de gezichtslijnen te verzoenen. Ik wil trachten, hier daarvan een proeve te leveren. Door een zelfstandige bewerking kan het veld der polemiek vermeden worden, waarop ik mij niet gaarne beweeg en vooral niet gaarne mannen ontmoet, zoo hoog door mij gewaardeerd als de schrandere EWALD HERING. In die bewerking zullen dan de voornaamste proeven, tegen de projectie-theorie aangevoerd, van zelf hare plaats vinden en óf met die leer worden in verband gebracht, óf als optische illusiën, onder abnormale voorwaarden van zien, verklaard worden. Ik zal trachten door eenvoudigheid duidelijk te zijn voor een ieder.

Om alle misverstand te voorkomen, zij hier al aanstonds gezegd, dat de projectie naar buiten door mij niet als een werking wordt opgevat, die rechtstreeks van het netvlies zou uitgaan. Reeds in 1846 §) heb ik tegen dergelijke beschou-

---

*) Holländische Beiträge zu den anatomischen und physiologischen Wissenschaften. 1847.

†) POGGENDORFF's *Annalen* en *Archiv für die Holländische Beiträge zur Natur und Heilkunde.* B. III. S. 856 u. f.

§) Zie mijne bewerking van RUETE's leerboek der Ophthalmologie. 1846. bl. 78.

wing gewaarschuwd, met het oog op de theorie, die de richting van projectie afleidt van de richting, waarin de lichtstralen het netvlies doordringen, eene theorie, die destijds nog bij een physioloog van naam weerklank gevonden had. Ik merkte op, dat bij volkomen verlamming van het netvlies ook de subjectieve beelden in een bepaalde richting worden geprojiciëerd, die de blinden ons met den vinger aanwijzen. En is in 't algemeen bewezen, dat onze voorstellingen haren naasten grond en hare zitplaats hebben in de hersenen, dan is daaronder ook de voorstelling begrepen der richting, waarin wij zien. Maar terwijl de werking van het centraalorgaan, waarop die voorstelling berust, bepaald wordt door een werking van het netvlies, die daarop in zekeren zin haren stempel zet, zoo kunnen de van de hersenwerking uitgaande projecties ook zeer wel beantwoorden aan de richtingslijnen van het netvlies. Dat zij daaraan zelfs noodzakelijk moeten beantwoorden, leert eene nadere analyse der voorwaarden, waaronder onze voorstellingen zich vormen en wijzigen.

Overigens, het zij hier ook reeds vermeld, moet de uitdrukking: *projectie naar de richtingslijnen* cum grano salis worden opgevat. Het schijnbare gezichtsveld beantwoordt, namelijk, niet volkomen aan het geometrische, en ook het schijnbare blikveld is met het geometrische niet in volmaakte overeenstemming. In den loop van mijn betoog zal, zooveel noodig, daarop nog gewezen worden. Hier zij het voldoende op te merken, dat alleen nabij de grenzen van 't gezichtsveld de bedoelde afwijkingen zeer merkbaar worden en — bovendien in geen betrekking staan tot de bezwaren, door HERING tegen de projectietheorie in het midden gebracht.

Ik begin met het *directe zien*.

1. *Een nabijgelegen binoculair gefixeerd voorwerp wordt gezien ter plaatse, waar het zich werkelijk bevindt: wij hebben een juiste voorstelling van zijn ligging, in betrekking tot ons zelven, dat is, in betrekking tot de plaats, door ons lichaam ingenomen.*

Van de juistheid dezer stelling overtuigen wij ons ieder

oogenblik. Zonder overleg grijpen wij naar elk voorwerp in onze nabijheid en bereiken het met de hand. Met den vingertop zelfs weten wij het bedoelde punt te treffen. Onnoodig is het, de beweging der hand daarbij met de oogen te volgen: na het voorwerp even gezien te hebben, kunnen wij de oogen sluiten, zonder gevaar van mis te tasten.

Deze proef alléén is voldoende, om te bewijzen, dat én de ligging, in betrekking tot ons zelven, én de plaats, waarheen een willekeurige impulsie onze handen voert, inzoover in het verband tusschen deze beiden juiste schatting van ieder afzonderlijk ligt opgesloten, ons naar waarheid voor den geest staat. Zelfs buiten het bereik onzer handen oordeelen wij met zooveel juistheid over richting en afstand en weten den aanstoot tot beweging daaraan zoo te doen beantwoorden, dat wij met een geworpen bal het bedoelde voorwerp treffen, of zelfs springende met den voet de bedoelde plek bereiken.

Wij constateeren hier, dat alvast bij beweging onzer ledematen het effect eener willekeurige impulsie juist wordt bestemd en vooruitgezien.

2. *Op de plaats, waar het gefixeerde punt zich werkelijk bevindt, kruisen zich de gezichtslijnen.*

Het gefixeerde punt vormt, zooals de oogspiegel mij onmiddellijk leerde, zijn beeld in ieder der foveae centrales. De lijn, die van de foveae centrales naar het gefixeerde punt gaat, is de gezichtslijn van het respectieve oog, de richtingslijn van het direct geziene punt.

In het gefixeerde punt kruisen zich ook de bliklijnen, die zich door de draaipunten der beide oogen naar dat punt uitstrekken. Wegens het verband dier bliklijnen tot de beweging, die hare overkruising in een bepaald punt voortbrengt, zou het nauwkeuriger kunnen schijnen, de projectie naar de kruising der bliklijnen en niet naar die der richtingslijnen te bepalen. In betrekking tot het indirecte zien kan echter alleen sprake zijn van richtingslijnen. Daarom passen wij dit begrip ook toe op het directe zien, waarvoor de gezichtslijnen de richtingslijnen zijn.

3. *Onze voorstelling plaatst dus het gefixeerde punt in het kruispunt der richtingslijnen.*

Deze stelling volgt uit de beide vorige. De syllogismus is deze. Wij zien het gefixeerde punt op zijn plaats; op die plaats kruisen zich de gezichtslijnen: wij zien het dus in het kruispunt des gezichtslijnen.

4. *Onze voorstelling der ligging van het gefixeerde punt berust op het bewustzijn der bewegings-innervatie, die de richtingslijnen daar tot overkruising bracht.*

Die innervatie betreft niet slechts de bewegingen van het oog, maar bovendien die van het hoofd en van het lichaam in het algemeen. Wanneer wij de oogen naar de eene zijde richten, dan wordt ook het hoofd en zelfs de tronk onwillekeurig naar dezelfde zijde gekeerd. Van de som dier bewegingen nu staat het effect ons naar waarheid voor den geest. Dat het verband tusschen die bewegingen organisch is, blijkt uit de proeven van ADAMÜK *), die bij prikkeling van een der heuvels van de corpora quadrigemina, bij honden, de beide oogen zich naar de tegengestelde zijde zag draaien, en bij sterker prikkeling *ook den kop* naar dezelfde zijde. Maar dit verband sluit geenszins vrije zelfstandige bewegingen uit. Zij kunnen elkander daarbij zelfs compenseeren. Merkwaardig zijn de snelheid en de zekerheid, waarmede dit geschiedt. Onder het draaien van het hoofd heen en weer om de verticale as, zelfs met aanzienlijke snelheid, zijn wij in staat, een gegeven punt blijvend te fixeeren, en dat de impulsie voor de hierbij vereischte oogbewegingen tegen die tot draaiing van het hoofd volkomen opweegt, volgt daaruit, dat wij het gefixeerde punt in rust zien. Opmerkelijk is het, met hoeveel juistheid wij een bepaalden stand telkens op nieuw weten aan te nemen. Proefondervindelijk kan men zich daarvan overtuigen met behulp van een kleinen en daarbij zeer lichten toestel, dien men in de te voren gemaakte moule onbewegelijk tusschen de tanden geklemd houdt. Hij bestaat uit een dun onbuigzaam plankje, dat twee slingers (lange draden met een in water hangend gewicht) en een magneetnaald draagt. Van de slingers, die zich voor graadbogen bewegen, wijst de eene de zijdelingsche overhelling van het me-

---

*) *Onderzoekingen, gedaan in het physiologisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool.* Tweede reeks. III. p. 141. Utrecht 1870.

diaanvlak (draaiing om de sagittale as), de andere de beweging in het mediaanvlak (draaiing om de transversale as) aan, terwijl de magneetnaald iedere draaiing om de verticale as constateert. Plaatst men zich nu tegenover een verticalen wand, met het doel om bij loodrechten stand van het hoofd het mediaanvlak ook loodrecht op den wand te richten, dan neemt men na iedere vrije lichaamsbeweging telkens op nieuw met groote nauwkeurigheid denzelfden stand aan. In vijf reeksen ieder van 10 tot 28 proeven, door Dr. ERNST PFLÜGER uit Bern alhier op mijn verzoek genomen, werd gemiddeld minder dan één graad afwijking van den middenstand gevonden:

a. voor draaiing om de verticale as,

b. voor zijdelingsche overhelling van het mediaanvlak;

c. voor draaiing in het mediaanvlak

	I.	II.	III.	IV.	V.
a.	0.7	0.72	0,82	0.69	0.87
b.	1.3	0.47	0.94	0.85	0.66
c.	0.8	0.78.			

De reeksen IV en V werden bij gesloten oogen genomen. Opmerkelijk is het, dat zij geene grootere afwijking vertoonen dan de andere. *)

Zoo hebben wij, naar HERING's uitdrukking, uit het bewustzijn der bewegingsinnervatie een beeld van ons lichaam in onze voorstelling, in betrekking waartoe de innervatie der oogspieren aan het waargenomene zijne plaats aanwijst.

Dat niet het spiergevoel, maar de willekeurige bewegingsinnervatie ons de aanwijzing geeft, werd reeds door de boven aangehaalde proeven van VOLKMANN in het licht gesteld, en is uit de valsche localisatie (naar de impulsie) bij paraese van sommige oogspieren nader gebleken.

5. *Wij onderscheiden, met* HERING, *eene innervatie voor het*

---

*) De toestel is tevens bestemd, om, bij open en bij gesloten oogen, zoowel in normalen als in abnormalen toestand, de uitgebreidheid te bepalen der lichaamsschommelingen, terwijl men zich zoo onbewegelijk houdt als mogelijk is. Wellicht zal deze methode tot vroegtijdige herkenning van ruggemergsziekten kunnen dienstig zijn Ik hoop hierover nadere waarnemingen en onderzoekingen mede te deelen.

richten van het dubbeloog, d. i. gelijkelijk van beide oogen, naar boven, naar beneden, links en rechts, voorts die voor adductie en abductie. De vier eerste vereenigen wij onder den naam van richtings-innervatie, de beide laatste onder dien van afstands-innervatie.

Op zich zelve reeds aannemelijk, is HERING's leer der bewegingen van het dubbeloog door ADAMÜK's *) proeven in beginsel voor goed gevestigd. ADAMÜK toonde aan, dat, alvast bij den hond en de kat, de beide oogen een gemeenschappelijke innervatie hebben, uitgaande van de voorste tubera der corpora quadrigemina. De rechter heuvel beheerscht de bewegingen der beide oogen naar de linker zijde, de linker die der beide oogen naar de rechter zijde. Door prikkeling van verschillende punten van iederen heuvel kan men alle richtingen van beweging te voorschijn roepen; maar altijd bewegen de beide oogen zich gelijktijdig en in een bepaald verband tot elkander. Sterke convergentie wordt verkregen door prikkeling van het achterste gedeelte, hetzij van den rechter, hetzij van den linker heuvel, en wel met benedenwaarts gerichte gezichtslijnen en vernauwing der pupil.

Een enkele impulsie van den wil kan dus geacht worden, iederen bewegingsvorm van het dubbeloog te beheerschen.

Met HERING moge men nu verder de zes genoemde vormen onderscheiden, al laat zich de juistheid van dit schema niet streng bewijzen. Het spreekt van zelf, dat er geen reden bestaat, om iederen vorm aan één bepaalde spier te verbinden. Dit moge gelden voor de bewegingen naar de rechter of linker zijde, maar even goed kan een enkelvoudige innervatie zich over meer spieren op ieder oog en zelfs nog verder uitstrekken. Welke vormen men overigens onderscheide, zal toch schier iedere beweging uit een dubbele richtings-innervatie en uit een afstands-innervatie, hetzij van adductie hetzij van abductie, bestaan. Zooals van vele samengestelde bewegingsvormen, worden wij ons van de daartoe strekkende wilsimpulsie als van een geheel be-

---

*) Onderzoekingen, gedaan in het *Physiol. Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool*, 2de Serie, D. III, 1870, bl. 140.

wust. Maar haar elementen beheerschen toch onze vooorstelling. Blijkbaar geldt dit voor de richtings-innervatie. Het voor den afstands-innervatie te willen loochenen, schijnt à priori bijna even ongerijmd, als de contractie der schuinsche oogspieren voor onwillekeurig, die der rechte alleen voor willekeurig te verklaren, waartoe men zich, ten gevalle eener geliefkoosde theorie, eenmaal liet verleiden.

6. *Met groote nauwkeurigheid schatten wij de richtings-innervatie.*

Dit blijkt, wanneer wij, bij gesloten oogen, met den vinger op een verwijderd voorwerp wijzen, dat wij te voren hebben aanschouwd. Bij het openen der oogen staan de dubbelbeelden van den vinger (ook wanneer wij het voorwerp te voren slechts met één oog aanschouwden) dan gewoonlijk aan weerszijden van het voorwerp. Slechts bij enkele personen wordt het voorwerp in den regel door een der halfbeelden, meestal door dat van het rechter oog, bedekt. Doet men de proef met open oogen, daarbij het voorwerp fixeerende, zonder aanvankelijk op den vinger te letten, dan is het resultaat gelijk. Zij, die langen tijd van het gebruik van één der oogen of althans van het binoculaire zien (scheelzienden) verstoken zijn, brengen den vinger regelmatig tusschen het ziende oog en het voorwerp.

Wanneer een voorwerp zich zeer langzaam verplaatst in betrekking tot een ander, dan kan ons oordeel falen bij de beslissing, welk van beide zich beweegt. Worden aan den vrijen hemel wolken met snelheid voorbij de maan gezweept, dan is het, als bewoog zich de maan in vlugge vaart over de wolken. De illusie is zoo volkomen, dat huizen en boomen, indirect, onder de maan gezien, in de beweging worden meegesleept. In den regel ontstaat overigens de voorstelling, dat het kleinere voorwerp in beweging, het grootere in rust is. Vóór eenigen tijd werd alhier een „tooverhand" vertoond, die met een stift ieder opgegeven woord op een tafel schreef. Te vergeefs zocht men naar de oplossing van dit raadsel. Zij was, zooals Dr. SNELLEN ontdekte, eenvoudig deze, dat niet de vrije hand, maar de tafel door een mechanisme onder den vloer bewogen werd. Het gezichtsbedrog was volkomen.

Het is, alsof dergelijke langzame bewegingen zich aan de

kleine onwillekeurige schommelingen der oogen aansluiten, om het voorwerp te volgen. Zeker althans ontbreekt een bepaalde impulsie van den wil, — en hiermede ook de voorstelling der veranderde ligging.

7. *Ook de schatting der afstands-innervatie laat voor nabij gelegen voorwerpen weinig te wenschen over.*

In mijne verhandeling over het binoculaire zien zijn reeds vreemde en eigene proeven ten bewijze hiervan bijeengebracht.

De proeven laten zich tot twee kategoriën terugbrengen:

a. *In verband met de gevorderde convergentie beoordeelen wij den afstand.*

Aldus geschiedt het bij 't gewone zien. Ieder punt, dat ook maar eén oogenblik gefixeerd werd, weten wij bij gesloten oogen met den vingertop te treffen. Buiten de bewuste innervatie werken hiertoe ook andere factoren mede; maar wij kunnen die uitsluiten, en het resultaat blijft voldoende. Wanneer HELMHOLTZ *), onmiddellijk na het openen der oogen, een draad met een potlood zocht te treffen, terwijl een blad papier in het mediaanvlak het links van den draad gelegene voor het rechter oog, en, omgekeerd, het rechts gelegene voor het linker oog verborg, dan bereikte hij telkens nagenoeg zijn doel. Ik heb die proeven met gelijk gevolg herhaald. Zien wij met beide oogen door een korten platten koker naar kleine voorwerpen, hangende voor een gelijkmatigen wand, dan treffen wij die nagenoeg met den vinger, ook bij weder gesloten oogen. Het aangeven van den afstand op een maatsok, dien men in de hand heeft, zooals WUNDT †) beproefde, moest veel grootere afwijkingen opleveren.

De éénige zuivere proef bestaat in het aanwijzen van den afstand van een lichtpunt (bestaande in een reeks zeer kleine snel op elkander volgende inductie-vonken) in een volstrekt donkere kamer. En ook dan nog moet het hoofd leunen; want — zijdelingsche bewegingen eischen, om hetzelfde punt te blijven fixeeren, des te meer beweging van de oogen, hoe nader men bij dat punt geplaatst is, en daaruit zou, zelfs onbewust, eenige aanwijzing omtrent den

---

*) l. c. p. 650.

†) *Beiträge zur Theorie der Sinneswahrnehmung.* 1862.

afstand kunnen voortvloeien. Buiten convergentie en accomodatie zijn daarbij alle factoren uitgesloten *), en ook de laatste kan door kunstmatige mydriasis of door een bril, die groote verstrooijingscirkels geeft, nog worden geëlimineerd. Toch bedroeg de afwijking bij die proeven, binnen het bereik der hand, gemiddeld (zie bijlage A) slechts een centimeter.

Ook bij het vereenigen, door convergentie, der beelden van twee gelijke naast elkander gelegen voorwerpen, ontwikkelt zich al spoedig een juiste voorstelling van den afstand, zoodat de op den onderstelden afstand gebrachte vinger zich genoegzaam enkel vertoont. En, opmerkelijk genoeg, ik word er mij van bewust, wanneer het moment intreedt, dat de voorstelling geheel door de convergentie is beheerscht. Ik heb dan slechts de oogen te sluiten, den vinger op den voorgestelden afstand te brengen, en meestal blijkt dan, bij het openen der oogen, de vinger voor ieder oog het respectieve beeld te bedekken. Bij het zien in het stereoscoop, welks afmetingen reeds een zekere voorstelling van afstand medebrengen, is de schatting minder nauwkeurig.

Volkmann †), die met den ouden ernst en liefde zijner wetenschap getrouw blijft, wijst op een feit, dat wel in staat is, ons een oogenblik in verlegenheid te brengen. Hij doet opmerken, dat men ook met divergeerende gezichtslijnen enkel ziet, wanneer slechts gelijke beelden, bijv. van twee naalden, op de gele vlekken vallen. Naar de projectie-theorie, zoo meent hij, zouden de naalden dubbel moeten gezien worden. Maar blijkbaar toch is deze eisch niet rechtmatig. Zijn de beelden der beide gele vlekken gelijk, dan staat het reeds vast, dat het voorwerp direct en binoculair enkel wordt gezien: 't is dan maar de vraag, op welken afstand. Bij convergentie nu is die afstand eindig, bij parallelismus kan hij oneindig zijn, en bij divergentie,..... verder dan oneindig is het absoluut ondenkbare en daarvan kan de voorstelling zich aan ons niet opdringen.

---

*) Ook de aanwijzing uit de helling der meridianen (zoogenaamde raddraaiing), die eerst onlangs door J. J. Müller (*Kon. Sächs. Gesellsch. der Wiss.*, 6 Mai 1871), naar eisch gewaardeerd werd.

†) *Physiologische Uuntersuchungen im Gebiete der Optik.* 2tes Heft. S. 185.

Men vergete niet, dat wij het oordeel alleen middellijk tot de richting der gezichtslijnen, onmiddellijk tot de afstandsinnervatie terugbrengen: aan deze is de projectie naar de gezichtslijnen ondergeschikt. Ontbreekt nu de adductie volkomen, dan is de voorwaarde gegeven voor het projiciëeren op de uiterste grens, — den oneindigen afstand. Op kunstmatige divergentie zijn onze voorstellingen niet aangelegd, omdat ze er bij het gewone zien nooit mee te rekenen hadden. Maar onder haren invloed wordt al spoedig een toestand geboren, die het bij evenwijdige gezichtslijnen gefixeerde, vergelijkenderwijze, op eindigen afstand doet plaatsen: wij ondervinden dit, wanneer zwakke prismata, met den hoek naar buiten voor het oog geplaatst, ons, ten behoeve van het enkelzien, dwingen tot divergentie. Hieraan beantwoordt dan weldra de oneindige afstand, en de impulsie tot adductie, die er noodig is, om de gezichtslijnen evenwijdig te stellen, moet de voorstelling van eindigen afstand te voorschijn roepen. Wij zullen later zien, hoe gemakkelijk ook bij het zien in de nabijheid onze voorstelling zich naar de door prismata veranderde convergentie accommodeert.

b. *Naar het oordeel van den afstand regelen wij, omgekeerd, de bewegings-innervatie.* Wanneer ik een voorwerp een oogenblik, al is het slechts indirect, gezien heb, en daarna de oogen sluit, dan ben ik in staat, ze bij of vóór het openen zoo te richten, dat ik het voorwerp onmiddellijk zoo goed als enkel zie. Zoowel de afstands- als de richtings-innervatie beantwoordt aan de voorstelling. Hoogstens neem ik een kleine schommeling waar van het voorwerp, wat ook bij het snelle oogknippen onder blijvende fixatie van hetzelfde punt niet uitblijft en gedeeltelijk aan eene door de oogleden medegedeelde beweging is toe te schrijven. Helmholtz beproefde zijn bij reeds gesloten oogen opgestoken wijsvinger binoculair te treffen, hetgeen hem alleen gelukte, wanneer hij dien vinger met den duim wreef of een uitwendig voorwerp er mede aanraakte. Bij mij wordt de voorstelling van de plaats ook buitendien doorgaans levendig genoeg. Maar de proef is even bewijzend, als men den vinger of het bedoelde voorwerp eerst gezien heeft, nu de oogen sluit, ze heen en weêr draait en eindelijk opent, om bij het openen het primitief geziene te fixeeren. Op deze wijze kan men zich gereedelijk overtuigen,

dat men naar het oordeel over richting en afstand de bewegings-innervatie nauwkeurig weet te regelen.

Zoo leeren ons de beide kategoriën van proeven, dat er een verband bestaat tusschen de willekeurige innervatie en de absolute voorstelling van de plaats, waar de voorwerpen binoculair worden gezien. Opmerkelijk nu is het, hoe snel die voorstelling zich accommodeert, wanneer het verband op kunstmatige wijze wordt verbroken. Plaatst men in een brillenstel twee prismatische glazen, met de brekende kanten naar dezelfde, stellen wij naar de rechter zijde, dan vertoonen zich al de voorwerpen naar die zijde afgeweken. Opent men nu de te voren gesloten oogen, om een oogenblik een voor zich geplaatst voorwerp te beschouwen, en sluit men de oogen op nieuw, dan zal, zooals te voorzien was, de vinger, die recht naar het voorwerp wordt uitgestoken aan de linkerzijde van het voorwerp voorbijgaan. Men kan die proef eenige keeren herhalen, telkens met hetzelfde gevolg. Maar betast men nu de voorwerpen, die in het bereik der handen liggen, een tijd lang met open oogen, dan leert men zeer spoedig ook bij gesloten oogen een te voren gezien punt te treffen, en, na eenigen tijd de prismatische glazen afleggende, zal, bij herhaling der proef, de vinger het voorwerp niet zoo zeker treffen, maar soms aan de tegengestelde zijde voorbijgaan. Nog veel spoediger dan bij het opzetten der glazen zal men nu bij het afzetten zijne *handen* weder georiënteerd vinden. CZERMACK *) heeft zoodanige proeven het eerst verricht, en HELMHOLTZ †), die ze herhaalde en met andere verschijnselen in verband bracht, eindigt met de opmerking: „Alle diese Erscheinungen lassen deutlich erkennen, dass eine „fortdauerende Controlle der für die Augenstellungen und „Augenbewegungen nothwendigen Innervationsstärke durch die „Beobachtung ihres Erfolgs an den Gesichtsbildern stattfinden „muss, wenn richtige Urtheile über die Richtung der Gesichts„linie und der fixirten Gegenstände gefällt werden sollen.”

Een gelijk resultaat verkrijgt men, wanneer zeer zwakke

---

*) Sitzungsberichte. XVII. 575. Wien.

†) l. c., p. 605.

prismata beide met den hoek naar binnen of naar buiten voor de oogen worden geplaatst. In het eerste geval moet, om het voorwerp binoculair te fixeeren, de convergentie zwakker, in het tweede geval sterker zijn. Opent men de oogen achter zoodanige prismata, dan gaat men, van ter zijde met den vinger naderende, in het eerste geval vóór, in het laatste geval achter het voorgehouden voorwerp, een potlood bijv., voorbij. Na eenig gebruik der handen met geopende oogen wijkt ook hier de onjuiste schatting, om, na het wegnemen der prismata, soms voor een korten tijd in tegengestelden zin terug te keeren.

Ten onrechte zou men uit deze accommodatie naar de kunstmatig gewijzigde impulsies afleiden, dat bij het gewone zien de schatting der impulsies geen absolute zijn kan. Met een absolute schatting, onder normale voorwaarden, is eene betrekkelijk snelle accommodatie, onder abnormale, geenszins in strijd. Andere spiergroepen leeren ons het zelfde. Een blind pianist vindt zich in weinige minuten terecht op een klavier met toetsen, breeder of smaller dan die, waaraan hij gewoon is, en een geoefend violist, die op zijn instrument met zekerheid iedere positie weet te grijpen, heeft nauwelijks een altviool in de hand en de toonen gehoord bij het zetten zijner vingers, of hij accommodeert onwillekeurig zijn grepen naar het grootere instrument. De bijziende, voor het eerst met neutraliseerende glazen schrijvende, schrijft, zonder het zelf te weten, al spoedig zoo groot, dat de letters hem niet veel kleiner schijnen dan te voren zonder bril, en zet hij den bril af, dan accommodeeren zich sneller nog alweer de bewegingen zijner hand naar de grootte zijner netvliesbeelden. Zoo is het met het zuiver intoneeren bij het zingen op ongewone toonshoogte, met de door dagelijkschen arbeid bekende impulsie, om steenen tot een zekere hoogte te werpen, enz. En in al deze gevallen is toch aan de absolute schating der innervatie niet te twijfelen. De gemakkelijkheid der hier bedoelde accommodatie berust wel daarop, dat, bij vermoeidheid, om hetzelfde doel te bereiken, een sterker impulsie moet worden gegeven, en dat wij dus, alvast in verband daarmede, het geheele leven door hebben moeten en dus hebben leeren accommodeeren.

Evenmin ligt in de veranderlijkheid van het verband eenig

bewijs, dat zoodanig verband niet in algemeene zin zou zijn aangeboren. Ieder verband toch, dat als gewrocht van oefening in den ruimsten zin ons erfdeel geworden is, blijft vatbaar voor wijziging door individuële oefening, en zal ongetwijfeld aan haren invloed des te minder weerstand bieden, bij hoe grooter speelruimte het zich in de voorgeslachten ontwikkelde, en hoe minder de bestaande aanleg bij de geboorte reeds tot zijn volle recht gekomen is.

8. *Op de voorstelling van afstand hebben de eigenschappen der voorwerpen (licht en schaduw, grootte, perspectivische vorm, enz.) mede invloed. Bij het gewone zien beantwoorden deze aan den werkelijken afstand en werken dus in gelijken zin als de afstands-innervatie. Kunstmatig kunnen zij echter met deze worden in strijd gebracht, en waar dit geschiedt, kan de innervatie de voorstelling niet uitsluitend beheerschen.*

Het hier gezegde komt nergens duidelijker aan den dag, dan bij het beschouwen eener schilderij, die het juiste perspectief en de kleur der voorwerpen, met licht en schaduw, naar eisch weergeeft. Al de punten der schilderij liggen in één vlak, en letten wij op het doek of op de kleur, als zoodanig, dan zien wij ze in een vlak. Maar zoodra wij ons de afgebeelde voorwerpen voorstellen, plaatsen zij zich als op verschillende afstanden voor onze oogen, niettegenstaande zij bij onveranderde convergentie worden gezien. Zelfs op den voorgrond treedt de illusie in, ten aanzien van voorwerpen, die, lichamelijk aanwezig, genoegzaam verschil van convergentie zouden vorderen, om aan de impulsie van den wil een werkzaam aandeel te verzekeren. Intusschen is bij het zien met één oog de illusie volkomener. En waaraan is dit toe te schrijven? Bij het zien met twee oogen, zoo redeneert men, zouden de perspectivische beelden van rechter en linker oog moeten verschillen, en de schilderij geeft voor beide dezelfde: de illusie moet daaronder lijden. Maar zal zij dan volkomener zijn bij het zien met één oog, dat toch zeker geen twee verschillende projecties waarneemt? Ik zie daarvoor geen reden, hoegenaamd, want — het zien met één oog kent zich zelf niet en doet gelijke eischen als het binoculaire. Ik geloof dan ook, dat de reden een andere is, en wel deze: dat men, is het eene oog gesloten, de conver-

gentie kan veranderen naar de voorstelling van den afstand. Men plaatse zich voor een schilderij, zie naar eenig voorwerp op den voorgrond, bedekke daarop het eene oog met een klein scherm en richte vervolgens den blik op eenig voorwerp, dat men zich op grooteren afstand heeft voor te stellen, dan zal men, bij het wegnemen van het scherm, dat voorwerp in gekruiste dubbelbeelden zien, die nu spoedig tot elkander naderen, waarmede — de illusie voor een deel verloren gaat. Ook een ander kan waarnemen, dat het oog achter het scherm een beweging naar buiten maakt, — wanneer men, onmiddellijk onder de eerst beschouwde grens van een nabijgelegen voorwerp, de aandacht op een afgelegen richt. Zoo blijft dus de afstands-innervatie werkzaam bij het uni-oculair beschouwen eener schilderij en maakt de illusie zoo veel volkomener dan bij het binoculaire. Ik geloof, dat hiermede de éénige grond van het verschil is aangegeven. Het is dan de uitsluiting der afstands-innervatie, die bij het binoculaire zien aan de illusie afbreuk doet.

In andere gevallen weten wij, dat het voorwerp zich niet daar bevinden kan, waar, onder kunstmatigen drang, de gezichtslijnen tot overkruising kwamen. Hier heeft zich dus, onafhankelijk van de bewegings-innervatie, reeds een voorstelling gevormd. Dat ook deze niet onvoorwaardelijk wijkt voor de eischen der innervatie, kan ons niet bevreemden. Letters plaatsen wij niet op oneindigen afstand, al zien wij ze, onder den invloed van prismata, met evenwijdige gezichtslijnen, en evenmin zullen de wanden der kamer, waarin wij ons bevinden, hierbij tot op het oneindige terugwijken. Ook stereoscopische figuren, al zou de graad van convergentie het vorderen, zien wij niet op een onbestaanbaren afstand: hoe groot de dwang der convergentie zijn moge, hij noodzaakt ons niet, aan het ongerijmde te gelooven. 't Is voorts natuurlijk, dat men nabeelden bij voorkeur op een scherm of een ander vlak projiciëert. „Ich erzeuge „mir," zegt HERING „auf den Netzhautmitten von einer far„bigen auf complementären Grunde liegende Oblate ein Nach„bild, halte dann eine feine Nadel nahe vor's Gesicht und „fixire ihre Spitze, während ich ein Blatt Papier von der Farbe

*) *Archiv. f. Anat. u. Phys.* 1864. S. 37.

„der Oblate 6—10 Zoll dahinter halte. Nadel und Nachbild „erscheinen einfach; aber das Nachbild erscheint hinter der „Nadel auf dem Papiere."

Ik wil dit gaarne aannemen. Tegenover het vreemde, dat een ouwel zou stil staan in de lucht, zal de aanwijzing uit de convergentie bij sommigen reeds niet bestand zijn. Maar hierbij komt, dat de indruk van het op een scherm geprojicieërde nabeeld, al gaat het van beide oogen uit, door zijn altijd diffuse vlakte en twijfelachtige begrenzing zich in geenen deele onderscheidt van dien van een halfbeeld, waarvan de weerga verborgen is of aan de aandacht ontsnapt, zooals bij het gewone zien ons telkens en telkens onder het oog komt. Er is dus niets, wat ons beletten zou, het nabeeld van den ouwel met zulk een halfbeeld gelijk te stellen. Maar zijn de nabeelden scherp, dan gelukt het wel degelijk, zoo zegt ook HELMHOLTZ, ze in het convergentie-punt te zien, al ligt dit in de lucht: het nabeeld eener vlam bijv. plaats ik gaarne op een niet brandende bougie en zie het schijnbaar grooter worden, als ik mij van de bougie verwijder, kleiner, wanneer ik er toe nader.

De conclusie, waartoe wij komen, is: dat bij het gewone zien tot het beoordeelen van den afstand de netvliesbeelden met de convergentie harmonisch samenwerken; maar dat, bij een *kunstmatig* conflict met deze, de aanstoot tot convergentie onze voorstelling niet tegen beter weten in dwingen kan, en, voert hij tot het ongerijmde, zich gewonnnen geeft.

De grond nu, waarom de afstands-innervatie in absolute aanwijzing voor de richtings-innervatie onderdoet, meen ik te moeten zoeken in het volslagen gemis aan zelfstandige oefening. Wie altijd geholpen wordt gaat op die hulp steunen. 't Is hem genoeg, dat hij met haar zijn doel treft. Waar ze hem nu begeeft, bereikt hij het onvolkomen, en waar ze, na lang beproefde trouw, zich vijandig tegen hem keert, wordt het geheel gemist. Door zelfstandige oefening, met uitsluiting van alle andere aanwijzing, zou de convergentie iedere hulp spoedig leeren ontberen. — Of ook de vermoeienis, waaraan het lang voortgezette convergeeren, in tegenstelling met de steeds afwisselende richtings-innervatie, blootstelt, zooals HELMHOLTZ vermoedt, daarbij in 't spel is, waag ik niet te beslissen.

De middelen overigens, die in het oordeel over afstand de convergentie ondersteunen, de perspectivische projecties, met licht en schaduw, de correspondeerende hellingen der meridianen en de parallaxen ga ik met stilzwijgen voorbij. Alleen wil ik kortelijk wijzen op de accommodatie, die de convergentie regelmatig vergezelt en behoudens zekere speelruimte daaraan gebonden is. Op zich zelve, bij proeven met één oog, laat de accommodatie, zooals de proeven van WUNDT leerden, bij de meeste personen zoo goed als geen oordeel toe. Verandering van afstand van den draad, die als voorwerp diende, werd daarentegen vrij wel herkend. Met twee oogen gevoelde HELMHOLTZ duidelijk, dat hij sterker moest accommodeeren voor een roode dan voor een blauwe lichtspleet; maar zeer moeielijk ontwikkelde zich daaruit de illusie van verschil in afstand en ze ging ook licht weer verloren. Onder twee omstandigheden nu was, bij 't binoculaire zien, geheel afgescheiden van de convergentie, de invloed der accommodatie op de voorstelling van afstand, mij reeds gebleken. Op een blauw vlak met zwarte strepen, teekene men een rood traliewerk en plaatse zich op eenigen afstand. Onmiddellijk treedt nu het traliewerk sterk naar voren, en zoo absoluut is de illusie, dat bij zijdelingsche bewegingen van het hoofd het heen en weer schijnt te gaan, omdat de parallaxe ontbreekt, die bij het naderbij liggen van het traliewerk zou hebben moeten aanwezig zijn *). De tweede omstandigheid is die eener door een zwak mydriaticum verzwakte accommodatie. Daarbij zag ik mikropsie ontstaan, die zich eenvoudig daardoor verklaarde, dat men, om de voorwerpen scherp te zien, sterker accommodeeren moet, en ze zich nu dichter bij voorstelt. Terwijl de gezichtshoek evenwel aan den waren afstand beantwoordt, schijnen ze kleiner †). FÖRSTER §) heeft, onafhankelijk van mij, hetzelfde waargenomen en uitvoerig beschreven en zich ook aan dezelfde verklaring gehouden. Wat mij hierbij bijzonder getroffen heeft, en uit een psychisch oogpunt

---

*) *Archief voor natuur- en geneeskunde.* 1865. D. II. bl. 212.

†) *Nederl. Lancet.* 1851. D. VI. bl. 607.

§) *Ophthalmol. Beiträge.* Berlin 1862.

inderdaad merkwaardig is, is dit: dat uit het kleiner zien van bekende voorwerpen, bijv. bekende personen, ten gevolge van de accommodatie voor een kleineren afstand, nu onmiddellijk zich weer de voorstelling ontwikkelt, dat ze zich op een grooteren afstand bevinden. Hierin ligt stof genoeg, om na te denken over de wijze, waarop onze voorstelllingen ontstaan. De eerste is die van kleiner zien, en, met verloochening van den onbewusten grond voor die voorstelling, ontwikkelt zich uit haar, op meer bewuste wijze (uit den kleiner gedachten vorm), die van grooteren afstand. Ligt in de accommodatie, zooals uit het bovenstaande blijkt, een middel tot beoordeeling van den afstand, — waar zij, zooals gewoonlijk, tegelijk met de convergentie werkzaam is, treedt zij, als zoodanig, op den achtergrond. Sprekend is ze slechts, waar ze, als relatieve accommodatie, zich moet losmaken van de convergentie, zooals in de boven aangehaalde proeven, wat haar niet zonder betrekkelijk groote inspanning mogelijk is.

Het algemeen resultaat blijkt aldus: een binoculair en direct gezien punt vertoont zich daar, waar de willekeurige bewegingsinnervatie de gezichtslijnen doet kruisen.

Wij hebben thans in de tweede plaats te handelen over *projectie bij het indirecte zien.* Daarbij is te onderscheiden tusschen hetgeen binoculair enkel wordt gezien en wat zich onder dubbelbeelden vertoont.

9. *Wat indirect, binoculair, enkel wordt gezien, vertoont zich in het kruispunt der richtingslijnen.*

Hier geldt dezelfde syllogismus als bij het directe zien. Wij zien de voorwerpen op de plaats, waar zij zich werkelijk bevinden (zooals blijkt uit het blindelings betasten van ieder voorwerp in onze nabijheid, en uit het richten der gesloten oogen op ieder voorwerp, dat we alleen indirect hebben gezien); in het voorwerp kruisen zich de richtingslijnen: bij gevolg, zien wij ze in het kruispunt der richtingslijnen.

In het algemeen zijn deze praemissen en de daaruit gemaakte conclusie juist. Vooral mag dit gezegd worden in betrekking

tot de middelste gedeelten van 't gezichtsveld, die bij het zien vooral in aanmerking komen. Maar wij moeten erkennen, dat er afwijkingen voorkomen.

Vooreerst, in strijd met de eerste praemisse, zien wij de verschillende punten niet volkomen in de richting, waarin zij zich werkelijk bevinden, in betrekking tot ons lichaam. Wij hebben het boven reeds gezegd: het schijnbare gezichtsveld beantwoordt niet in allen deele aan het geometrische. Dit blijkt bij het zoogenoemde uitmeten van het gezichtsveld. Alle bijzonderheden hieromtrent heeft HELMHOLTZ in § 28 van zijn klassiek werk vereenigd. Dit uitmeten betreft alleen *de richting* der projectie, niet *den afstand*, en wij kunnen ons dus bij deze beschouwing tot één oog bepalen. Vooreerst dan in verticale richting schijnen de gezichtshoeken iets grooter dan in horizontale. Bijna iedereen, zooals ADOLF FICK bewees, ziet de vertikale afmeting van een zuiver vierkant grooter dan de horizontale, zoowel bij het onbewegelijk fixeeren van een punt als bij beweging der oogen. — Voorts heeft HELMHOLTZ doen zien, dat wij in het kogelvormig gezichtsveld, zoowel de groote cirkels, die niet door het fixatiepunt, als de parallel cirkels van een door 't fixatie-punt gaanden grooten cirkel gekromd zien, — de eersten hol, de laatsten bol naar de zijde van 't fixatie-punt, en bij de proef vond hij nu zijne onderstelling bevestigd, dat bij het fixeeren van het hoofdblikpunt de door hem aldus genoemde directie-lijnen *) zich als rechte, dus als de kortste lijnen tusschen twee punten vertoonen zouden, hetgeen van de evengenoemde afwijkingen rekenschap geeft. Hiermede staat in verband, dat de in de geheel zijdelingsche deelen van 't gezichtsveld de voorwerpen hooger schijnen, dan wanneer men ze fixeert, — wat ik bewaarheid vinde, hoezeer niet in die mate, als het zien der directie-lijnen als rechte lijnen zou vorderen. Ook aan de door RECKLINGHAUSEN ontdekte schijnbare kromming van rechte lijnen in de peripherische deelen van het gezichtsveld mag hier herinnerd worden. In deze nu en vele andere afwijkingen, die ik hier met stilzwijgen voorbij ga, ligt opgesloten, dat wij zelfs in het kogelvormig gedacht

*) l. c. p. 548.

gezichtsveld bij het indirecte zien niet volkomen juist projiciëeren. Maar wij constateeren tevens, dat, althans in het tamelijk bruikbare gedeelte van het gezichtsveld die afwijkingen zoo gering zijn, dat men ze mag verwaarloozen, en dus gerechtigd is de stelling vast te houden: dat, op ieder oog, de indirect geziene voorwerpen in betrekking tot het fixatie-punt, gezien worden in een *richting*, waarin ze zich werkelijk bevinden. Binoculair gezien, vertoonen zij zich dan op de *plaats*, waar ze zich werkelijk bevinden. Ik zou nog kunnen vragen, of het zoogenoemde uitmeten van het gezichtsveld wel in allen deele is gelijk te stellen met de onmiddellijke spontane projectie. Op vele verschijnselen zou ik kunnen wijzen, die hier eenig recht tot twijfel geven. Zooveel is zeker, dat wij het indirect geziene met den vinger weten te treffen en de gesloten oogen er op weten te richten. En dat is voldoende, om in het algemeen onze stelling te handhaven.

Op eene afwijking zij hier nog in het bijzonder oplettend gemaakt. Ik bedoel die, welke door RECKLINGHAUSEN tusschen den schijnbaren en den waren verticalen meridiaan werd aangetoond, eene afwijking, die bij velen zich naar de horizontale meridianen allengs verliest. Die afwijking behoort, namelijk, tot een geheel andere kategorie, als de vroeger genoemde, omdat ze op beide oogen in tegengestelden zin werkt, en daarom bij het binoculaire zien kan worden opgeheven. Bij mij is de compensatie echter onvolkomen (verg. bijlage C). 't Zal te bezien staan, of ze zich bij éénoogigen handhaaft.

Op zich zelve hebben al deze afwijkingen geen groote beteekenis; maar in den grond en de voorwaarden van haar ontstaan, en van haar verdwijnen, tot welker navorsching zij uitlokken, vertoonen ze ons eene zeer belangrijke zijde.

De tweede onze praemissen is deze, *dat het indirect waargenomene zich in het kruispunt der richtingslijnen bevindt*. Ook deze stelling is niet algemeen bewezen. Vooreerst mag het reeds twijfelachtig heeten, of men, zich bepalende tot één oog, gericht op oneindigen afstand, zeggen kan, dat ieder indirect gezien punt op de richtingslijn ligt, wanneer dat althans den zin hebben zal, dat de lijnen, die, bij juiste accommodatie, van ieder netvliesbeeld naar het correspondeerend voorwerp getrokken worden, voor de peripherie van het gezichtsveld zoowel als voor

het centrum, door een en hetzelfde (vereenigde) knooppunt gaan. Want deze onderstelling wacht nog op haar bewijs en is zelfs zeer problematisch. Zeer wel denkbaar is het intusschen, dat voor de zijdelingsche gedeelten van het gezichtsveld het dioptrisch stelsel andere knooppunten heeft, en dat eene daaraan beantwoordende projectie, naar richtingslijnen, door die knooppunten gelegd, de afwijkende ligging dier netvliesbeelden compenseert. Er ligt alléén in opgesloten. dat de netvliesbeelden dan geen zuivere reductie zijn van het kogelvormig gezichtsveld. — Van een *kruispunt* der richtingslijnen kan voorts slechts sprake zijn, in betrekking tot voorwerpen, die in het binoculaire gezichtsveld gelegen zijn. Maar in zoover een punt op ieder oog zich in de richtingslijn vertoont, kan het zich dan ook in het kruispunt der richtingslijnen bevinden.

De slotsom is: er bestaan afwijkingen, en zeer belangrijk is het, zooals ik opmerkte, haren grond na te gaan. Maar als feiten spreken ze niet sterk genoeg, om voor de bruikbare gedeelten van het gezichtsbeeld de algemeene stelling in gevaarte brengen: dat alles wat indirect, binoculair enkel wordt gezien zich vertoont in het kruispunt der richtingslijnen.

Wij komen hier, evenals bij het directe zien, tot de vraag, waaróm wij *indirect* de voorwerpen in het kruispunt zien. Weder hebben wij hier voorloopig slechts aan één oog eń de richting der projectie zijner netvliespunten, in betrekking tot het direct geziene punt, te denken.

VOLKMANN *) leidde de richtingsvoorstelling af uit de spierwerking, die noodig is, om op het indirect geziene punt den directen blik te vestigen. De daartoe vereischte impulsie, die wij door ervaring hebben leeren kennen, zou de richting bepalen, waarin wij het buiten de gezichtslijnen gelegen punt zien. Ook HELMHOLTZ †) is deze meening toegedaan. Reeds bij HERBART en LOTZE vindt hij daartoe den weg gebaand, die op physiologisch gebied door MEISSNER en CZERMAK, in betrekking tot de gezichtsvoorstellingen meer bijzonder door WUNDT betreden is. Zij strookt volkomen met zijne theorie der uitsluitend langs

*) WAGNER's *Handwörterbuch*. Art. Sehen. B. III. S. 340 u. f.

†) l. c. § 28; het historische is op p 598 e. v. te vinden.

empirischen weg ontstaande voorstellingen. Ik kan mij hiermede niet vereenigen. Zooals die theorie in het algemeen, schijnt mij ook de toepassing, waarvan hier sprake is, niet van eenzijdigheid vrij te pleiten. Is die beschouwing juist, dan zou, evenals de projectie van het gezichtsveld als geheel, die zijner afzonderlijke punten, middellijk althans, op impulsie tot spierwerking berusten. Wat wij constateeren, is, dat er een innig verband bestaat tusschen de richting, waarin wij indirect een voorwerp zien, en de impulsie, die er noodig is, om den blik direct er op te richten. Dat verband is zeer volkomen; want bij de beweging, die aan die impulsie beantwoordt, schijnen de voorwerpen stil te staan, en wordt dus de verschuiving der beelden over het netvlies door de bewuste impulsie nauwkeurig gecompenseerd. De grond ook van dit innig verband zien wij gereedelijk in; want iedere beweging van den blik naar een indirect gezien punt is als een oefening op te vatten, die de harmonie volmaakt. En wat aldus door oefening in het individu is onstaan, plant zich voort op het nageslacht, en treedt bij bestendige vernieuwing als vaste typus op. Bij het erfelijke nu onderscheiden wij tusschen hetgeen reëel en virtuëel wordt aangeboren. Het eerste is bij de geboorte te constateeren. Het laatste ontwikkelt zich eerst na de geboorte, en wel met voortdurende wijziging, onder den invloed der medewerkende individuëele oefening, zoodat in het product de ervaring van voorgeslacht en individu tot een geheel samensmelt. In deze weinige woorden ligt de kern mijner zienswijze, waaraan ik sedert 1848, toen ik mijne inaugureele rede uitsprak, ben getrouw gebleven. *) Tot eene breedere ontvouwing en staving is het hier niet de plaats, maar vind ik elders wellicht aanleiding. Op gelijke wijze hebben zich OPZOOMER †) en DU BOIS-REYMOND §) geuit, met merkwaardige overeenkomst in den vorm der uitdrukking. Ik zal nu niet beslissen, wat bij

---

*) Verg. Naschrift op de onderzoekingen van ADAMÜK, in *Archief voor natuur en geneeskunde*. 1870. D. V. bl. 247.

†) *De wetenschap, haar vrucht, haar gang en haar regt.* Amsterdam 1867. bl. 81 e. v.

§) *Leibnizische Gedanken in der neueren Naturwissenschaft* Berlin 1870. p. 847. e. v.

de geboorte reeds meer reëel geworden is, óf de projectie-richting der onderscheiden netvliespunten, in betrekking tot de fovea centralis, óf de schatting der wilsimpulsie, noch, waar zich bij de verdere ontwikkeling deze meer naar gene, gene meer naar deze heeft te richten: ik wel slechts opmerken, dat beide, reeds bij de geboorte, in de verschijnselen zich onmiskenbaar openbaren. Weinige minuten na de geboorte, bij een eerste experiment, zag ik een kind een voorgehouden woorwerp zeer bepaald binoculair fixeeren, en niet slechts bij zijdelingsche bewegingen volgen, maar de convergentie vermeerderen, bij het naderen, verminderen bij het verwijderen van het voorwerp. Zonder twijfel indiceerden de ontstaande dubbelbeelden het vereischte convergeeren en divergeeren. En bestond dit verband onmiskenbaar, dan laat zich niet loochenen, dat én de projectie én de impulsie, zij het dan in half bewusten toestand, werkzaam waren. Eenige voorstelling, hoe duister ook, moest nu hieraan verbonden zijn. Of zou die de tweede maal, de tiende maal, de *n*-de maal ontstaan? Het willekeurige eener dergelijke onderstelling springt in het oog. Wij besluiten: de aanvang was daar, zonder voorafgaande ervaring, en dat is voor hetgeen wij hier willen betoogen voldoende. Om mijne onderscheiding van reëel en virtuëel aangeboren wel te verstaan, moet men in het oog houden, dat het moment der geboorte, het moment dus, waarop de individuëele ervaring begint in te grijpen, in zekeren zin toevallig is. Bleef de geboorte langer uit, het reëele zou voortgaan zich uit het virtuëele te ontwikkelen. Zijn ontwikkeling is zeker minder gevorderd bij een kind, dat te vroeg dan bij een kind, dat tijdig geboren wordt. En bij den mensch. bepaaldelijk ten aanzien der werkzaamheden van den geest, staat zij op het oogenblik der geboorte bij die der dieren betrekkelijk ten achter. In verband met de lange kindschheid, verkrijgt daardoor bij den mensch de individuëele ervaring het overwicht. Maar wanneer bij de geboorte ook alle onmiddellijke voorstelling uit indrukken nog ontbrak, men zou geen recht hebben, het *virtuëel* aangeborene, het erfelijke in dezen te ontkennen. Aan eene nativistische theorie, in dezen zin opgevat, zal HELMHOLTZ zeker niet ten laste leggen, dat zij het onderzoek naar het ontstaan onzer voorstellingen uit de gezichtsverschijnselen zou buitensluiten.

Het is klaar, dat zij alles wat de voorstander eener exclusief empiristische theorie aan het licht brengt, gretig opneemt. Maar zij draagt de factoren, door dezen aangewezen, ook op het verledene over. Wat gene tot het individu beperkt, strekt zij uit over het geheele phylon. Wanneer HELMHOLTZ „die Wahrscheilichkeit" erkent, „dass das Wachsthum der Muskeln und „vielleicht selbst die „Leitungsfähigkeit der Nervenbahnen sich „den Forderungen, die an sie gemacht werden, in Laufe jedes „individuellen Lebens und vielleicht selbst durch Vererbung „*im Laufe des Lebens der Gattung* so anpasst, dass die ge„forderten zwechmässigsten Bewegungen auch die leichtesten „werden," dan bestaat er geen principiëel verschil en licht er geen onoverkomelijke kloof tusschen zijne beschouwingswijze en de mijne. Dat onze voorstelling van ruimte geworden is in verband met de voorwaarden, waaronder wij leven, en onder andere voorwaarden eene andere had kunnen zijn, is door RIEMANN en HELMHOLTZ in het licht gesteld. Dat die voorstelling het resultaat is van ervaring, zich in verband met de ervaring heeft ontwikkeld, — welk voorstander der afstammingsleer zal het betwijfelen? Maar daarin kan toch niet opgesloten liggen, dat ieder individu ze geheel nieuw zou moeten opbouwen, als ware hij zonder voorouders in het aanzijn getreden. Om op het bijzondere terug te komen, voor mij is het een ervaringsfeit, dat onmiddellijk na de geboorte de projectie in de ruimte en de wilsimpulsie tot beweging der oogen reeds in verband met elkander werkzaam zijn. Het ligt niet op mijn weg, de verdere ontwikkeling van dat verband nu schrede voor schrede te volgen, om te zien, hoever langs dien weg ook rekenschap kan gegeven worden van de verschillen tusschen het schijnbare en het geometrische gezichtsveld. Het onderzoek zou ons ook niet bevredigen. Maar ik wil er toch op wijzen, dat, zooals HELMHOLTZ bewees, de wetten, die de oogbewegingen beheerschen, hierin kennelijk een rol spelen. In die wetten schijnt de grond te liggen, waarom in den primairen stand alle directie-lijnen zich als rechte lijnen vertoonen. Dat bij de beweging zelve de directielijn, ontstaande door draaiing om een vaste as, zich in de voorstelling als een rechte lijn vertoonen zal, schijnt a priori noodzakelijk. Wel is waar, zijn wij niet in staat, het oog om een

vaste as te draaiien. Men fixeere in een donkeren nacht de vlam van een helderen straatlantaarn, en trachte nu rechtstreeks, langs den kortsten weg, den blik op een ander punt te richten: men ziet dan het positive nabeeld der vlam als een veelszins gebogen lijn, en — twee zoodanige lijnen, als bij de proef de beide oogen open waren. Draaiing om een vaste as bleek dus niet mogelijk te zijn. Maar van al die gebogen lijnen zal de rechte toch de gemiddelde wezen. Daarom kan de doorloopende directie-lijn voor ons toch de rechte lijn worden. En nu zijn wij veelal gewoon, na verschillende bewegingen in den primairen stand terug te keeren. Hieruit zou dan kunnen volgen, dat de directie-lijn, die bij het fixeeren als rechte lijn gezien werd, nu ook, indirect gezien, nog voor een rechte lijn gehouden wordt, en dat de directie-lijnen in 't algemeen de beteekenis krijgen van rechte lijnen. Intusschen valt op de juistheid van een en ander af te dingen, en, afgezien hiervan, laten zich uit dat gezichtspunt toch nog slechts een deel der afwijkingen tusschen het schijnbare en het geometrische gezichtsveld verklaren.

Moet de individuëele ervaring des te minder ingrijpen, hoe meer de overgeërfde eigenschappen reeds een reëelen vorm hebben aangenomen, zij blijft toch het geheele leven door werkzaam. Bijzonder belangrijk zijn die gevallen, waarin onder haren invloed een verbroken verband zich herstelt, of liever bij iedere allengs ontstaande wijziging het verband zich handhaaft. De voorwaarden hiervan sporen wij na, en in die voorwaarden, die ook in de voorgeslachten werkzaam waren, vinden wij den sleutel tot verklaring der harmonie, die ons erfdeel geworden is. Door uitrekking der vliezen bij progressieve myopie verandert ongetwijfeld voor sommige netvliespunten de hoek hunner richtingslijnen met de gezichtslijn. Maar gaandeweg wijzigt zich ook de projectie dier punten, in dier voege, dat de voorwerpen, door wier beelden zij getroffen worden, in het kruispunt der richtingslijnen worden gezien en even zeker als te voren met de hand worden bereikt. Ook de aanstoot tot spiercontractie is daarmede in harmonie gebleven, zoodat bij het richten van den blik op een te voren indirect gezien punt alle schijnbare beweging uitblijft. Maar het is nog niet gebleken, dat de bij paraese gevorderde sterkere impulsie de voorstelling

omtrent de ligging van indirect geziene punten zou hebben gewijzigd. Trouwens de beweging der handen voor het grijpen en die van het hoofd en den tronk voor het fixeeren, die zich daarbij onveranderd doen gelden, moesten aan zoodanige wijziging der voorstelling in den weg staan.

De slotsom kan wel geen andere wezen, dan dat de projectie van het indirect geziene en de impulsie tot beweging in de voorgeslachten zich in harmonie met elkander hebben ontwikkeld, zooals zij in het individu elkander wederkeerig modificeeren, dat het verband tot in zekere mate is aangeboren, en dat het even eenzijdig is, de projectie uit de wilsimpulsie als deze uit gene af te leiden.

10. *Waar dubbelbeelden gegeven zijn, maar in de voorstelling tot één beeld samensmelten, wordt het voorwerp insgelijks in het kruispunt der richtingslijnen gezien.*

Dubbelbeelden zijn gegeven, wanneer de netvliesbeelden van eenig voorwerp niet op correspondeerende plaatsen vallen, — in het algemeen dus, wanneer het voorwerp niet op denzelfden afstand van de oogen gelegen is als het gefixeerde punt. Bij 't gewone zien worden de dubbelbeelden echter zelden opgemerkt. Liggen ze ver van elkander, dan wordt óf geen van van beide gezien, — óf hoogstens *één*, bijaldien het niet ver buiten de richting ligt van een der gezichtslijnen. Liggen ze digt bijeen, dan zijn ze niet te onderscheiden, of vloeien, waar ze te onderscheiden zijn, in de voorstelling tot één beeld samen. In deze beide laatstgenoemde gevallen wordt het voorwerp gezien — in het kruispunt der richtingslijnen. Immers men ziet het op de plaats, waar het zich werkelijk bevindt, en die plaats is het genoemde kruispunt.

Een paar proeven mogen vooreerst bewijzen, dat men het op zijn plaats ziet.

In het physiologisch laboratorium heb ik, op het voorbeeld van Prof. HEYNSIUS, een groote kast ingericht voor spectraalonderzoekingen. Op een vaste tafel staan de toestellen, op

---

*) Een geval is mij voorgekomen van *klachten* over de normale dubbelbeelden, die de betroffene, een geestelijke, voor een abnormaal verschijnsel hield, en met een nauwkeurigheid, een physioloog waardig, had bestudeerd.

eenige planken aan den muur zijn alle benoodigdheden geborgen, en voor de tafel kan men een paar krukjes zetten. Bij gewone onderzoekingen laat men de deur half open; voor scherpe bepaling sluit men ze af, — en nu dringt geen lichtstraal van buiten door. In die donkere ruimte nu late men een ongeoefende, die twee goede oogen heeft, het hoofd geleund, een uit een reeks der allerkleinste inductie-vonken bestaande lichtpunt binoculair fixeeren, en vervolgens op verschillende afstanden, en tevens ter zijde, boven of onder, een vonk overspringen, die goed onderscheidbare dubbelbeelden geeft. Van die dubbelbeelden heeft onze waarnemer niets gezien: hij zag een vonk. Maar met den vinger weet hij zoowel den vonk als het lichtpunt te treffen. De plaats van het lichtpunt herkent hij uit de innervatie der oogspieren, die van iederen vonk in betrekking tot het lichtpunt uit de samengesmolten dubbelbeelden. Alleen bij sterke zijdelingsche ligging van den vonk, of bij grooten afstand van het fixeerpunt, zoodat de dubbelbeelden wel niet samensmelten, wordt de miswijzing soms grooter (verg. bijlage B). — Het lichtpunt en de vonk moeten zoo zwak zijn, dat in de donkere ruimte verder absoluut niets wordt gezien.

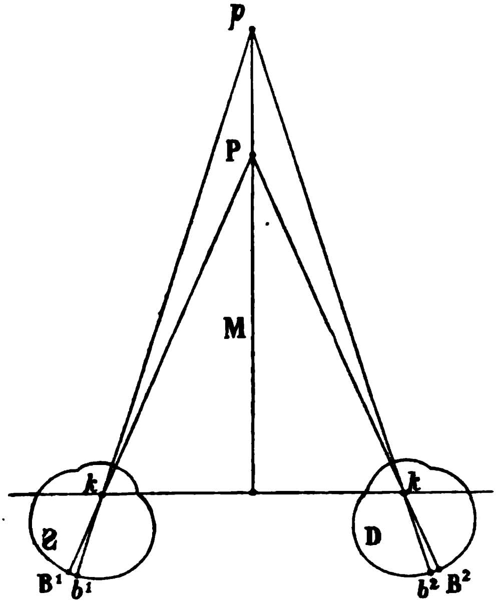
Minder scherp, maar toch afdoende is de volgende proef. Men fixeere binoculair, het hoofd weder geleund, door een korten koker voor een gelijkmatig verlichte vlakte, het een of ander punt, en stelle zich daarbij de ligging voor van een indirect gezien klein voorwerp, zonder op zijne overigens zeer wel waarneembare dubbelbeelden te letten. Sluit men nu de oogen, dan weet de hand het alléén indirect gezien voorwerp nauwkeurig genoeg te treffen. Ook de gesloten oogen, zooals wij reeds vroeger zagen, weten er zich, hetzij met, hetzij zonder beweging van het hoofd, op te richten. De plaats, die het voorwerp inneemt, afstand zoowel als richting, zijn bekend.

Nu is het klaar, dat op de plaats, waar het voorwerp zich bevindt, de richtingslijnen zich kruisen: immers strekken de richtingslijnen zich uit tusschen het netvlies en het voorwerp. Het besluit is dus gerechtvaardigd: wij zien een voorwerp, welks dubbelbeelden samensmelten, ongeveer in het kruispunt der richtingslijnen.

Wederom vragen wij, waaróm het zich in het kruispunt der richtingslijnen vertoont.

Beide oogen, *S* en *D* (fig. 1) zijn gericht op het punt *P*, dat zijn

fig. 1.



beelden B^1 en B^2 in de foveae centrales heeft, en zij zien dus beide *P* op dezelfde plaats, — de plaats waar de gezichtslijnen zich kruisen. Een ander punt *p*, verderaf gelegen dan *P*, ligt voor *S* blijkbaar links, voor *D* rechts van *P*, en wel, terwijl *P* en *p* beide in het mediaanvlak *M* liggen, voor *S* even-*veel* rechts als voor *D* links: de gezichtshoeken *P k p* en *P k p* zijn, namelijk, aan beide zijden gelijk. Bij gevolg ligt het ***midden tusschen de dubbelbeelden*** in het mediaanvlak, en in dat midden plaatst zich natuurlijk het voorwerp, wanneer zijn dubbelbeelden tot één beeld samensmelten. In dat mediaanvlak ligt het nu werkelijk, en terwijl uit de samensmeltende dubbelbeelden bij het binoculaire zien tevens een juiste voorstelling van den afstand, in betrekking tot het gefixeerde punt, geboren wordt, zoo is het verklaard, dat wij het voorwerp op zijn plaats zien, dat is daar, waar de richtingslijnen b^1 *p* en b^2 *p* zich kruisen.

Denken wij ons de oogen op *p* gericht, dan liggen de gezichtshoeken, waaronder *P* indirect gezien wordt, aan de binnenzijde der respectieve gezichtslijnen: voor 't linker oog *S* is *P* dan rechts, voor 't rechter oog *D* links van het gefixeerde

punt gelegen, en de dubbelbeelden zijn dus gekruist. Maar ze liggen weder symmetrisch tot het mediaanvlak, en wij zien dus, bij het samensmelten der dubbelbeelden, het voorwerp in dat vlak, daarbij, wegens 't gekruist zijn, naderbij dan p, èn wel op de juiste plaats, waar de richtingslijnen zich kruisen.

Ligt, eindelijk, terwijl wij P fixeeren, een ander punt p' ter zijde van het mediaanvlak (en daarbij ook al of niet buiten het fixatievlak, d. i. het vlak, waarop de figuur gedrukt is), dan zijn de gezichtshoeken aan beide zijden niet even groot en kunnen voor beide oogen ook aan dezelfde zijde van de gezichtslijn liggen; maar op gelijke wijze als boven ontleent onze voorstelling richting en afstand uit de samensmeltende dubbelbeelden.

Hiermede is rekenschap gegeven, waarom een indirect gezien punt, welks dubbelbeelden óf niet te onderscheiden zijn, óf althans in onze voorstelling zich tot het beeld van één voorwerp vereenigen, zich in het kruispunt der richtingslijnen vertoont.

11. *Waar de dubbelbeelden zich niet tot het beeld van een voorwerp verbinden, geven ze den indruk van twee voorwerpen. De richting, in betrekking tot het gefixeerde punt, waarin deze zich vertoonen, is, voor ieder afzonderlijk, gegeven door den hoek, dien op het respectieve oog de richtingslijn van het netvliesbeeld met de gezichtslijn vormt. Den afstand stellen wij ons voor gelijk aan dien van het gefixeerde punt, wanneer alle andere aanwijzingen zijn uitgesloten. Bij het gewone zien dragen wij echter gewoonlijk kennis van den afstand, en dan blijft de hiermede gegeven voorstelling allicht beslissend.*

Zien wij in de beschreven donkere ruimte naar P (fig. 1), dan smelten de dubbelbeelden van een in p overspringenden vonk tot één beeld samen. Maar is in p niet een voorbijgaande vonk, maar een blijvend lichtpunt, evenals in P, opgesteld, dan blijven zijn dubbelbeelden veel lichter gescheiden. Dit verschil is opmerkelijk. Zou niet het gelijktijdig ontstaan, stijgen, afnemen en verdwijnen der indrukken van een lichtvonk op de beide oogen het samensmelten bevorderen? Van een blijvend lichtpunt doorloopen de indrukken op beide oogen hunne bijzondere phasen *),

*) Ik meen hier nog eens te mogen wijzen op mijne bevinding, dat, onder momentane verlichting, de wedstrijd van kleuren is uitgesloten, en de verbinding der indrukken volkomen is (zie binoculair zien).

en schijnen dus eer hun zelfstandigheid te zullen doen gelden. Wij weten, hoe ook alléén de door een en hetzelfde mechanisme aangeblazen toonen der mixturen van het orgel zich tot een klank verbinden.

De gescheiden beelden van het lichtpunt *p* zien wij nu, bij het onbewegelijk fixeeren van *P*, als twee lichtpunten naast elkander (in dit geval aan weerszijde van het gefixeerde punt), en het wordt ons, alsof er drie lichtpunten waren, allen binoculair gezien. Zeer doelmatig voor deze proef zijn de twee reflexie-beelden eener gekleurde lens, waarvan het eene zich gekleurd, het andere niet gekleurd vertoont: ook van ongeoefenden verkrijgt men bij het aanwenden van deze een zeer juist bescheid. Dat ieder halfbeeld slechts met één oog gezien wordt, daarvan heeft men, ook bij het vrije zien in de ruimte, geen voorstelling. Men herinnert zich, hoe VON GRAEFE voorgewende blindheid van het eene oog ontmaskerde, door een prisma met den hoek naar boven voor het andere oog te houden: de bedriegster, bedrogen, meende de twee beelden, die zich aan haar vertoonden, met hetzelfde oog te zien. Ik heb die methode bij eigen ervaring als zeer doeltreffend leeren kennen. Trouwens ook bij het gewone zien zijn wij ons niet bewust, wat we slechts met één, wat wij met beide oogen zien.

Wanneer men de dubbelbeelden nu voor twee naast elkander gelegene voorwerpen aanziet, dan is het wel zeker, dat men ze geen van beide op de plaats zien kan, waar het voorwerp zich werkelijk bevindt. De vraag is dus: waar ziet men ze? De richting is *voor alle gevallen* beslissend aangegeven door de richtingslijn: bij 't fixeeren van *P* ligt het halfbeeld van *p* op het linker oog rechts, op het rechter links van het fixeerpunt, — en *alles* omgekeerd, bij 't fixeeren van *p*. De gezichtshoeken zijn op de figuur af te lezen. Maar op welken afstand liggen ze op die richtingslijnen? Als alle verdere aanwijzing ontbreekt (zooals in de donkere ruimte), dan liggen zij, bij onbewegelijk fixeeren, met het gefixeerde punt absoluut in denzelfden horopter. De voorstelling, dat wij met drie op een rij gelegen voorwerpen te doen hebben, is zoo vast, dat zij bij het achtereenvolgens fixeeren volkomen onbewegelijk blijven. Men verkeert geheel in den waan, dat men ook de beide halfbeelden werke-

lijk ziet in *het kruispunt der richtingslijnen* van het getroffene en van het correspondeerende (schoon niet getroffen) netvliespunt. De proef gelukt even goed, wanneer de lichtpunten niet in het mediaanvlak liggen en het gefixeerde punt naast de twee halfbeelden gezien wordt.

De illusie van binoculair zien der halfbeelden is bij deze proef zoo volkomen, omdat, terwijl aan het lichtpunt voor het eene oog een volstrekt duister voor het andere beantwoordt, de wedstrijd der gezichtsvelden voldoende is uitgesloten.

Doet men dezelfde proef bij 't vrije zien, daarbij in plaats van vonken kleine voorwerpen gebruikende, dan blijft, zooals wij reeds zeiden, de richtingslijn van ieder netvliesbeeld beslissend voor de richting van het zien. Maar de kennis, die men van het voorwerp heeft, is van invloed op de voorstelling van den afstand. Wat mij betreft, ik kan mij alle dubbelbeelden zonder moeite voorstellen, als in den horopter gelegen, en de drie beelden achtereenvolgens fixeeren, zonder dat ze zich schijnen te bewegen. Aan vele anderen zal de proef beter gelukken, wanneer de halfbeelden door vorm en ligging zich aan het gefixeerde voorwerp aansluiten. Men plaatse bijv. een ijzeren staafje op kleinen afstand in het mediaanvlak, terwijl men een in hetzelfde vlak op grooteren afstand gelegen kachelpijp ziet. Nadert men nu zooveel tot het staafje, dat zijn dubbelbeelden zich even breed als de kachelpijp vertoonen, dan zal een ieder zich gemakkelijk voorstellen, drie gelijke kachelpijpen naast elkander te zien en ze bij afwisselend fixeeren in rust zien blijven: hij plaatst ze dus in één vlak naast elkander. Bij deze proef moet het hoofd leunen, om parallactische beweging te voorkomen. 't Is daarenboven goed, dat de achtergrond vrij donker en effen zij, en dat een paar kleine schermen de uiteinden der voorwerpen verbergen.

Intusschen is het waar, dat, bij het gewone zien, waarbij men doorgaans met bekende voorwerpen te doen heeft en de bewegingen van het hoofd ze naar hun verschil van afstand parallactisch doen bewegen, de dubbelbeelden, inzoover men er op let, op de ware distantie worden geplaatst van het voorwerp, waartoe ze behooren, zoodat, wanneer men van het gefixeerde punt bijv. tot een naderbij gelegen wil overgaan, onmiddellijk vrij

nauwkeurig den vereischten aanstoot tot beweging weet te geven, om het binoculair te fixeeren. Ziet men daarbij nauwlettend toe, dan bemerkt men, dat de dubbelbeelden van beide zijden tot elkander naderen. Het duidelijkst blijkt die beweging der dubbelbeelden, wanneer men twee kleine voorwerpen, bijv. twee potlooden, in het mediaanvlak houdt en afwisselend het meer en minder verwijderde fixeert. Hierbij komt het gefixeerde, zooals men weet, altijd tusschen de dubbelbeelden van het niet gefixeerde te staan. Men kan nu ook het naderbij gelegen potlood, buiten het mediaanvlak, juist tusschen een der oogen en het meer verwijderde inschuiven: dan valt het eene dubbelbeeld altijd op het gefixeerde voorwerp, terwijl het andere er respectievelijk rechts en links naast staat.

Het afwisselend tot elkander naderen en uiteengaan der dubbelbeelden van de afwisselend gefixeerde voorwerpen geeft nu, wanneer het eene oog gesloten blijft, tot een merkwaardig gezichtsbedrog aanleiding. Men zie afwisselend naar een vizier en naar een verwijderd voorwerp, in de richting van het vizier gelegen. Bij het zien naar 't vizier, schijnen dan beide, vizier en voorwerp, zich naar de zijde van het geopende oog, bij het zien naar het voorwerp, beide zich naar de tegengestelde zijde te verplaatsen. De verklaring is deze. Een direct gezien punt vertoont zich op zijn plaats, in het kruispunt der gezichtslijnen, onverschillig of het met één of met beide oogen wordt gezien (verg. bl. 34). Ziet men nu met één oog naar 't vizier, welks afstand men kent, dan richt zich daarop ook het geslotene, en men ziet het vizier op zijn plaats, maar het voorwerp is verschoven. Ziet men naar het voorwerp, dan ook richt zich daarop het geslotene en is het voorwerp op zijn plaats, maar het vizier verschoven. Bij iedere afwisseling verschuiven dus beide: het eene, omdat het op zijn plaats komt, het andere, omdat het die verlaat. Houdt men nu bij deze proef ook het andere oog open, dan wordt ons duidelijk wat er gebeurt. Het vizier, namelijk, vertoont zich in dubbelbeelden, als men naar het voorwerp ziet, het voorwerp, als men naar 't vizier ziet, en bij het afwisselend fixeeren ziet men de dubbelbeelden van het eene respectievelijk van rechter en linker zijde tot elkander komen, terwijl die van het andere naar de rechter en linker zijde uit

elkander gaan. Die verschuivingen naar tegenovergestelde zijden kunnen in onze voorstelling elkander dan opheffen, zoodat vizier zoowel als voorwerp op hunne plaats blijven. Maar doet men de proef met één oog, dan ziet men telkens slechts een der dubbelbeelden, en zijne nu niet gecompenseerde schijnbeweging maakt den indruk van een ware.

Nagenoeg op deze wijze is de proef door HELMHOLTZ *) gedaan en beschreven. Zij is mij reeds voor meer dan 10 jaren getoond geworden door GIRAUD-TEULON, die ons hier met een bezoek vereerde, en ik gaf er toen de verklaring van, die men hier gelezen heeft. Een zeer geschikte wijze is, zich voor een vensterglas te plaatsen en afwisselend een vlekje op het glas en een verwijderd voorwerp te fixeeren.

HELMHOLTZ merkt op, dat bij het gebruik van het rechter oog de verschuiving kleiner schijnt dan bij 't gebruik van het linker. Zoo is het ook bij mij en bij de meesten. Bijzonder treffend is dit verschil, wanneer men door een zeer kleine opening, achtereenvolgens dicht voor het rechter en voor het linker oog gehouden (als bij entoptisch onderzoek), naar de verwijderde voorwerpen ziet en afwisselend de opening zelve tracht te zien, of wanneer men een klein reflexie-beeld in het voorste brandpunt houdt en, onder aanhoudende fixatie met het eene oog, zijn convergentie verandert. Ook bij het uiteenwijken en tot elkander naderen der dubbelbeelden, wanneer beide oogen geopend zijn, krijg ik licht de voorstelling, dat de bewegingen van het met het rechter oog geziene halfbeeld kleiner zijn. Scherpschutters, die gewoon zijn te viseeren met het rechter oog en daarbij afwisselend naar het vizier en naar het voorwerp zien, merken niets van de schijnbare versplaatsing, en hun, die langen tijd het gezicht van een oog hebben gemist, is de voorstelling daarvan op geenerlei wijze bij te brengen.

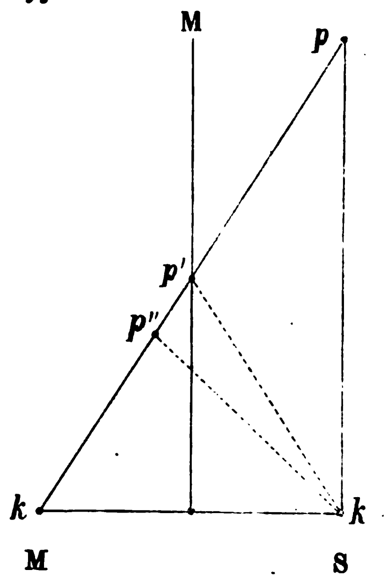
Soortgelijke proeven nu zijn door HERING verricht, en hij heeft daarop grooten nadruk gelegd, om te betoogen, dat wij de voorwerpen niet noodzakelijk op de gezichtslijnen projiciëeren. En werkelijk, terwijl alleen het geslotene oog zich rechts en links beweegt, schijnen de door het andere oog onbewegelijk gefixeerde

*) l. c. p. 607

voorwerpen zich te verplaatsen. Bij onveranderde gezichtslijn dus veranderde projectie!

De verklaring hiervan ligt in het bovenstaande reeds opgesloten. Wij hebben, namelijk, gezien, dat de binoculair gefixeerde voorwerpen zich vertoonen in het *kruispunt* der gezichtslijnen. Welnu, dan moet de voorstelling der ligging, bij onveranderde richting der eene gezichtslijn, door veranderde richting der andere gewijzigd worden. Zij, in fig. 2, *k p* de onveranderde richting der gezichtslijn van het linker oog *S*; *k p* *k p'* en *k p''* drie richtingen der gezichtslijn van het rechter oog

fig. 2.



D, dan ligt het voorwerp, bij deze drie richtingen, eenmaal, in *p*, rechts van het mediaanvlak M, bij *p'* juist in het mediaanvlak, en bij *p''* links van dat vlak. Nu is het onverschillig voor de beoordeeling, of bij het fixeeren een der oogen bedekt wordt. Men fixeere een voorwerp scherp, binoculair, en schuive voor een der oogen een scherm: het voorwerp behoudt onveranderd zijne plaats. Of men houde een scherm in het mediaanvlak: zoo blijft alles op zijn plaats, en men weet zelfs niet, dat men nu bijna alle voorwerpen slechts met een oog ziet. Bij de proef, behoorende bij fig. 2, kan dus het rechter oog gesloten blijven:

mits het achtereenvolgens op p, p' en p'' gericht worde, zal het in de gezichtslijn van S gelegen punt even goed van de rechter zijde, door het mediaanvlak, naar de linker zijde verschuiven. Eigenlijk zou, indien er slechts één voorwerp op de rechter gezichtslijn ligt, bijv. p, wijl de dubbelbeelden uitblijven, dat voorwerp hierbij tevens tot het oog moeten naderen. Maar dat doet het niet, of althans onvolkomen, omdat de gezichtshoek, waaronder het zich vertoont, genoegzaam dezelfde blijft. Men zou dus tevens zich moeten voorstellen, dat het voorwerp in dezelfde evenredigheid kleiner wordt, als men het zich nader denkt, en tegenover dergelijken eisch geeft de afstandsinnervatie zich gewonnen.

Dit ten aanzien der gezichtslijnen. Wat de overige richtingslijnen betreft, men houde daaraan vast, dat die op ieder oog de gezichtslijn volgen. Zij projiciëeren onveranderlijk onder denzelfden hoek met de gezichtslijn. In de boven beschreven proef is die hoek $= o$: daarom wordt bij het fixeeren van het vizier het voorwerp in dezelfde richting gezien, en omgekeerd het vizier bij het fixeeren van het voorwerp *). Maar wat daar naast ligt, maakt bij de bewegingen van het gesloten oog dezelfde zijdelingsche verplaatsing mede.

Men zal nu nog duidelijker inzien, waarom wij niet zeggen kunnen, dat de dubbelbeelden zich in absoluten zin op de richtingslijnen vertoonen. Immers hare projecties volgen op ieder oog die der gezichtslijn, en ook deze is voor ieder oog niet absoluut, maar integendeel, zooals wij zagen, afhankelijk van de richting der gezichtslijn van het andere oog.

Willen wij de ligging der dubbelbeelden graphisch voorstellen, dan moeten wij de richtingslijnen verlengen tot op den afstand, waar het kruispunt der gezichtlijnen ligt. Dáár eerst hebben de gezichtslijnen een gemeenschappelijk punt in de ruimte, en — nemen dus ook de punten, op de richtingslijnen onverschillig van het eene of van het andere oog gelegen, in betrekking tot elkander en tot het gefixeerde punt de plaats in, die de richting vertegenwoordigt, waarin ze worden gezien. Die gra-

---

*) Van het verschil tusschen gezichtslijn en viseerlijn mag ik hier wel abstraheeren.

phische voorstelling op den afstand van het kruispunt der gezichtslijnen, is dus noodig, althans bij gekruiste dubbelbeelden (verg. fig. 2), voor de appreciatie der betrekkelijke richting en prejudiciëert niets omtrent den afstand.

Aan het einde dezer uitvoerige beschouwing zien wij ons teruggevoerd tot onze oude stelling: *dat wij de voorwerpen direct zien, dáár, waar de bewegingsinnervatie de gezichtslijnen tot overkruising brengt, en indirect op ieder oog onder een hoek met de gezichtslijn, die door de richtingslijn van het getroffen netvliespunt bepaald wordt.*

Dit is het, wat wij wenschten te betoogen. Het resultaat is gemakkelijk te vatten en zijn grond van bestaan even licht te herkennen. Ik durf daarom hopen, dat de gegeven voorstelling ingang vinden zal.

Aan het slot moet ik nog eens terugkomen op HERING's Cyclopenoog.

Dat het feitelijk juist is, te zeggen: wij zien een gefixeerd punt, én met ieder oog afzonderlijk, én met beide oogen te gelijk, in een richting, waarin een op dat punt gericht oog, in het midden tusschen de beide geplaatst, het zien zou, — ligt in mijn betoog opgesloten. Immers wanneer, zooals ik beweer, wij het gefixeerde punt zien in het *kruispunt* der richtingslijnen, dan ligt het ook zeker op de lijn, *die den hoek*, waaronder zij elkander snijden, halveert. Maar om van een kruispunt te kunnen spreken, dat niet slechts de richting, maar ook den afstand bepaalt, zijn twee oogen noodig. De reductie tot een cyclopen-oog doet daarvan afstand. Het denkbeeldige cyclopenoog geeft dus niet, wat het zou moeten geven: het is onvoldoende.

Van het cyclopenoog is intusschen nog verder gebruik gemaakt. „Ich habe gefunden" zegt HELMHOLTZ *), „dass auch für „die scheinbare Lage des Netzhauthorizonts eine ähnliche Ab„hängigkeit von den Raddrehungen beider Augen besteht, wie „für die scheinbare Richtung der Gesichtslinie." Heb ik

*) l. c. p. p. 608—612.

HELMHOLTZ goed verstaan, dan zou ik meenen, hierop iets te moeten afdingen (verg. bijlage C). Het is volkomen juist, dat ook ten aanzien der raddraaiing de twee oogen zich tot eene gemiddelde voorstelling combineeren. Zoodanige combinatie tot een gemiddelde komt onder alle omstandigheden voor. Fixeeren wij bijv. met sterke symmetrische convergentie een uitgespannen draaad of beter nog een horizontale lichtspleet, dan zien we deze werkelijk horizontaal; maar wij kunnen ons toch gemakkelijk overtuigen, dat zich eigenlijk twee in het fixeerpunt zich overkruisende beelden vertoonen, die, door ieder oog afzonderlijk gezien, in tegengestelde richtingen van de horizontale afwijken, maar waarvan de gemiddelde horizontaal is.

Bij asymmetrische convergentie zijn de afwijkingen minder gelijk, maar wij nemen binoculair weer ongeveer de gemiddelde, de ware horizontale.

Eene juiste aanwijzing voor den stand van verticale en horizontale lijnen zou dus een cyclopen-oog geven, dat de gemiddelde asdraaiing had ondergaan. Dit cyclopen-oog zou zien als de beide oogen, gezamenlijk. Maar men kan niet zeggen, dat het zien zou als ieder oog afzonderlijk. Dit is reeds daarom onmogelijk, omdat ieder oog een verschillende helling ziet. Voor de gezichtslijnen is dit geheel anders. Men ziet het gefixeerde punt met ieder oog in het kruispunt der richtingslijnen. Dat kruispunt verschuift naar dezelfde zijde, waarheen het bedekte oog zich draait: die richting van draaiing deelt zich dus mede aan de voorstelling, die van het geopende oog uitgaat. Maar bij de raddraaiing ontstaat de voorstelling als de gemiddelde tusschen twee hellingen, waarvan, met het sluiten van een der oogen, de eene wegvalt. Zij houdt dus op compenseerend te werken, in betrekking tot de andere. Wij zien dan met het eene oog noodzakelijk een helling, die in werkelijkheid zou moeten bestaan, om op de beide oogen als gemiddelde voort te brengen, wat op het eene aanwezig is, want — wat met één oog gezien wordt meenen, we met beide te zien.

Inderdaad is het evenzoo gesteld met de schijnbare helling, die aan de verticale meridianen eigen is. Met beide oogen door een koker ziende, tegen een wit vlak, stelt men een draad verticaal in. Een oog ziet zijn eigen helling, die, onder alle om-

standigheden, des te meer van de binoculaire zal afwijken, hoe meer het andere oog bij het binoculaire zien zou hebben gecompenseerd.

Voor de raddraaiingen schijnt mij dus het cyclopen-oog om een andere reden onvoldoende te zijn, als voor de richtingen der bliklijnen: bij deze, omdat het abstraheert van het kruispunt, bij gene, omdat het slechts een gemiddelde geeft van voorstellingen, voor het eene oog verschillend van die van het andere.

Bedoelt het cyclopen-oog niets meer, dan een samensmelting der afzonderlijke voorstellingen, dan liet het zich nog verder toepassen. Men zou dan kunnen zeggen, dat het de kleuren combineert. Bij momentane verlichting althans krijgt men ongeveer de voorstelling der gemengde kleur, zonder spoor van wedstrijd, en is het dus, alsof een cyclopen-oog het licht van de beide oogen ontving. Hetzelfde geldt tot in zekere mate voor de grootte van den gezichtshoek, waaronder wij een voorwerp zien. Een klein voorwerp, ter zijde van het aangezicht gehouden, ziet men grooter met het oog van dezelfde, kleiner met dat der tegengestelde zijde, met beide oogen op zijn gemiddelde grootte, en wel ongeveer zoo groot als een cyclopisch oog het zien zou.

Maar ik vermijd toch bij voorkeur de uitdrukking van cyclopisch oog, omdat men er onjuiste of onvoldoende voorstellingen mee verbinden kan, en het toch waarlijk niet moeielijk te begrijpen is, dat men een voorstelling krijgt, die ongeveer aan de gemiddelde uit de indrukken der beide oogen beantwoordt.

Later komt HELMHOLTZ *) nog eens op het cyclopisch oog terug, om te doen opmerken, dat de daarvan uitgaande „Sehrichtungen" zich nooit kunnen snijden, en dat het bezwaar, dat de gekruiste dubbelbeelden der beide oogen in dit opzicht opleveren, hiermee vervalt. Men heeft echter slechts, zooals door HELMHOLTZ †) zeer juist betracht wordt, iedere richtingslijn op

*) l. c. p. 745.

†) l. c. p. 696.

de gezichtslijn van haar eigen oog terug te brengen, om alle bezwaar uit den weg te ruimen. En verlengt men de richtingslijnen voor de gekruiste beelden tot op den afstand van het kruispunt der gezichtslijnen, waar beide een en hetzelfde punt in de ruimte vertegenwoordigen, dan geeft het diagram ook de juiste ligging der dubbelbeelden aan.

Wij willen dus liever het dubbeloog van HERING niet cyclopisch verbinden.

BIJLAGEN.

A. *Schatting van den afstand uit de convergentie, bij direct zien.* *a.* De waarnemer bevindt zich in een volstrekt donkere kast, in staande houding, leunende met het voorhoofd onbewegelijk op twee steunpunten, en ziet naar een op veranderlijken afstand voortgebracht lichtpunt, bestaande uit snel op elkander volgende zeer kleine inductie-vonken. Na fixatie, gedurende een paar sekunden, heeft hij met zijnen met caoutchouc bekleeden wijsvinger der rechterhand, den vonk te treffen. Onmiddellijk na de beweging wordt het daglicht toegelaten en de afstand van het lichtpunt en van den vingertop tot het oog in milimeters afgelezen. Om alle aanwijzing omtrent den afstand uit de sterkte van het lichtpunt uit te sluiten, werd de secundaire rol nu dan verschoven. Voortdurend werd het lichtpunt echter zoo zwak gehouden, dat zelfs de electroden, en voorts al wat er in de kast aanwezig was, volstrekt onzichtbaar bleven.

Afstand van			
lichtpunt.	vingertop.	Miswijzing.	Rolafstand.
400	397	— 3	20
510	510	0	〃
360	351	— 9	〃
560	569	+ 9	〃
450	447	— 3	〃
450	459	+ 9	0
400	381	— 19	10
200	207	+ 7	〃
260	268	+ 8	40
140	136	— 4	〃
360	388	+ 28	30
210	217	+ 7	〃
430	465	+ 35	0
530	514	— 16	0
200	209	+ 9	5
200	205	+ 5	5
450	476	+ 26	10
230	231	+ 1	〃

Afstand van lichtpunt.	Afstand van vingertop.	Miswijzing.	Rolafstand.
115	124	+ 9	10
450	448	— 2	30
110	114	+ 4	0
460	475	+ 15	0
300	310	+ 10	20
460	476	+ 16	15
350	343	— 7	15
580	580	0	25
120	140	+ 20	20
390	412	+ 22	0
65	70	+ 5	35
470	474	+ 4	35
610	576	— 34	15

Gemiddelde miswijzing. . . . 10.8.

b. De kast blijft open. Alle voorwerpen zijn verlicht. Men opent de oogen, ziet de electroden, schat den afstand, sluit weder de oogen en heeft nu met den vinger het punt tusschen de electroden te treffen. De uitkomsten zijn:

420	422	+ 2
260	280	+ 20
230	255	+ 25
150	146	— 4
460	470	+ 10
250	251	+ 1
80	105	+ 25
490	478	— 12
330	327	— 3
600	610	+ 10
210	227	+ 17
420	442	+ 22
80	110	+ 30
540	544	+ 4
330	327	— 3
130	130	0
450	465	+ 15
630	527	— 3
130	133	+ 3
130	135	+ 5
330	344	+ 14

Gemiddelde miswijzing. . . . . 10.7.

c. Een nieuwe reeks met lichtpunt in de donkere kast, evenals *a*.

330	314	— 16	20
480	503	+ 23	"
510	522	+ 12	"
390	402	+ 12	0
300	311	+ 11	0
155	161	+ 5	0
70	95	+ 25	30
540	580	+ 40	15
600	602	+ 2	"
220	235	+ 15	"
80	80	0	25
510	538	+ 28	20
610	629	+ 19	"
380	376	— 4	"
150	159	+ 9	5
60	60	0	5
107	111	+ 4	10
200	211	+ 11	10
580	578	— 2	15
Gemiddelde miswijzing		12.9.	

Het blijkt, dat bij geopende kast, terwijl alle voorwerpen in daglicht werden gezien, de miswijzing bijna even groot is als bij een enkel zichtbaar lichtpunt. Het oordeel over den afstand van een lichtpunt binnen het bereik der hand is voor hem, die twee goede oogen heeft, dus bijna even volkomen, als wanneer alle andere factoren tot beoordeeling van den afstand tevens gegeven zijn. Het van den rolafstand afhankelijk verschil in helderheid van het lichtpunt bleef zonder invloed.

Verscheidene mijner vrienden hebben deze proeven herhaald en geene grootere miswijzing bekomen dan ik, de Heer ABRAHAMSZ slechts 9.7 millimeter.

B. *Schatting van den afstand, bij indirect zien.* Terwijl het lichtpunt in de kast op een vasten afstand van 300 millimeters werd gefixeerd, liet men een enkelen sterkeren inductie-vonk overspringen, nu op grooteren dan op kleineren afstand van het fixeerpunt, en meer of minder ter rechter of ter linker zijde, altijd binnen het bereik der handen: de plaats, waar die vonk was overgesprongen, moest nu weder met den vinger worden aangewezen.

Ik verkreeg de volgende resultaten:

FIXEERPUNT OP 300 MILLIMETERS.

Afstand van vonk.	vingertop.	Miswijzing.	Aanmerkingen.
530	590	+ 60	
300	310	+ 10	
600	560	— 40	
240	237	— 3	
440	468	+ 28	
220	213	— 7	
580	520	— 60	
410	455	+ 45	
220	277	+ 57	zeer sterk rechts.
550	628	+ 78	id. id.
240	234	— 6	id. id.
210	202	— 8	
580	512	— 68	
450	490	+ 40	zeer sterk links.
240	233	— 7	
500	466	— 34	
540	506	— 34	
290	380	+ 90	id. id.
250	250	0	id. id.
290	299	+ 9	
340	365	+ 25	id. id.
520	504	— 16	
350	352	+ 2	
520	471	— 49	
400	520	+ 120	zeer sterk rechts.
240	254	+ 14	id. links.
410	434	+ 24	
223	250	+ 27	id. links.
330	285	— 45	id. rechts.

Gemiddelde miswijzing = 35
Gemiddelde afstand. . = 380.

De miswijzing bedraagt dus ongeveer $\frac{1}{11}$ van den afstand. Blijkbaar wordt zij het grootst, wanneer de vonk ver van het fixeerpunt verwijderd of sterk ter zijde overspringt. In het eerste geval liggen zijne dubbelbeelden ver uiteen, in het laatste werd zeker somtijds, door het in den weg staan van den neus, de vonk slechts

met één oog gezien. Sluiten wij deze gevallen uit en bepalen wij ons tot afstanden van 200 tot 400 millimeters, zoo blijkt de gemiddelde miswijzing slechts 6 millimeters te bedragen.

Een punt verdient nog opmerking: dat, namelijk, wanneer de vonk sterk ter zijde overspringt, en wel ongeveer op gelijken afstand als het fixeerpunt, de afstand regelmatig te groot geschat wordt. Dit strookt met de uitkomst, door HERING en HELMHOLTZ (l. c. p. 654) bij het direct zien van verticale draden verkregen.

C. *Schatting van de richting van gefixeerde lijnen, bij verschillende standen der oogen.* Deze proeven bestonden in het zoo goed mogelijk verticaal of horizontaal stellen van een draad, gezien door een korten koker en geprojicieërd op een gelijkmatig vlak, en het telkens constateeren der afwijking resp. van de verticale of horizontale. Deze methode is door HERING en anderen aangewend. Mij was het hier bijzonder te doen om bepalingen voor het geval, dat het eene oog onveranderlijk in een richting, evenwijdig aan het medivlak, bleef fixeeren, terwijl het andere (al of niet bedekte) naar binnen werd gedraaid. Eenvoudigheidshalve bepaalde ik mij tot bewegingen in het horizontale vlak, bij rechtstandig hoofd. Daarbij bracht de convergentie reeds voldoende helling der medianen mede, om de vraag, waarop het aankwam, te onderzoeken. Hiertoe behoort meer bijzonder de reeks *c*. Ter vergelijkidg moesten echter ook de overige uitkomsten worden medegedeeld. Ik bepaal mij tot het opgeven der gemiddelden van 10 of 20 waarnemingen, met opmerking, dat, afgezien van zeer geforceerde convergenties, de waarschijnlijke fout gering was.

Draait het oog *links* om de gezichtsas (men kan dit tusschen twee vingers gemakkelijk bewerkstelligen), dan ziet men alle lijnen zich *rechts* om het fixeerpunt draaien, — als de wijzer van een uurwerk: een lijn, die in werkelijkheid links overhelt, zal daarbij dus verticaal kunnen schijnen. Hieruit volgt, dat, wanneer wij den draad in den cilinder links doen overhellen, het oog ook links om zijn as is gedraaid: deze richting noemen wij de negatieve. Positief is de draaiing van het oog, wanneer wij een rechts overhellenden draad voor verticaal houden.

a. Bij bedekking van het eene oog wordt, afwisselend met het rechter en linker, de draad verticaal, later horizontaal gesteld, en de afwijking van de werkelijk verticale en horizontale afgelezen. Het stellen geschiedt bij rechtstandig hoofd en horizontaal gerichte,

evenwijdige gezichtslijnen.

		Verticaal.	Horizontaal.	Verschil.
Rechter oog.		+ 0°.22	— 0°,69	0°.91
Linker oog.		— 3°.86	— 3°.25	0°.61
Hoek *m*	=	4°.08	2°.56	1°.52

Op andere tijden gaven nieuwe reeksen mij de volgende waarden:

		Verticaal.	Horizontaal.	Verschil.
Rechter oog.		— 0. 93	*)	
Linker „		— 4°.30		
Hoek *m*	=	3°.37	2°.71	0°.66

Voorts:

		Verticaal.
Rechter oog		+ 0.53
Linker oog		— 3.38
Hoek *m*	=	3.97

Uit deze resultaten blijkt, dat, wanneer bij het binoculair zien de gemiddelde aanwijzing der beide meridianen wordt gevolgd, de verticale lijn mij moet voorkomen rechts over te hellen, en wel, in de conditie, bij de eerste reeks van proeven aanwezig, 0°.22 + 3°.86 : 2 = 2°.04, de horizontale 0°.69 + 3°.25 : 2 = 1°.97. Een afwijking in dien zin komt werkelijk bij mij voor: met het rechter oog alléén beoordeel ik de richtingen van lijnen juister dan met beide oogen.

b. Afwisselend wordt een der oogen gedekt, onmiddellijk na de dekking de draad verticaal gesteld, de dekking opgeheven en het resultaat als juist aangenomen, wanneer bleek, dat tijdens de dekking de convergentie onveranderd gebleven was.

Symmetrische convergentie, naar een in het mediaanvlak gelegen punt, op Ctm.

		Oneindig.	30	19	10	6	4
Rechter oog.		— 0°.93	— 0°.81	— 0°.16	+ 1°.44	+ 1°.86	+ 1°.79
Linker oog.		— 4°.3	— 3°.53(?)	— 5°,34	— 6°45	— 7°.44	— 9°.5
Hoek *m*	=	3°.37	2°.72(?)	5°.18	7°.89	9°.30	11°.29

---

*) Ik had geen absoluut horizontale ter vergelijking en kon dus slechts den hoek *m* uit het verschil van rechter en linker oog afleiden.

	Oneïndig.	30	19	10	6	4
Berekende binoc. helling.	— 2°.61	— 2°.17(?)	— 2°.7	— 2°.5	— 2°.79	— 3°.58
Waargenomene		— 1°.76	— 1°.72	— 1°.21	— 1°.26	— 1°.7

Het blijkt, dat bij toenemende convergentie de verticale meridiaan van het rechter oog meer en meer rechts, die van het linker meer en meer links overhelt. De gemiddelde overhelling blijft links. Op de gemiddelde (de waargenomene) doet de helling van het rechter oog zich sterker gelden dan die van het linker.

In een vroegere reeks van proeven namen de overhellingen zoowel voor het rechter als voor het linker oog, bij gelijke convergenties als boven, nagenoeg $\frac{1}{4}$ minder toe. Ook in een andere reeks, waarbij de waarneming met horizontale lijnen geschiedde, werden kleinere waarden gevonden.

HORIZONTALE STELLING.

Symmetrische convergentie.

	Oneindig.	Matige.	Zeer sterke.
	— 0°.69	+ 0°.83	+ 1°.99
	— 3°.25	— 4°.8	— 5°.55
Hoek *m*	2°.56	5°.63	7°.54.

c. 1. Gezichtslijn van *rechter* oog blijft, onveranderd, evenwijdig aan het mediaanvlak, terwijl die van het linker oog, naar binnen draaiende, die van het rechter snijdt in

asymmetrische convergentie, op ctm.

	30	19	10	6	max.
Rechter oog.	— 1°.35	— 0°.33	+ 1°.3	+ 1°85	+ 1°.25
Linker oog.	— 5°.87	— 5°.66	— 7°.07	— 8°.16	— 9°.81
Hoek *m*	4°.52	5°.33	8°.37	10°.01	11°.96
Berekende binoc. helling.	3°.61	2°.99	2°.89	blijven dubbelbeelden.	
Waargenomene	2°.98	2°.69	2°.33	//	//

Hieruit blijkt ten duidelijkste, dat, terwijl, bij toenemende convergentie, de verticale meridiaan van het linker oog meer en meer links overhelt, die van het rechter een overhelling rechts bekomt. Van een convergentie van 30 tot 6 ctm. bedraagt die hier niet minder dan 1°.35 + 1°.85 = 3°.2. Moge de werkelijke overhelling aan deze schijnbare niet geheel beantwoorden, in elk geval blijkt er uit,

dat de stijgende negatieve overhelling op het linker oog op het rechter geen schijnbare helling in *gelijken* zin voortbrengt, zooals HELMHOLTZ vermoedde. — Hij merkt trouwens op, dat hij zich van proeven met sterke convergentie moest onthouden, wijl deze hem hoofdpijn gaven.

Ik heb door oefening mijne oogen in velerlei opzicht leeren beheerschen en daarbij ook een groote virtuositeit gekregen in het volstrekt onbewegelijk houden van de eene gezichtslijn, terwijl de andere zelfs tot een maximum naar binnen draait. Daarbij is niet het minst van de schommeling te zien, die HERING hieraan verbonden acht. Om intusschen zeker te zijn, dat de gezichtslijn van het rechter oog bij het fixeeren van den draad evenwijdig was en bleef aan het mediaan-vlak, werd aan een sterk brillenstel een buigzamen metalen draad met blinkend uiteinde bevestigd en, bij vasten stand van het stel op den neus, zoo gebogen, dat, bij het zien op afstand met rechtstandig hoofd en horizontale gezichtslijnen, evenwijdig aan het mediaanvlak, het diffuus beeldje van het blinkend uiteinde het gefixeerde punt dekte. Bij de bovenstaande bepalingen nu werd afwisselend voor het eene en voor het andere oog een klein scherm gehouden en de stelling van den draad als juist beschouwd, wanneer bij het wegmen van het scherm de richting der gezichtslijn bleek onveranderd te zijn. Bij de hoogste graden van binnenwaartsche draaiing konden beide oogen open blijven, wijl de dubbelbeelden dan ver genoeg uit elkander stonden, om bij de stelling van den draad voor het eene van het andere halfbeeld te abstraheeren: deze waarnemingen beloven juist de grootste nauwkeurigheid.

2. Gezichtslijn van *linker* oog onveranderd. Hierbij werden enkel voor het maximum van binnenwaarts-draaiing van het rechter de standen waargenomen en vergeleken:

Asymmetrische convergentie.

	Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum binnenwaartsche draaiing van rechter oog.
Rechter oog.	— 0. 93	+ 4. 95
Linker 〃	— 4°.3	— 5°.31
Hoek *m*	3°.43	10°.26.

In dit geval wordt de positieve helling op het rechter oog veel meer verhoogd dan de negatieve op het linker. Maar ontwijfelbaar neemt toch ook de laatste toe, en in geen geval ontwikkelt zich schijnbaar eene overhelling als die van het rechter oog.

De proeven werden op verschillende tijden herhaald, onder anderen, in het bovenvermelde geval, toen bij evenwijdige gezichtslijnen het rechter oog een positieven stand van den verticalen meridiaan aantoonde. — Gezichtslijn *rechter* oog onveranderd.

Asymmetrische convergentie.

		Evenwijdige gezichtslijnen	Maximum binnenwaartsche draaiing van linker oog.
Rechter oog.		+ 0°.53	+ 2°.48
Linker "		— 3°.38	— 6°.06
Hoek *m*.	=	3°.91	9°.54.

Ook met *horizontale* stelling van den draad werden dezelfde proeven gedaan, en wel twee reeksen I en II. — Gezichtslijn *rechter* oog onveranderd.

		Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum-draaiing linker oog. I.	Maximum-draaiing linker oog. II.
Rechter oog.		— 0°.69	+ 2°.7	+ 2°.68
Linker "		— 3°.25	— 6°	— 6°.77
Hoek *m*	=	2°.56	8°.7	9°.45.

Eindelijk met *horizontale* stelling nog een reeks, waarbij de gezichtslijn van het *linker* oog, onveranderd, recht naar voren bleef gericht.

		Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum draaiing rechter oog.
Rechter oog		— 0°.69	+ 2°.9
Linker "		— 3°.25	— 4°.78
Hoek *m*	=	2°.56	7°.68.

Al deze proeven, hoezeer eenigszins uiteenloopende, leveren het stellige bewijs, dat bij asymmetrische convergentie, terwijl het eene oog onveranderlijk evenwijdig aan het mediaanvlak gericht blijft, zijn meridiaan in tegengestelden zin overhelt als die van het andere sterk naar binnen gerichte oog.

Een paar opmerkingen mogen hier nog plaats vinden. Vooreerst wil ik wijzen op de afwijkingen der stelling bij horizontale evenwijdige gezichtslijnen op verschillende dagen. Voor het rechter oog verschilden de uitersten 0.53 + 0.9 = 1°.43. Ook de binoculaire instelling liep tamelijk uiteen. Trouwens, zelfs bij het vrije zien, is

ons oordeel omtrent den loodrechten stand tamelijk wankelend. In Amsterdam is een nauwe straat, waarin de gevels der huizen eenigszins tot elkander neigen. Toen men nu daar een huis bouwde met loodrechten gevel, scheen deze zeer bepaald achter over te hellen. Zou ons oordeel over verticaal niet onder den invloed staan vooral van de laatste waarnemingen van lijnen, die wij meenden voor verticaal te mogen houden? — Niet altijd evenwel zullen wij de oorzaak der afwijkingen van ons oordeel kunnen opsporen.

In de tweede plaats is het de vraag, of, natuurlijk bij gelijken stand van het hoofd en bij beweging der oogen in het horizontale vlak, de schijnbare helling der meridianen als de ware mag worden aangezien. Wel is de hoek *m*, dien bijv. de schijnbaar verticale meridianen der twee oogen met elkander maken, naar ik meen, uit de helling der met beide oogen gelijktijdig nabij elkander geziene beelden met goed recht af te leiden. Maar op de beoordeeling van den stand van ieder beeld in het bijzonder zou de spierwerking, vooral wanneer ze geforceerd is, wijzigend kunnen ingrijpen. Zekerheid zouden hier slechts de nabeelden geven, van een gekleurden band bijv., te voren bij evenwijdige gezichtslijnen gezien. Maar ik vind, dat deze, althans bij de sterkste graden van convergentie, waarbij de veranderde helling eerst recht duidelijk zou te constateeren zijn, zich zeer onvolkomen ontwikkelen en dus in den steek laten. Dit was mij reeds gebleken, toen mijn te vroeg overleden jeugdige vriend BLOEMERT SCHUERMAN (verg. vijfde jaarlijksch verslag van het Nederl. Gasthuis voor ooglijders, — met wetenschappelijke bijlagen, bl. 23. en volgende. Utrecht 1864) meende te vinden, dat bij die geforceerde bewegingen zelfs de correspondeerende punten der beide netvliezen hunne betrekking wijzigen. Dit zeker hoogst zonderlinge resultaat waagde ik niet aan te nemen; maar het maakte op mij toch eenigen indruk, dat SCHUERMAN zich zoo stellig daarvan meende overtuigd te hebben.

OVER DEN METEORIET VAN TJABÉ

IN

NEDERLANDSCH INDIË.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Door de welwillende tusschenkomst van Zijne Excell. den Minister van Koloniën en van Zijne Excell. den Gouverneur-Generaal van Neêrlandsch Indië, ben ik in het bezit gesteld geworden van ruim een kilo van den op 19 September 1869 in de dessa Tjabé, district Padangan gevallen meteoriet, terwijl door genoemde welwillendheid ik tevens in staat ben gesteld, de volgende mededeeling omtrent den val van dien steen te bekomen.

„Op den 19den September 1869 werd omstreeks 9 uur des avonds, niet alleen in de dessa Tjabé (district Padangan, afdeeling Bodjo-Negoro) maar ook op de districtshoofdplaats Padangan, ± 9 paal van genoemde dessa verwijderd, alsmede op de hoofdplaats Bodjo-Negoro, 20 paal beoosten Padangan een lichtende bol gezien, die zich in N.O.-waartsche rigting bewoog en welks licht het maanlicht overtrof.

Tegelijkertijd viel er in gemelde dessa, op twee roeden afstand van het huis van zekeren inlander SOKROMO een meteoorsteen neder.

Daarna werd er een hevige slag, evenals een kanonschot, gehoord, waarna men een geluid vernam, gelijk aan het rollen van een wagen over een brug, welk geluid eenigen tijd aanhield. In de dessa Tjabé zelve, hadden de inwoners het gevoel

alsof er eene aardbeving was. De vrouw van bovengemelden SOKROMO, alleen in huis zijnde, werd door een hevigen slag wakker en kwam haar huis uit, om te zien wat er gaande was. Zij vond op haar erf verscheidene dessa-bewoners, die bezig waren met de plaats te zoeken, waar de steen gevallen was.

Eerst den volgenden morgen om 6 uur werd de steen, zooals bovengemeld, op twee roeden afstand van het huis van SOKROMO en 2 voet diep in den grond gevonden.

Volgens de verklaring der dessa-bewoners, was de meteoorsteen, toen zij hem vonden, nog zoo warm, dat men hem niet met de handen kon aanraken.

Dat de steen niet dieper dan twee voet in den grond is gedrongen, kan toegeschreven worden aan de hardheid van den grond, door de lang aanhoudende droogte. De meteoorsteen werd daarop door het hoofd van de dessa Tjabé naar Pandangan bij den wedono gebragt; deze dompelde den steen in een emmer met water, waardoor, volgens zijne verklaring, het water begon op te bruissen, even alsof het begon te koken.

Ook werden in den omtrek van de plaats waar de steen gevallen was, nasporingen gedaan naar andere steenen, doch te vergeefs."

De President van Rembang,
(was Get.) MEIJER.

Voor eensluidend Afschrift

De Gouvernements Secretaris
(was Get.) DE GROOT.

Meerdere inlichtingen over de verschijnselen bij het vallen van dien meteoriet waargenomen, heb ik niet kunnen verkrijgen; opmerkelijk is in deze mededeeling, dat de steen, die 's avonds om 9 uur gevallen is, den volgenden morgen om 6 uur, dus na 9 uren nog zoo warm zoude zijn bevonden, dat men hem, zonder zich te branden, met de handen niet kon aanraken; ik geloof dat men aan deze mededeeling niet veel waarde mag hechten, evenmin als aan de bewering van het dessa-hoofd, dat bij de indompeling van den steen in het water, dit opbruiste alsof het begon te koken: wij weten toch dat de hitte, welke de meteoriten bij hun val hebben, een gevolg van de snelheid

waarmede zij door onzen dampkring zich hebben bewogen, alleen oppervlakkig is; in negen uren tijds zal die oppervlakkige hitte wel zijn verloren gegaan.

Het stuk hetwelk ik ontving was een van den gevallen meteoriet, die ongeveer 20 kilo's moet hebben bedragen, afgeslagen stuk, waarvan ongeveer de helft met eene grauw-zwarte doffe korst van een half millimeter dikte was bedekt; op de breukvlakte vertoonde de steen een donker-grauwe kleur met eene menigte kleine glinsterende punten; hier en daar glinsterende plaatjes van ongeveer een vierkante millimeter oppervlakte; op eenige weinige plaatsen worden meer donkere bijna zwarte kogelvormige stukjes waargenomen, die soms 2 millimeter middellijn hebben.

Ofschoon met de loup metaalglanzende deeltjes worden gezien, en de niet versche breukvlakte vele roestvlekken vertoont, mist men in dezen steen metaalkorrels van eenige uitgebreidheid, zooals die in vele meteorieten worden waargenomen.

De steenmassa is grofkorrelig en zeer hard, zoodat zij zich in den achaten mortier niet gemakkelijk laat fijn maken en men slechts met moeite met den hamer er stukken van kan afslaan.

Welke de vorm van den geheelen meteoriet is geweest heb ik niet kunnen vernemen; het met korst bedekte gedeelte van het mij toegezonden stuk vertoonde een stompen geheel afgeronden hoek.

De gelegenheid, die mij op zoo welwillende wijze was aangeboden en waarvoor ik hunne Excellenties den Minister van Koloniën en den Gouverneur-Generaal openlijk mijnen dank breng, om mij op nieuw met de analyse van een meteoorsteen bezig te houden, was mij hoogst welkom.

Toen ik voor ruim 25 jaren de meteorieten van Nashville (9 Mei 1827 te Drake Creek Sumner County in Tennessee in Noord-Amerika gevallen) en van Utrecht (2 Junij 1843 in het gehucht Blaauwkapel gevallen) aan een scheikundig onderzoek onderwierp, volgde ik *) getrouw de door BERZELIUS †) aangegevene analyseermethode.

---

*) Pogg. *Ann.* LXVI. pag. 465.
†) Pogg. *Ann.* XXXIII. pag. 1 en 113.

Deze door den grooten meester voorgeschreven weg is nog steeds die, welke met kleine wijzigingen door alle scheikundigen wordt gevolgd. De moeielijkheden om tot eene juiste kennis der meteoorsteenen te geraken, waarop BERZELIUS reeds voor 40 jaren heeft gewezen, bestaan nog grootendeels, niettegenstaande de vele voortreffelijke onderzoekingeu in verschillende richtingen in het werk gesteld, door de broeders H. en G. ROSE, door WOEHLER, C. RAMMELSBERG, SHEPARD, VON REICHENBACH, O. BÜCHNER, DAUBRÉE, NORDENSKJÖLD, G. VOM RATH en zoovele anderen.

Die moeielijkheden zijn van dubbelen aard. De methoden voor de quantitatieve scheiding van sommige daarin voorkomende grondstoffen zijn nog zeer onvolkomen. Ik behoef alleen te wijzen op de scheiding der metalen ijzer, nikkel en kobalt, waarop ik vroeger de aandacht heb gevestigd. Mochten al deze moeielijkheden door het vinden van verbeterde analyseermethoden worden weggenomen, en al konde men zoo ver komen om van een stukje meteoriet de procentische samenstelling volkomen juist te verkrijgen, zoo zoude ons dit voor de kennis van de samenstelling der meteorieten (wij laten hier de uitsluitend uit meteoorijzer bestaande meteorieten buiten behandeling) weinig verder brengen. Wie toch zal beweren iets te weten van een in willekeurige verhouding gemaakt mengsel van eenige tot gruis gestooten mineralen, indien hij de juiste procentische verhouding der in dat mengsel voorkomende zuren en basen kent. En dit is toch het geval bij de meteorieten. Reeds eene oppervlakkige beschouwing van een stuk meteoorsteen met het ongewapend oog, maar nog oneindig beter een mikroskopisch onderzoek van een zeer dun schijfje uit zulk een steen gesneden, toont aan een hoogst ongelijkmatig agglomeraat van in kleur, aanzien en doorschijnendheid zeer verschillende mineralen. Bij de meesten komt daarenboven nog behalve kristallijn zwavelijzer eene metallische verbinding: het nikkelijzer, dat overal de mineraalkorreltjes omgeeft, zoodat bij vele meteorieten men zich de zaak zoo voorstellen kan, dat, indien het mogelijk ware al de mineralen daaruit te verwijderen, eene metallische spons, met op vele plaatsen uiterst dunne wanden, als skelet zoude overblijven, terwijl diezelfde metaalverbinding op andere plaatsen dikkere korrels vormt.

Ofschoon reeds BERZELIUS daarop vooral heeft gewezen, dat men trachten moet tot de kennis te geraken der verschillende mineralen waaruit de meteoriet is samengesteld en om daartoe te geraken de voorloopige scheiding door den magneet en de daarop volgende scheiding door zoutzuur, waarin sommige silikaten oplosbaar andere onoplosbaar zijn, heeft aanbevolen, in welke richting vooral RAMMELSBERG, ROSE, en anderen bij het onderzoek van vele meteoorsteenen met meer of minder goed gevolg zijn werkzaam geweest, zoo moet men toch bekennen, dat de resultaten, die uit deze onderzoekingen zijn verkregen, niet in verhouding staan tot den kostbaren tijd en het vele werk daaraan besteed. In die overtuiging ben ik op nieuw bevestigd geworden, door het onderzoek van den straks genoemden Oost-Indischen steen, van welken ik een ruim materiaal voor mijn onderzoek kon afzonderen en aan welk onderzoek ik, door het in verschillende richtingen te doen, veel tijd, doch eveneens met weinig positieve resultaten, heb besteed.

Het was daarom ook niet zonder zelfvoldoening dat ik voor korten tijd kennis maakte met de *Beiträge zur Kenntniss der Meteoriten,* die RAMMELSBERG in de zitting der Berlijnsche Akademie van 27 Juni 1870 heeft medegedeeld.

De daarin vermelde resultaten, door geleerden als RAMMELSBERG, WERTHER, SHEPARD en SILLIMAN verkregen bij het onderzoek van denzelfden meteoorsteen verschillen evenveel zoo niet veel meer van elkander dan die, getrokken uit mijne vergelijkende proeven over de samenstelling van den Oost-Indischen steen.

Nemen wij als voorbeeld de eerst in de beide laatste jaren en dus met al de verbeterde analyseerwijzen door C. RAMMELSBERG, WERTHER, G. VOM RATH ingestelde analysen van steenen van den op 30 Januarij 1868 te Pultusk in Polen plaats gehad hebbende meteorietregen, waarbij eenige duizende mogelijk honderd-duizende steenen op eene oppervlakte van meerdere kwadraatmijlen zijn gevallen.

Voor de samenstelling van het daarin voorkomend nikkelijzer vinden de drie onderzoekers:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg. in 4 verschillende analysen.			
IJzer. . . .	93,07	92,0	90,51	90,87	90,60	91,75
Nikkel. . .	6,93	8,0	9,49	9,13	9,40	8,25

Berekenen wij dit in aequivalenten, zoo zoude hetzelfde nikkelijzer bestaan volgens:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg.
Fe. . . .	93,04 = 14	92,05 = 12	90,61 = 10
Ni. . . .	6,96 = 1	7,95 = 1	9,39 = 1

Voor het in zoutzuur oplosbaar silikaat, na aftrek van het nikkelijzer en van het zwavelijzer, dus, zooals algemeen aangenomen wordt, voor het enkelvoudig silikaat *olivin,* in de Pultuskersteenen, werd de volgende procentische samenstelling gevonden:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg. 1.	2.	3.	4.
Kiezelzuur. . . .	39,67	40,53	41,08	40,56	40,19	40,41
IJzeroxydul . . .	16,64	13,08	9,42	12,16	14,11	12,84
Magnesia.	43,69	44,36	49,50	47,28	45,70	46,75
Kalk		2,03				

Zoodat de atoomverhouding tusschen het ijzer en het magnesium zoude zijn:

Fe	1	1	1	1	1	1
Mg	4,7	6,3	9,5	7	5,8	7

Rammelsberg zegt, na mededeeling dezer cijfers, van welke de uitersten door hem zelven gevonden, zijn 5,8 en 9,5: „Hiernach scheint 1 : 6 das annehmbarste Verhältniss der Olivin; mithin $Fe_2\ Si\ O_4 + 6\ Mg_2\ Si\ O_4$."

Het gemiddelde zijner proeven is echter meer gelegen tusschen de verhoudingen 1 : 7 en 1 : 8.

Eindelijk nog voor het in zuur onoplosbaar gedeelte wordt door de drie onderzoekers gevonden:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg. 1.	2.
Kiezelzuur	60,1	57,76	56,93	55,48
Alumina	1,7	2,70	4,17	4,58
IJzeroxydul	10,0	10,71	9,54	9,01
Magnesia.	24,8	22,43	24,23	24,14
Kalk.	0,6	4,96	3,10	3,65
Soda	2,8	1,41	—	2,22
Potassa.	—	—	—	0,92

Terwijl RAMMELSBERG tot de conclusie komt: de silikaatmassa van den Pultuskersteen bestaat uit olivin en broncit in de verhouding van 4 : 5, besluit V. RATH uit zijn onderzoek, dat die massa bestaat uit olivin en shepardit in de verhouding van 3 : 1.

Deze zoozeer uiteenloopende resultaten moeten ons niet verwonderen; ze zijn meer schijnbaar dan wezenlijk; eene mikroskopische beschouwing van een dun plaatje van een meteoriet toont reeds dadelijk hoe onregelmatig de verschillende samenstellende mineralen in den steen zijn verdeeld, zoodat eene bepaling van de verhouding in welke die mineralen in den steen voorkomen geen waarde heeft. Het in den steen verspreide nikkelijzer is geene enkele verbinding van nikkel en ijzer in eene vaste verhouding, maar een mengsel van verschillende dier verbindingen. De verhouding van de magnesia en het ijzeroxydul in de olivin is ook niet constant, maar even als in de aardsche olivinen zeer varieerende. Eindelijk wordt de bepaling van de samenstelling van het in zuren onoplosbaar silikaat der meteorieten hoogst moeielijk door de onzekerheid of niet daarin nog onopgeloste olivin of vrijgemaakt kiezelzuur uit die olivin aanwezig is. De uitlegging der resultaten der analyse wordt, naar mijn oordeel, zeer beneveld door de aanwezigheid eener niet geïndividualiseerde grondmassa, waarin de mineralen zijn ingesloten, en over wier samenstelling nog geen licht is verspreid; in het algemeen moet men er zich ook voor wachten bij de berekening der uitkomsten der analyse tot het opstellen der formulen de analogie met terrestrische mineralen te ver te drijven.

Om in deze moeielijke zaak meer licht te verkrijgen, moet men eerst over den aard en de samenstelling der voorkomende mineralen eenige zekerheid trachten te verkrijgen en deze kan naar mijn oordeel alleen verkregen worden door een mikroskopisch mineralogisch onderzoek, terwijl de scheikundige moet trachten eenige der samenstellende mineralen afgezonderd van de anderen aan de analyse te onderwerpen. Deze scheiding echter behoort tot de zeer moeielijke vraagstukken, en ofschoon ik reeds vooraf moet zeggen, dat de weg dien ik daartoe volgen wil nog zeer onvolkomen is, geloof ik toch, dat hij leiden kan tot verkrijging van meer licht in deze nog geheel duistere zaak.

Beschouwen wij een meteoriet op eene oude breuk, zoo vinden wij in de witte, grijze of meer donker gekleurde grondmassa, behalve hier en daar glinsterende kristalletjes, ook met metaalglans voorziene deeltjes, doch veelal ook roestkleurige plekken, die op eene versch gemaakte breuk wel minder zijn, maar toch bij steenen, die reeds lang bewaard zijn, ook op de versche breuk bijna nimmer ontbreken; het zijn vroeger metaaldeeltjes geweest, die door de lucht en vochtigheid geoxydeerd zijn; trouwens weet ieder, die in zijne collectie meteoorijzer bewaart, hoe moeielijk het is dit ijzer tegen roesten te beveiligen; hetgeen nog het best geschiedt door de verwarmde stukken met paraffine te bestrijken.

Men heeft dus niet meer te doen met den meteoriet zooals die in de wereldruimte is geweest, maar met eene massa die voor een gedeelte verweerd is.

Welke zijn de gevolgen van die verwering? een gedeelte van het magnetisch nikkelijzer is in ijzeroxydhydraat en nikkeloxydul omgezet; bij de mikroskopische beschouwing van dun geslepen plaatjes van een meteoorsteen vindt men dan ook altijd de omtrekken van het metallisch gedeelte met een bruine oxydlaag omgeven. Het in de massa, ofschoon in de meeste meteorieten slechts spaarzaam voorkomend zwavelijzer (magneetkies $Fe_8\,S_9$ of troiliet Fe S) kan evenzeer eene oxydatie ondergaan hebben; het gevormde ijzeroxydhydraat en het zwavelzuur ijzeroxydul kunnen daarenboven op de silikaten hebben ingewerkt.

Daar nu de in de meteorieten voorkomende silikaten allen ijzeroxydulsilikaten (vooral van ijzeroxydul en magnesia) zijn, komt het ijzer in de meteorieten voor als metallisch ijzer, als zwavelijzer, als uit beiden ontstaan ijzeroxyd en als ijzeroxydul der silikaten; men staat dus hier voor een bijna onoplosbaar vraagstuk hoe bij de bepaling van de procentische samenstelling het ijzer in rekening moet worden gebracht.

Men heeft dit bezwaar door eene mechanische scheiding trachten uit den weg te ruimen, door namelijk het metallisch nikkelijzer, uit den tot poeder gebrachten meteoriet door den magneet uit te trekken; doch niet alleen dat aan dit door den magneet uitgetrokken gedeelte heel wat silikaat blijft hangen, terwijl in de grovere metaaldeeltjes ook silikaten zijn ingesloten,

het blijkt daarenboven bij onderzoek, dat in het teruggebleven poeder nog heel wat fijn nikkelijzer terug blijft, dat door den magneet, al wordt die herhaaldelijk door het poeder heengeleid, niet wordt uitgetrokken; verder blijft ook terug al dat oorspronkelijk nikkelijzer, hetwelk door de lucht in oxyd is omgezet zoodat de mechanische scheiding door den magneet eene zeer ruwe en onvolkomene scheidingsmethode is.

Wöhler heeft, om deze zwarigheid te voorkomen, de behandeling van het poeder met koperchlorid aanbevolen, waardoor de silikaten en het zwavelijzer onaangetast zouden blijven, terwijl het metallisch gedeelte alleen in oplossing zoude komen. Rammelsberg heeft in stede van het koperchlorid, hetwelk, moeielijk volkomen neutraal te verkrijgen is en dus het zwavelijzer en de silikaten niet geheel onaangetast laat, het kwikchlorid aanbevolen, hetwelk daarenboven zeer gemakkelijk zoowel als sulfureet als door vervluchtiging van het gevormde kwik uit de analyse kan verwijderd worden; hij vond echter dat ook het kwikchlorid de silikaten eenigszins aantast. Het gebruik van dit chlorid in de meteoorsteen-analysen is tot scheiding van het metallisch gedeelte van de andere bestanddeelen een groote aanwinst; het laat echter dat gedeelte van het nikkelijzer, hetwelk door oxydatie in ijzeroxydhydraat en nikkeloxydul is omgezet, onaangetast, zoodat dit als tot de silikaten behoorende in rekening zou worden gebracht.

Ik geloof, dat dit bezwaar op eene eenvoudige wijze is weg te nemen: eene zachte verhitting in een stroom droog waterstofgas ontleedt niet een silikaat b.v. de in de meteoorsteenen voorkomende olivin, evenmin het enkelvoudig zwavelijzer; het zal daarentegen het gevormde ijzeroxydhydraat en het nikkeloxydul reduceeren en dus in een toestand brengen, waarbij het door het kwikchlorid in oplossing wordt gebracht en evenzeer door den magneet wordt aangetrokken. Dewijl nu, zooals ik straks opmerkte, eene nauwkeurige bepaling van de verhouding waarin de bestanddeelen in een meteoriet voorkomen, geheel doelloos is, dewijl zij in geen twee stukken van denzelfden steen dezelfde kan zijn, vermeen ik dat de volgende methode van scheiding practisch nut heeft.

Een stuk meteoriet, liefst met versche breukvlakten, wordt

in een achaten mortier tot poeder gestampt en na een gedeelte van dit poeder te hebben afgewogen, wordt door den magneet alles wat volgen wil uitgetrokken. Het magnetisch gedeelte wordt in den mortier nog eenige malen fijn gestooten en door den magneet uitgetrokken om zooveel mogelijk het magnetisch gedeelte van de aanhangende silikaten te bevrijden; zoowel het magnetisch gedeelte als het niet magnetische worden gewogen en door deze ruwe proef bij benadering de verhouding bepaald dezer twee hoofdbestanddeelen.

De analyse van het magnetisch gedeelte geschiedt op de volgende wijze: na in een platinumschuit bij ongeveer 120° te zijn gedroogd, wordt het in een glazen buis in een stroom zuiver droog waterstofgas, zacht gegloeid en in dien stroom bekoeld en gewogen. De geoxydeerde metaalverbindingen zijn daardoor gereduceerd. De inhoud van het schuitje wordt uitgestort in een kolfje half gevuld met eene koude oplossing van kwikchlorid en 't kolfje gesloten door een dubbel doorboorden kurk, terwijl gedurende de geheele inwerking een stroom waterstofgas wordt doorgevoerd om de omzetting van ijzerchlorur in onoplosbaar basisch ijzerchlorid *) te voorkomen. Na eene inwerking van een paar uren, wordt de heldere vloeistof voorzichtig afgeschonken en uit deze de verhouding tusschen ijzer, nikkel en kobalt bepaald.

De verwijdering van het overvloedig kwikchlorid kan zoowel gebeuren door behandeling met zwavelwaterstofgas als door indamping der vloeistof in eene porceleinen kroes en vervluchtiging door hitte. In ieder geval moet het ijzeroxyd op de aanwezigheid vau alumina en kiezelzuur en het verkregen nikkeloxydul op het aanwezen van magnesia worden onderzocht.

Bij het onopgelost teruggeblevene wordt eene nieuwe hoeveelheid kwikchlorid gedaan en de bewerking nu herhaald onder verwarming der vloeistof. Ook uit deze vloeistof wordt de verhouding tusschen ijzer, nikkel en kobalt bepaald; de vergelijking dezer beide uitkomsten geeft ons het antwoord op de vraag, of het nikkelijzer van den meteoorsteen eene enkele verbinding van ijzer en nikkel is of wel een mengsel van verschillende verbindingen. Wij zullen later zien, dat in de meteoor-

*) Het is mij gebleken dat dit basisch chlorid nikkelhoudend is.

steenen verschillende zoodanige verbindingen voorkomen, hetwelk men wel vermoedde doch nimmer proefondervindelijk had aangetoond. Wenscht men tot grootere nauwkeurigheid bij de bepaling van de verhouding tusschen het magnetisch en niet magnetische poeder de aan het eerste hangende silikaten te bepalen, zoo kan men het nu onopgelost geblevene, na uitspoeling van het kwikchlorid, droging en gloeiing, wegen. Om de boven opgegeven gronden heeft echter de bepaling der verhouding waarin de samenstellende mineralen van den meteoorsteen voorkomen, weinig waarde.

Het door den magneet niet uitgetrokken poeder wordt op nieuw in den achaten mortier fijn gemalen, hetgeen nu gemakkelijker gaat, dewijl de grovere meestal taaie metaalkorrels verwijderd zijn; ook dit poeder wordt in een stroom droog waterstofgas gereduceerd, zoo men wil met bepaling van het daardoor veroorzaakte verlies aan O en H_2O uit het ijzeroxyd en het ijzeroxydhydraat.

Dit poeder wordt op de straks genoemde wijze met kwikchlorid behandeld, terwijl uit deze oplossing eveneens de verhouding tusschen het ijzer en het nikkel wordt bepaald. De vergelijking dezer uitkomsten met de vorige kan ter beantwoording strekken der vraag of het nikkelijzer der grovere metaalkorrels dezelfde samenstelling heeft als het nikkelijzer hetwelk in zeer dunne lagen de silikaatkogels omgeeft. Het herhaaldelijk met koud en warm kwikchlorid uitgetrokken poeder wordt met kokend water uitgespoeld, gedroogd en gewogen. Dit bevat nu uitsluitend de silikaten, het chroomijzer, hetwelk meestal in chondrit-meteorieten aanwezig is, en het zwavelijzer; dit laatste echter is meestal voor een gedeelte door de vorige bewerkingen ontleed geworden.

Om tot de kennis te geraken van het zwavelijzer-gehalte der steenen moet het zwavelgehalte door eene afzonderlijke proef op onbehandeld poeder van den meteoorsteen bepaald worden. Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat het zwavelijzergehalte bij verschillende proeven op denzelfden steen gedaan, zeer uiteenloopend zal worden bevonden, dewijl dit even als al de andere mineralen in grootere of kleinere kristallijne klompjes zeer verschillend in den steen is verspreid.

Ik heb vergeefsche pogingen aangewend om zonder ontlee-

ding der silikaten het zwavelijzer te verwijderen. Evenmin kan men op scheikundigen weg de vraag beantwoorden of het zwavelijzer is enkelvoudig-zwavelijzer: Fe S of magneetkies: $Fe_8 S_9$. Alleen een mikroskopisch onderzoek kan ons hieromtrent licht verschaffen.

Dewijl nu in de door kwikchlorid uitgetrokken silikaten nog zwavelijzer voorkomt, is het noodig de juiste verhouding te kennen van het zwavelgehalte van dit poeder, om daaraan eene evenredige hoeveelheid ijzer te binden, die anders bij de berekening der silikaten op de uitkomst zou drukken.

Het poeder wordt nu in een glazen kolfje met dubbel doorboorden kurk en onder doorvoering van waterstofgas met zoutzuur bij zachte verwarming behandeld en de gassen gevoerd door eene ammoniakale zilveroplossing, terwijl daaruit op de bekende wijze het zwavelgehalte wordt bepaald.

De behandeling met vernieuwde hoeveelheden zoutzuur wordt gedurende ruim 12 uren voortgezet, steeds bij zachte verwarming, doch niet bij koking. Het onopgelost geblevene poeder wordt met kokend water uitgespoeld en daarna nog vochtig overgebracht in eene in een platinumschaal kokende oplossing van koolzure soda en daarmede onder vernieuwing van de koolzure soda-oplossing gedurende een paar uren verwarmd. Uit deze koolzure soda-oplossing wordt op de gewone wijze en onder inachtneming der bekende voorschriften het kiezelzuurgehalte bepaald; doch behalve dit kiezelzuur bevat ook de zoutzure oplossing daarvan eene aanzienlijke hoeveelheid in oplossing, die daaruit door verdamping in een platinumschaal en droging van het residu gedurende eenige uren op de bekende wijze wordt afgescheiden. Nimmer mag men nalaten het verkregen kiezelzuur door middel van vloeispaatzuur op zijne zuiverheid te onderzoeken. Het in zoutzuur en koolzure soda onoplosbaar gedeelte kan men na uitspoeling en droging of gloeiing wegen. Deze bepaling heeft echter geene waarde; zij toont geenszins aan de verhouding waarin de oplosbare en niet oplosbare silikaten in den steen voorkomen. Het bleek mij toch, dat het poeder van den Oost-Indischen steen, hetwelk ik meer dan 24 uren met zoutzuur en daarna met koolzure soda had behandeld, bij eene vernieuwde behandeling met sterk kokend zoutzuur ge-

durende ruim drie dagen, meer dan de helft van zijn gewicht op nieuw had verloren, zoodat ik tot de overtuiging ben gekomen, dat door de behandeling met zoutzuur men niet tot eene scheiding kan komen van bepaald in zoutzuur oplosbare en bepaald onoplosbare silikaten; maar de scheiding door zoutzuur is daarom niet te verwerpen en kan ons wel degelijk leiden tot eene nadere kennisneming van de samenstelling der verschillende silikaten. Indien men namelijk het silikaat-mengsel onvolkomen door zoutzuur uittrekt en het alsdan onopgelost geblevene met koolzure soda behandelt, zal hetgeen nu van den steen is opgelost, bevatten de het meest oplosbare silikaten; hetgeen bij eene voortgezette koking met zoutzuur wordt opgelost, is een mengsel der meerder en minder oplosbare silikaten en hetgeen eindelijk na langdurige behandeling met zoutzuur en koolzure soda onopgelost terugblijft, de minst oplosbare of geheel onoplosbare silikaten. Deze gefractioneerde behandeling schijnt mij voor het oogenblik de eenige ware weg te wezen, die ons in de behandeling dezer hoogst moeielijke kwestie eenig meerder licht kan geven.

Ofschoon ik hier niet treden wil in eene beoordeeling der verschillende methoden tot scheiding der verschillende basen, zoo wil ik toch met een enkel woord daarop wijzen, dat bij de analyse van meteoorsteenen men vooral nimmer meer dan hoogstens 1 gram aan het onderzoek moet onderwerpen en zoo min mogelijk niet vluchtige reagentiën in de analyse moet brengen; Van de zuiverheid der vluchtige reagentiën kan men zich zoo gemakkelijk overtuigen, hetgeen bij de niet vluchtige niet steeds het geval is.

RESULTATEN VAN HET ONDERZOEK VAN DEN METEOORSTEEN VAN TJABÉ.

De scheiding door den magneet gaf ongeveer:

16,5 °/₀ magnetisch poeder
83,5 〃 niet magnetisch poeder,

terwijl in het magnetische ongeveer 2,33 °/₀ aanhangende silikaten werden gevonden, zoodat de verhouding tusschen het magnetische en het niet magnetische ongeveer is als 14 : 86. Deze verhouding is ook alweêr niet juist, daar uit het niet magnetische gedeelte door behandeling met H en Hg Cl ongeveer 3 °/₀ werd uitgetrokken.

In een gedeelte van den steen werd (berekend als Fe S) 6,17 °/₀ zwavelijzer gevonden.

In het door H gereduceerd metallisch gedeelte werd gevonden:

65,37 °/₀ waarin de verhouding van Ni tot Fe was 1 : 15
20,51 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 1 : 7
14,12 〃 aanhangend silikaat.

Het soortelijk gewicht van het magnetisch gedeelte werd gevonden = 6,80 bij 15°, hierbij waren echter nog aanhangende silikaten; het soortelijk gewicht der silikaten, nadat zij herhaaldelijk met H en Hg Cl waren behandeld, was 3,36 bij 15°, terwijl het soortelijk gewicht der silikaatmassa, nadat zij gedurende twaalf uren met zoutzuur en daarna met koolzure soda was behandeld, bedroeg 3,01; dit soortelijk gewicht daalde tot 2,85, na een verdere uittrekking met zoutzuur en koolzure soda gedurende eenige dagen. Al deze bepalingen geschiedden in den piknometer.

Eene bepaling van het soortelijk gewicht van een ongeschonden stuk van den meteoorsteen gaf de volgende opmerkelijke resultaten:

Gewicht van den steen met platinumdraad in de lucht 159,215 bij 18°
〃 〃 〃 〃 〃 〃 water 113,130 〃 18°
〃 〃 platinumdraad in de lucht . . . . . 1,129 〃 18°
〃 〃 〃 gedeeltelijk in water 1,112 〃 18°

dus soortelijk gewicht = 3,456.

Bij deze bepaling waren met een penseel alle aanhangende luchtbollen van den steen verwijderd. Bij de behandeling onder de klok van de luchtpomp bleek echter dat deze zoo harde op het oog zoo zeer compacte steenmassa eene zeer groote hoeveelheid lucht ingesloten, bevatte; zoodat na eene langdurige uitpomping der lucht, het gewicht van den steen met den platinumdraad in water, gevonden werd = 116,115; dus een soortelijk gewicht van 3,695.

Bij de analyse van de door H en Hg Cl behandelde silikaatmassa door middel van zoutzuur gedurende een twaalftal uren en daarop herhaalde behandeling met kokende koolzure soda werden de volgende resultaten verkregen:

Onoplosbaar gedeelte	50,14
Zwavelijzer	3,71
Kiezelzuur	15,95
Magnesia	16,40
IJzeroxydul	12,01
Kalk	0,74
Soda (spoor potassa)	0,32
Alumina	0,22
Mangaanoxydul	0,30
Nikkeloxydul	spoor
	99,79

De analyse van hetgeen bij de vorige bewerking onopgelost teruggebleven was, gaf het volgende resultaat:

	door behandeling met vloeispaatzuur.	door koolzure soda en potassa.
Kiezelzuur	60,83 (het verlies)	61,31
Magnesia	14,14	14,63
IJzeroxydul	12,92	12,74
Kalk	3,30	2,93
Alumina	4,74	4,96
Mangaanoxydul . .	0,60	
Soda	1,53	
Potassa	0,82	
Chroomijzer	1,12	
	100,00	

Terwijl eindelijk de analyse der onopgelost teruggeblevene silikaatmassa, die gedurende meerdere dagen met kokend zoutzuur en daarna herhaaldelijk met koolzure soda was uitgetrokken, het volgende resultaat opleverde:

	door H Fl.		door $NaCO_3$ en KCO_3.
Kiezelzuur	58,50	(het verlies)	59,10
Magnesia	16,39		
IJzeroxydul	11,63		
Kalk	3,05		
Alumina	4,35		
Mangaanoxydul. . .	0,50		
Soda	1,78		
Potassa	1,29		
Chroomijzer.	2,51		
	100,00		

Indien wij uit deze gegevens tot de kennis van de samenstelling der silikaten willen komen, zoo vinden wij dat 100 deelen van het in zoutzuur oplosbaar silikaat bestaan uit:

		O.	
Kiezelzuur	34,72	18,39	18,39
Magnesia	35,70	14,28	21,10
IJzeroxydul.	26,14	5,81	
Kalk	1,61	0,46	
Soda en spoor potassa .	0,48	0,22	
Alumina	0,70	0,18	
Mangaanoxydul	0,65	0,15	

Wij zien dus dat wij hier bepaald te doen hebben met een monosilikaat: $R_2 SiO_4$, waarin de verhouding tusschen de zuurstof van het zuur en die van de basen is al 1 : 1.

Het kiezelzuur-gehalte is stellig te laag gevonden, zooals in de meeste analysen van meteoorsteenen, wegens de groote moeielijkheid om door koolzure soda het in zuren onoplosbaar silikaat geheel te bevrijden van het door het zoutzuur vrij geworden kiezelzuur.

Het in zuren oplosbaar gedeelte is dus een Olivin, waarin de atoomverhouding der metalen ijzer en magnesium is als 2 : 5.

De procentische samenstelling van het teruggebleven silikaat

na eene uittrekking door zoutzuur gedurende 12 uren en daaropvolgende behandeling met koolzure soda is, indien wij het chroomijzer er aftrekken en de analyse door vloeispaatzuur, waaraan ik de meeste waarde hecht, tot grondslag nemen:

		O.	
Kiezelzuur	61,52	32,59	32,59
Magnesia	14,30	5,74	12,50
IJzeroxydul	13,07	2,91	
Kalk	3,34	0,95	
Soda	1,55	0,40	
Potassa	0,83	0,14	
Alumina	4,79	2,23	
Mangaanoxydul	0,60	0,14	
	100,00		

Wij vinden hier een silikaat, waarin de verhouding van de zuurstof der basen is tot de zuurstof van het kiezelzuur als 1 : 2,6.

Berekenen wij op dezelfde wijze de samenstelling van het silikaat hetwelk teruggebleven is na eene uittrekking van meerdere dagen, eerst met kokend zoutzuur en daarna met kokende koolzure soda, zoo vinden wij:

		O.	
Kiezelzuur	60,02	31,80	31,80
Magnesia	16,81	6,70	13,13
IJzeroxydul	11,93	2,65	
Kalk	3,13	0,89	
Soda	1,82	0,47	
Potassa	1,32	0,22	
Alumina	4,46	2,08	
Mangaanoxydul	0,51	0,12	
	100,00		

Wij zien hieruit, dat door die langen tijd voortgezette uittrekking de samenstelling van het silikaat niet belangrijk veranderd is; de verhouding van de zuurstof in de basen tot de zuurstof in het kiezelzuur is slechts weinig gewijzigd; zij is namelijk 1 : 2,4 à 2,5, niettegenstaande ruim de helft van het

bij de eerste behandeling met zoutzuur onopgelost teruggebleven silikaat, door de tweede bewerking was opgelost geworden. Er kan dus hier geen bisilikaat worden aangenomen, zoo als bij vele chondrit-meteorieten het geval schijnt te zijn; die zelfde verhouding echter tusschen de zuurstof der basen en die van het kiezelzuur namelijk van 1 : 2,6 is ook gevonden in het in zuren onopgelost gedeelte van den op 4 September 1852 te Mezö-Madaras in Zevenbergen gevallen steen, die door WÖHLER en ATKINSON is geanalyseerd; de groote overeenkomst in samenstelling van het onoplosbaar silikaat van dien steen en van onzen Oost-Indischen steen is opmerkelijk:

	Tjabé.	Mezö-Madaras.
Kiezelzuur	61,52	61,23
Magnesia.	14,30	15,44
IJzeroxydul	13,07	15,35
Mangaanoxydul.	0,60	
Kalk.	3,34	3,08
Soda.	1,55	1,91
Potassa.	0,83	1,16
Alumina.	4,79	1,83

In de meteoormassa werden, zoo als vroeger is gezegd, zwarte kogelvormige stukjes gevonden, die hoewel moeielijk, uit de massa met de punt van een mes kunnen worden uitgelicht; de Hoogleeraar VOGELSANG had de goedheid eenige dezer kogels te verzamelen, die als homogene chondritkogels mogen worden beschouwd. Hunne hoeveelheid was echter zeer gering, zoodat ik over niet meer dan ruim $^1/_{10}$ gram beschikken kon. Ik achtte het echter van hoog gewicht om zoo nauwkeurig mogelijk hunne zamenstelling te bepalen.

Deze kogeltjes werden in een achaten mortier tot fijn poeder gebracht. Bij behandeling met den magneet bleek dat daarin het nikkelijzer niet ontbrak; de hoeveelheid daarvan was echter te gering om kwantitatief bepaald te kunnen worden. Het poeder was grijs van kleur, werd echter bij verhitting geelachtig bruin.

0,1013 van dit poeder, na behandeling door den magneet, werd in een platinumschaal op een waterbad met zoutzuur ver-

warmd, waarbij geen merkbare reuk van zwavelwaterstofgas ontstond, doch eene gedeeltelijke oplossing plaats vond. Ik zette de behandeling met vernieuwde hoeveelheden zoutzuur voort, dampte de vloeistof uit en na eene droging van een uur op het waterbad, werd het onopgeloste afgefiltreerd. Het zoutzuur had 0,0195 of 9,37 % der massa opgelost, behalve eene zekere hoeveelheid kiezelzuur, die door de uitdamping en droging onoplosbaar was geworden. Het onoplosbare werd op een platinum schaaltje met verdund zwavelzuur bevochtigd en in een looden vat aan de dampen van vloeispaatzuur blootgesteld. Na verjaging van het overvloedig zwavelzuur werd aan sulfaten gevonden 0,1075, die in zoutzuur geheel oplosbaar waren.

Deze zoutzure oplossing werd vermengd met die welke vroeger bij dadelijke behandeling van het poeder was verkregen; na herhaalde uitdamping met salpeterzuur tot oxydatie van het ijzeroxydul, werd het ijzeroxydhydraat en de alumina door ammonia liquida gepraecipiteerd; dit praecipitaat werd nog tweemaal in zoutzuur opgelost en door ammonia neêrgeslagen; waarbij bleek, dat het door de laatste bewerking verkregen chloorammonium slechts $^1/_2$ mgr bij vervluchtiging achterliet; het verkregen ijzeroxyd en alumina bedroeg 0,0213; dit praecipitaat werd in een zilveren kroes met sodahydraat gegloeid; het residu was groen gekleurd door mangaan, en gaf bij oplossing eene groene vloeistof, waaruit aan door mangaanoxyd verontreinigde alumina werd verkregen 0,0032.

De vloeistoffen, waaruit het ijzeroxyd en de alumina waren verwijderd, werden in een platinumschaal uitgedampt, en na vervluchtiging van het chlooramnonium werd het residu met zwavelzuur bevochtigd; aan zacht gegloeide sulfaten werd verkregen 0,089; hierin werd aan zwavelzuren kalk (door oxalas ammoniae gepraecipiteerd) 0,011 en aan zwavelzure magnesia (als pyrophosphas magnesiae gewogen) 0,0783 verkregen; dus te zamen 0,0893; alkaliën schijnen dus in deze kogels niet aanwezig te zijn; de geringe hoeveelheid, waarover ik te beschikken had, liet niet toe dit punt nader te onderzoeken.

Rekenen wij deze gevonden cijfers uit en brengen het verlies in rekening als kiezelzuur, zoo verkrijgen wij voor de samenstelling dezer kogels:

		O.	
Kiezelzuur	50,33	26,66	26,66
Magnesia	25,96	10,38	16,50
IJzeroxydul	16,09	3,57	
Kalk	4,47	1,27	
Aluinaarde met Mangaanoxydul	3,15	1,28	
	100,00		

Dus een silikaat waarin de verhouding tusschen de zuurstof der basen en die van het kiezelzuur is al 1 : 1,6.

Zijn nu deze kogels uit een bepaald silikaat gevormd, waarin de verhouding van de zuurstof van de basen tot die van het kiezelzuur is als 2 : 3 = $R_4 Si_3 O_{10}$, of bestaan zij uit hetzelfde mengsel van silikaten in willekeurige verhouding, zooals de geheele steen zelf? dit wil ik ter dezer plaatse niet beslissen, evenmin eenige theorie vormen over de waarschijnlijk in den Oost-Indischen steen voorkomende mineralen; ik hoop hierop later terug te komen bij de mededeeling van de analyse van nog twee andere chondrit-meteorieten, waarmede ik mij tegenwoordig bezig houd, namelijk die van *l'Aigle* en die van *Knyahinya*, van welke nog geene of zeer onvolledige analysen bestaan.

Ik wil alleen nog maar de aandacht vestigen op het feit dat A. E. NORDENSKJÖLD *), die de chondritkogels van den op 1 Januari 1869 bij Hessle in Zweden gevallen steen, daaruit afgezonderd en aan de analyse heeft onderworpen, daarin bijna dezelfde zuurstofverhouding van 2 : 3 heeft gevonden:

		O.	O.	
Kiezelzuur	47,55	25,19	25,19	1,46
Magnesia	29,22	11,68	17,25	1
IJzeroxydul	17,09	3,80		
Kalk	1,86	0,53		
Alumina	2,41	1,12		
Soda	0,47	0,12		
Chroomijzer	0,52			
Nikkel- en Mangaanoxydul	spoor			

*) POGG., *Ann.* B. CXLI, pag. 205.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS DER AFRIKAANSCHE PIJL-VERGIFTEN.

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

Aangeboden in de gewone Vergadering van 25 Maart 1871.

In bevreemdende tegenstelling met onze reeds vrij volledige kennis der geschiedenis van de Aziatische en Zuid-Amerikaansche pijl-vergiften, weet men nog altijd zeer weinig omtrent die, waarvan zich sommige stammen in Afrika, zoo op de jacht als tot oorlogsgebruik, bedienen. Niet dan zeer ter loops wordt over de pijl-vergiften van dit werelddeel in de vergiftkundige handboeken melding gemaakt. In de tweede uitgaaf mijner *Handleiding* (van 1856) had ik dáárover in eenige weinige regelen slechts te berichten „dat men er nagenoeg niets van wist." In de tien jaren later verschenen *Vergiftleer* van HUSEMANN en zelfs nog in het *Supplement* daarop (van 1867) werd daaraan mede niets nieuws toegevoegd. In de drie laatste jaren nogtans heb ik, zoo uit oudere als nieuwere literatuur, mij ten deele toevallig onder de oogen gekomen, en vooral door eene vriendelijke toezending uit de Kaap de Goede Hoop, daarvan eenige meerdere kennis verkregen, die ik, hoe onvolkomen nog, gemeend heb toch der mededeeling aan de Akademie niet geheel onwaardig te zijn.

De Bedouinen, Kabylen en andere volksstammen van Noordelijk Afrika schijnen zich in onzen tijd niet meer van vergiftpijlen te bedienen; de Fransche militair-geneeskundige Tijdschriften maken daarvan, — evenmin als de Spaansche bericht-

gevers over den laatsten oorlog met Marocco, — hoegenaamd geen gewag. Ook in de beschrijvingen der jongste Engelsche expeditie naar Abyssinië heb ik daaromtrent niets gevonden. Bij alle noordelijke oud-Moorsche stammen schijnen trouwens pijl en boog, althans in den oorlog, — even als in het grooter deel onzer Oost-Indische bezittingen, — door vuurwapenen te zijn verdrongen.

Wat Centraal-Afrika betreft, gewagen enkele reisberichten, zeer in vago, over het gebruik van pijl-vergiften, onder anderen dat van BARTH, alsmede later dat van W. VON HARNIER (*Reise am Obern-Nil*), die ze bij sommige Nubische volksstammen, zoo als de Tschir's, en bij de Mandari's van centraal Nigritië, zonder meer, „wit" van kleur en op „ebbenhouten" spitsen uitgestreken noemt (waarschijnlijk alzoo eene nog geheel onbekende, andere soort van pijl-vergiften, dan die waarover nader).

Over de Oostkust (met inbegrip van Madagaskar) vond ik, — wáár is mij ontgaan, — door ARNOTT passim te boek gesteld, dat in het bijzonder de neger-stam der Somauli's, uit het binnenland grenzende aan de golf van Aden, gebruik zou maken van vergift-pijlen in werking analoog aan die der „strychnacea" (alzoo mede eene andere variëteit dan de later te vermelden specimina).

Op de Westelijke kust van Afrika, aan onze (?) nederzettingen in den omtrek van St. George d'Elmina, bij de Ashantijnen en Fantijnen, evenmin als bij de negerbevolking van Commendah, — althans in de Verslagen onzer laatste marine-expeditie in die gewesten vond ik daarvan niet gewaagd, — schijnen geene vergift-pijlen te worden gebezigd, alhoewel bij eene afdeeling *) der Amazonen-lijfwacht van den naburigen vorst van Dahomey (wiens vrouwen-soldaten ook gewapend zijn met een kort zwaard en dolkmes, waarvan ik exemplaren ten geschenke ontving van den Heer GRAMBERG), pijl en boog nog altijd tot de gewone uitrusting schijnen te behooren. Ik meen echter, uit eene reisbeschrijving van eenen Franschen marine-officier, in de *Tour du monde* opgenomen, mij te herinneren, dat de lange pijlen der Amazonen niet tot de vergiftigden behooren, evenmin als de

*) Eene andere afdeeling dezer Amazonen is met lange geweren gewapend.

werpspietsen of lansen, waarvan zich sommigen onder haar bedienen. Daarentegen worden in de mede ten westen, doch iets zuidelijker, gelegen binnenlanden, zoo van Opper- als Neder-Guinea, vooral door de olifantsjagers, of „pahouins" wel vergift-pijlen aangewend. Onafhankelijk van elkander verhalen zulks twee reizigers in die streken. Vooreerst de Engelschman CLAPPERTON, die, van de golf van Benin uit, in Nigritië is doorgedrongen. Bijzonder in den omtrek van Kiama, bij de Eyo-rivier, een tak van de Niger, ontdekte hij dit bij den stam der Boussanezen of Bouissanezen (*Reis in de binnenlanden van Afrika, Opper-Guinea,* door HUGO CLAPPERTON, Rotterdam, Wed. ALLART, 1830, Iste Deel, blz. 144 en 155). Nagenoeg hetzelfde, omtrent jachtgebruik van vergift-pijlen, deelde de Fransche Officier van gezondheid bij de Marine, GRIFFON, mede, die uitgaande van de kust van Gabon, meer binnenwaarts, oud-Calabar heeft bereisd (*Archives générales de médecine,* Juillet 1865 en, vermoedelijk uit dezelfde bron, *Gazette médicale de Paris,* 1866, N°. 37).

In Zuid-Afrika eindelijk, en meer bijzonder in de Kaapsche binnenlanden, wordt echter niet alleen op de jacht, maar insgelijks in onderlinge schermutselingen en bij strooptochten tegen de Europeanen, ook oorlogsgebruik van vergift-pijlen gemaakt, niet zoo zeer bij de kustlanden, door de Kafiers, dan meer binnenslands, door de z.g. „wilde" Hottentotten of „echte" Bosjesmans. Reeds vóór 1832 berichtte LICHTENSTEIJN zulks voor hunne in de omstreken van de Oranje-rivier zwervende stammen (*Reisen im Südlichen Africa,* Th. II), doch eerst in den zomer van 1868 ontving ik zelf daarvan eene nadere mededeeling door het vriendelijk schrijven en de beleefde toezending van den Heer K. G. F. BRIEDÉ van de Kaap de Goede Hoop. Destijds tijdelijk te 's Gravenhage vertoevende, schreef ZEd. mij daarover, onder anderen, het volgende:

'sHage, 22 Junij 1868.

„WelEdHeer!

„Ik heb, voor land- en volkenkennis, uit Zuid-Afrika mede- „gebragt eenen boog en een' koker met pijlen, waarvan ik u

„een paar toezend, met verzoek, om, indien mogelijk, mij de „kracht van het vergift mede te deelen, en welke soort van „tegengift daarvoor dienstig zou wezen, om reden ik binnen „kort wederom naar de binnenlanden aldaar denk terug te kee-„ren en het mij misschien in dat geval van nut kan wezen. „Deze pijlen zijn in het begin van Januarij van dit jaar ver-„meesterd van de wilde Bosjesmannen langs de Hartebeest-„rivier, in een gevecht tusschen hen en de inwoners."

Hierop, met mijnen geachten vriend, den Heer Officier van Gezondheid der 1ste klasse Dr. KOOYKER, een voorloopig experimenteel onderzoek naar de werkingswijze der toegezonden pijlvergiften in het werk gesteld hebbende, berichtte ik den Heer BRIEDÉ de resultaten daarvan terstond, en verzocht ZEd. mij, die, bij zijne terugkomst, in het Kaapsche nieuwsblad te mogen publiceeren.

Sedert dien tijd nogmaals naar bronnen over de Afrikaansche pijl-vergiften zoekende, vond ik nergens meer licht, dan alleen nog, onder andere namen van schrijvers daarover, bij HUSEMANN, echter zonder meer, den naam van „KREBS." En wat wil nu het gelukkig toeval? Dat eenige maanden later, kort na mijne overplaatsing naar Amsterdam, één der eerste werkjes, dat op een z. g. „boekenstalletje" mijn oog tot zich trok, juist een was met een opengeslagen plaatje van een' Bosjesman met boog en pijlen. Dit gretig opslaande, vond ik eene betrekkelijk reeds oude dissertatie uit Berlijn, gedagteekend van 1832 en getiteld: *De Afrorum veneno sagittario*, auctore G. KREBS.

Dit tot inleiding van het altijd nog weinige positieve wat ik nu verder van de pijl-vergiften der Afrikanen meer algemeen bekend wensch te maken.

De overige pijl-vergiften van Afrika, in mijn voorwoord aangeroerd, verder daarlatende, komen dus alleen in aanmerking het pijl-vergift der binnenlanden van Guinea en dat der Bosjesmans uit de omstreken van de Kaap; het eerste zal ik verder het *Guinee'sche*, het laatste het *Kaapsche* pijl-vergift noemen.

BOTANISCHE AFKOMST.

a. Van het *Guinee'sche* pijl-vergift.

Komt, woordelijk, volgens CLAPPERTON, loc. cit., van de „*Kong-konie*," eene kruipende plant, zoo dik als de kuit van een mensch, die langs den stam en de takken van hooge boomen tot in den top voortslingert. De schors der jonge takjes heeft de kleur van den notenboom, die van den stam en de oude takken is glad en witachtig als bij den esch. De bladeren zijn ruw en gerimpeld en er sijpelt, even als uit de takken, eene kleverige hars uit. De bloem bestaat uit vijf bladen, die al smaller zamenloopen tot één punt, van hetwelk een steunsel, of kelk, van omtrent twee duimen lengte, afhangt; zij heeft ongeveer de grootte van onze Primula veris, maar is meer donkergeel (op eene andere plaats noemt hij de bloem klein en witkleurig, met een zeer langen stengel). De kapsel in het midden der bloem, waarin de zaden zitten, is omtrent anderhalven voet lang en heeft op de dikste plaats omtrent twee duim diameter. De zaden of korrels zijn klein en in eene wollige zelfstandigheid of schil gewikkeld.

Volgens opgave van GRIFFON, loc. cit., draagt deze (of eene andere (?) plant) de inlandsche benaming van „*iné*" (ook „inée", — inaije", — „onage"). Hij beschrijft alleen de behaarde zaadkorrels, ter bereiding van het pijl-vergift dienende, als „graines à aigrettes plumeuses," die den vorm en grootte hebben van gewone meloenzaadjes en in grooten getale bevat zijn in eene peul („gousse"), ter lengte van 15 à 20 centimeters. Hij, — of waarschijnlijk PELIKAN, die dit bericht schijnt te hebben overgenomen, — vermoedt, dat zij afkomstig zijn van eene *Echites*-soort. Naar het mij toeschijnt, hebben beide schrijvers, zoowel de Engelsche als de Fransche, hier eene en dezelfde plant op het oog, en beider aanwijzingen, hoe onvolledig ook, laten wel toe, dat de vooronderstelling van den laatste juist kan zijn. In de tribus der Echiteae van ENDLICHER's Ordo Apocynaceae, subordo Euapocyneae, — in het algemeene vele giftige planten-geslachten opleverde, — wordt het voorkomen van meerdere „frutices volubiles" en „lactescentes" met „semina comosa" enz. vermeld. Over de species echter kan zelfs geen vermoeden worden uitgesproken. Wat meer is, er bestaat zelfs

twijfel, of hier wel aan het genus Echites mag worden gedacht, uithoofde dit planten-geslacht, volgens welwillende toelichting der bovenstaande diagnose door ons geacht medelid, den Hoogleeraar C. A. J. A. OUDEMANS, misschien niet in Afrika voorkomt, dewijl DE CANDOLLE, *Prodromus* VIII, p. 446, vermeldt, dat het, op een paar uitzonderingen na, nagenoeg geheel in Amerika te huis behoort.

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

Hierover vind ik in de door mij gevonden bronnen niets dan namen, nergens plantkundige beschrijvingen. Zoo noemt LICHTENSTEIJN, in het algemeen, de *Euphorbiaceae*, — ENDLICHER, in het bijzonder, de *Euphorbia cereiformis*, *virosa*, *heptagona* (latex), — HENKEL, bij eene zeer ter loops uitgesproken hypothese, de *Hyaenanche globosa* (fructus), — als moederplanten van dit pijl-vergift. Anderen beschuldigen, uit de *Anacardiaceae*, den *Rhus toxicodendron* (latex), of eene andere *Rhus*-soort, „*wabie*" genaamd (succus radicis). Nog vind ik, uit de *Amaryllideae*, den *Haemanthus toxicarius* (bulbus) vermeld. KREBS eindelijk is van oordeel, dat het Kaapsche pijl-vergift niet alleen bestaat uit extracten van deze en andere „*plantae* acres," maar dat er ook „humores aut succi *animales*", van slangen of hagedissen afkomstig, zijn bijgemengd. Hoe deze schrijver kon beweeren, dat zijne (of ERDMANN's) „analysis chemica" (zie deze later) dit vermoeden bevestigt, kan ik volstrekt niet inzien. Zelfs geloof ik, integendeel, dat het bekende, althans over de werking der Zuid-Afrikaansche pijl-vergiften, weinig of niet overeenstemt met al deze „vermoedens." Liever moeten wij voor als nog onze onwetenheid over het ware hoofdbestanddeel van het Kaapsche pijl-vergift bekennen. Misschien is dit, — op grond der overeenkomstige physiologische werkingswijze, — meer te zoeken in hetzelfde planten-genus, dat voor het Guinée'sche pijl-vergift is verondersteld. Dat er ook bestanddeelen van scherpe plantensappen bovengenoemd in voorkomen, wil ik overigens gaarne toestemmen; zelf ondervond ik, bij het overhevelen eener licht aangezuurde waterige oplossing er van, een paar droppels in den mond gekregen hebbende, eenen eigenaardigen, lang aanhoudenden, prikkelenden, als peperachtigen, smaak op de tong en in de keel.

PHYSISCH-CHEMISCHE EIGENSCHAPPEN.

a. Van het *Guinée'sche* pijl-vergift.

Alleen CLAPPERTON beschrijft dit kortweg als een „lijmig deeg" door het koken van de zaadkorrels der „Kongkonie" verkregen.

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

Met de beschrijving daarvan, door KREBS gegeven, als eene „substantia atro-fusca, nitida, solida, sicca, tenax, viscida, odoris „specifici, in veneno calefacto nauseosi saporis acri-amari, aqua „solubilis, relicto sedimento nigro pulverulento", kan ik mij grootendeels of geheel vereenigen, alleen met uitzondering van den reuk, dien ik weinig of niet aan mijn specimen heb kunnen waarnemen. Volgens het scheikundig onderzoek, in der tijd door ERDMANN bewerkstelligd, en waarvan ik de wetenschappelijke waarde als buiten mijne bevoegdheid niet kan beoordeelen *), zou het giftig bestanddeel moeten worden gezocht in eene stikstofhoudende, niet vluchtige „extractiefstof," in water, alcohol, azijnzuur oplosbaar, terwijl dit pijl-vergift voorts, behalve veel looizuur, ook koolzure, zwavelzure, zoutzure potasch-, soda- en kalk-zouten bevat. Verder, dat er mede onschadelijke harsen en elastieke gom, afkomstig uit melksap leverende planten, in voorkomen, hetgeen mij zelven ook zeer waarschijnlijk voorkomt, afgaande reeds op de physische geaardheid, waarbij het mij bleek, niet alleen kleverig te zijn, maar ook, zelfs na drooging, uiterst moeijelijk of niet fijn te wrijven, alsmede omdat het bij oplossing en verdeeling in water sterk lactesceert. KREBS vermeldt eindelijk nog, dat het door temperatuursverhooging of verlaging niets van zijne kracht verliest, en dat het door hem beproefde pijl-vergift, — dat door zijn' broeder voor „vele jaren" was medegebracht, — langen tijd zijne volle werkzaamheid behoudt,

---

*) In de inleiding der dissertatie van KREBS betuigt hij zijnen dank voor de „analysis accuratissima" aan den Hoogleeraar ERDMANN. Ik meen mij te herinneren, dat ons Rustend medelid G. J. MULDER, vermoedelijk over deze zelfde „analysis," destijds zeker ook in de chemische tijdschriften overgenomen, ergens heeft gezegd: „dat de onderzoekingen van ERDMANN over het Afrikaansche pijl-vergift eigenlijk niets hadden geleerd" Ik geloof niet, dat mijn hooggeachte vriend deze dissertatie in originali heeft gelezen; althans mij komt het voor, dat, voor dien tijd (1832), ERDMANN's arbeid niet zóó geheel onverdienstelijk is.

eene eigenschap, welke meest alle mij bekende Oost- en West-Indische pijl-vergiften met dit Afrikaansche deelen.

De *pijlen*, met het Kaapsche pijl-vergift bedeeld, zijn zoowel volgens de afbeelding van KREBS, als mijne eigene waarneming, vervaardigd uit eene sterke rietsoort; zij hebben de dikte van gewone boogpijlen en eene slechts middelmatige lengte, van 7 Ned. palmen (die van K. maten 2 à $2\frac{1}{2}$ Pruiss. voet). Beide zijn van onderen, op de gewone wijze, met vederen voorzien, aan het vooreinde ingekeept en veeltijds gewapend met een daarin geplaatst, aan de toppen zoowel als de gelijkzijdige kanten zeer scherp geslepen, driehoekig ijzeren plaatje van ongeveer 2 Ned. duimen. Dit was bij de pijlen van K. wel, bij de mijnen niet, bedeeld met pijl-vergift, hetgeen zich bij allen in zeer ruime hoeveelheid bevindt aan het daaronder zich voortzettende riet. Trouwens op ijzeren pijlspitsen, evenmin als op lansen en krissen, blijft pijl-vergift in 't algemeen niet lang bevestigd, daar het met het roest daarvan afschilfert. De vervaardiging van zulk eene pijl, met een ijzeren driehoek, alleen door hameren en slijpen bewerkt („malleo et cote") kost den Bosjesman, volgens getuigenis van den broeder van KREBS, soms wel 24 uren arbeid, daar zij het smeeden niet schijnen te verstaan. — De *boog*, door welke deze pijlen worden gedreven, is mij door aanschouwing niet bekend, doch wordt door K. afgebeeld en beschreven als ter lengte van 5 Pruissische voeten, vervaardigd uit eene zware houtsoort en bespannen met eene snaar, ter dikte van eene pennenschacht, ineengedraaid uit „tendines animales."

PHISIOLOGISCHE WERKINGSWIJZE.

a. Van het *Guinée'sche* pijl-vergift.

Hieromtrent vond ik niet dan eene kleine mededeeling, in extracto, afkomstig van den beroemden Russischen physio-toxicoloog PELIKAN (zie GRIFFON, locis citatis). Daaruit bleek, dat de boven beschreven zaden, waaruit het Guineesche pijl-vergift wordt bereid, volgens genomen dierproeven (op welke dieren vond ik niet vermeld), tot de zoo eigendommelijke groep der z. g. „hart-vergiften" behooren. „Het hart staat weldra stil, „in systole; de auriculae pulseeren nog eenigen tijd door." — Bij CLAPPERTON kon ik over de wijze van werking niets vinden; omtrent de kracht er van zegt hij alleen: „dat een vol-

„ wassen olifant door een' enkelen vergiftigen pijl der Guinée'sche „ olifantjagers in den tijd van 1 uur kan worden gedood."

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

KREBS, die eene ruime hoeveelheid daarvan ter beschikking blijkt te hebben gehad, heeft met dit pijl-vergift, onder medewerking van den Hoogleeraar HERTWIG, aan de Vee-artsenijschool te Berlijn, een groot aantal dierproeven genomen, niet alleen op duiven, hoenders, konijnen, honden, katten, maar zelfs op schapen, kalveren en paarden. Het werd, op de verschillende, algemeen gebruikelijke wijzen, soms met, veelal zonder binding van den oesophagus, in vrij hooge doses toegediend, van 5 tot zelfs 20 greinen en meer, in- en uitwendig, zoowel onveranderd als na verschillende oplossingen en scheikundige bewerkingen. Uit deze proeven bleek niet alleen ten duidelijkste de doodelijke kracht van dit pijl-vergift, maar ook de mogelijke groote spoed van werking, daar verscheidene dezer dieren, met eenig verschil naar de hoeveelheid, de plaats van aanwending en de bewerkingswijze, niet slechts na verloop van 1, 2 à 3 uren, daardoor bezweken, maar zelfs na ½ uur, ¼ uur, enkelen nog iets sneller, na 10 minuten, eens zelfs, door het extractum alcoholicum, na 5 minuten. De voornaamste *verschijnselen* bij het leven (die in cadavere boden niets merkwaardigs of kenmerkends aan) leverden het volgende collectieve vergiftigings-beeld op: onrust duizeling, pupil-verwijding, beving, braking, alvus liquida, herhaald urineeren, dyspnoea, palpitatio cordis, in den beginne soms zeer hevig *), convulsies, algemeen krachtverlies en verlamming der ledematen.

Ingevolge dezer verschijnselen-reeks kan ik mij zeer goed vereenigen met de uitspraak van KREBS, dat het pijl-vergift der Bosjesmans in het algemeen tot de venena narcotico-acria behoort en in het bijzonder eene groote symptomatologische overeenkomst vertoont met het meer bekende *oepas antsjar* der

---

*) Bij eene proef op eene duif waren de *hartkloppingen* zelfs *zóó* sterk, dat daardoor een (naar het schijnt, met het ongewapend oor en zelfs op afstand waarneembaar) geluid ontstond: „Cor enim, vertebrarum columnam violenter feriens, *sonum* excitavit, tanquam duo corpora dura pulsarentur!" — Bij onze proeven op kikvorschen hebben wij van versnelde of versterkte hartsbewegingen geen spoor kunnen waarnemen.

Aziaten *). Daar hij echter destijds niet bekend kon zijn met de eerst veel later door KÖLLIKER en PELIKAN ontdekte eigenaardige werking van het laatstgenoemde pijl-vergift op het *hart*, heb ik gemeend, op dit orgaan mijne bijzondere aandacht te moeten bepalen. Wegens gemis eener voldoende hoeveelheid van het Kaapsche pijl-vergift was ik niet in de gelegenheid, de dierproeven van KREBS in het groot te herhalen, en was zulks, bij de uitvoerigheid waarmede die genomen zijn, dan ook niet noodig. Ter aanvulling van zijne experimenten, beperkte ik alzoo de mijne tot een nader onderzoek omtrent de werking daarvan op het blootgelegde kikvorschen-hart, hoofdzakelijk ten einde waartenemen, of de vermoedelijke overeenkomst tusschen deze beide pijl-vergiften zich ook op dit punt bevestigde.

In den zomer van het jaar 1868, nog te Utrecht met het onderwijs in de heelkunde belast zijnde, had mijn waarde ambtgenoot KOOYKER, hiervoor reeds genoemd, de goedheid, in het toxicologisch laboratorium der toenmalige Kweekschool voor militaire geneeskundigen, voor mij een paar voorloopige kikvorschproeven te nemen, uit welken ons toen reeds terstond eenigermate de verlammende werking van dit pijl-vergift op het hart scheen te blijken. Door omstandigheden hebben wij eerst in het afgeloopen voorjaar van 1869 dezelfde, zoo karakteristieke, physiologische reactie op de hartvergiften kunnen herhalen en werd ons die toen recht duidelijk. Daarop zijn, op mijn verzoek, ook in het physiologisch laboratorium hier ter stede, door groote welwillendheid van de H.H. Prof. KÜHNE en Dr. SANDERS, enkele experimenten met het K. pijl-vergift bewerkstelligd, doch ontving ik door bemiddeling van Dr. KOOYKER, en ook schriftelijk, de mededeeling, dat deze een negatief resultaat ten opzigte der werking van dit pijl-vergift als „Herz-gift" hadden opgeleverd †). Uit dien hoofde hebben wij het noodzakelijk geoordeeld, zeer onlangs op nieuw de proef te herhalen en heb-

---

*) „Similitudo ejus apparuit inprimis cum veneno Indorum Orientalium, quod *Upas anthiar* vocatur, *Loc. cit*, pag. 18.

†) Deze mij bevreemdende uitkomst kan alleen verklaring vinden in het misschien gebruik maken van een onvoldoend minimum van het pijl vergift, hetgeen een zamengesteld mengsel zijnde, slechts een betrekkelijk klein aandeel werkzaam agens bevat, of ook dat wellicht geen verdund zuur bij het pijl-vergift is gevoegd vóór het inbrengen.

ben wij wederom bepaaldelijk de specifieke werking op het hart kunnen constateeren.

Ziet hier wat wij bij 8 van een 10tal kikvorschen, bij verschillende gelegenheden opgeofferd, in den regel, met enkele kleine schakeeringen, hebben gedaan en gezien.

Telkens bij twee kikvorschen te gelijk wordt, op de bekende wijze, alleen het hart ten volle blootgelegd. Nu vergelijkt men gedurende eenige minuten de kracht en den spoed der hartslagen, de laatsten noteerende. Een van dezen, steeds de zwakste, kleinste of soms zelfs oedemateuse of gepigmenteerde, indien geene anderen ten dienste stonden, ontvangt nu niet dan eene oppervlakkige huidwond op den rug, of bij de op een plankje gespelden, in de lies, door een knipje met eene schaar.

Bij den anderen, steeds den grooteren en bij vergelijking den meest gezonden, op volkomen gelijke wijze verwond, wordt $^1/_4$ tot hoogstens $^1/_2$ grein pijl-vergift, — na dit alvorens met een paar droppels sterk verdund azijnzuur (waarvan als tegenproef ook bij de geen pijl-vergift bekomende dieren meermalen eenige droppels onderhuids werden ingespoten), tot een dunne brei te hebben verweekt, — met een dun glazen staafje, zoo diep mogelijk, in het onderhuidsche wondkanaal ingebracht.

Terwijl nu bij de niet met pijl-vergift bedeelde dieren het hart, krachtig en onveranderlijk, uren lang met gelijken rhythmus blijft voortkloppen en meer dan eens nog den volgenden dag, hoezeer trager en met sterkere vulling, pulseerde, ziet men, vooral bij voortdurende vergelijking duidelijk, dat, bij de met dit pijl-vergift vergiftigde kikvorschen, niet alleen de *frequentie* der hartslagen langzamerhand afneemt *), maar ook, dat de

---

*) Ik vermeld slechts één onzer proeven ten voorbeeld, komende de overigen daarmede, alleen met eenig verschil in spoed, grootendeels overeen:

Intoxicatio	11′ 20″	in	1′	ictus	28	perfecti		ventriculorum
	11′ 30″	„	„	„	28 minus	„		„
	11′ 40″	„	„	„	26	imperfecti		„
	11′ 45″	„	„	„	25	„		„
	11′ 55″	„	„	„	22 valde	„		„
	12′ 10″	„	„	„	20	„		auricularum
	12′ 30″	„	„	„	16	„		„
	12′ 50″	„	„	„	14	„		„
	1′ 45″	„	„	„	12	„	vix perceptibiles	„
	2′ 20″	„	„	„	0 (obiit).			

vulling van de voorliggende hartekamer steeds minder en minder volkomen wordt, zoodat de hartswand, van de apex naar de basis, meer en meer begint te verbleeken, tot dat de kamer bijna geheel ledig blijft in systole, terwijl de diastole zich nog eenigen tijd, in meerdere of mindere mate, alleen tot de hartooren bepaalt, en de bovengenoemde frequentie zich eindelijk nog slechts bij gunstig lichtreflex, door eene naauwelijks waarneembare rimpeling of vormsgewijze beweging in minimo van den geheelen voorliggenden hartswand, tellen laat.

Bij al onze proeven hield eerst *daarna* ook de algemeene spiercontractiliteit op; meermalen zagen wij, bij nagenoeg volkomen stilstand van het hart, de kikvorschen nog in staat, hunne rugligging in eene buikligging te veranderen, en nog later zoo de ledematen als oogleden, op aangebrachte mechanische prikkels, reflectorisch te bewegen; hetgeen, zelfs door speldeprikken dan met het hart niet meer het geval was. Ten slotte treedt ook sterkere en sterkere paralyse der willekeurige spieren, nu en dan door lichte convulsiën afgebroken, in.

De tijd van den *dood* verschilde naar de grootte der dieren, het jaargetijde, en vooral de aangebrachte hoeveelheid pijl-vergift, doch het geheel ophouden niet alleen van alle hart-contractiën, maar ook van de ademhalings- en ligchaamsbewegingen, geschiedde bij ons niet zoo spoedig als bij de meeste experimenten van KREBS (met hoogere doses genomen). De kortste tijd van dood, door ons na de genoemde giften geobserveerd, was van 3' uren ongeveer; de langste tijd wanneer alle levensuiting, — bij stilstaand hart, — was verdwenen, bedroeg ruim 24 uren *).

Wat den *aanvang* der eerste zichtbare uitwerking op dit orgaan betreft, — door beginnende mindere vulling, bij nog nagenoeg gelijke frequentie, waarneembaar, — zoo hebben wij die meermalen reeds vrij spoedig, doch nimmer vroeger dan na verloop van 10 minuten zien ontstaan.

Mag nu uit de proeven van KREBS op grootere diersoorten, gecompleménteerd door de onze op het kikvorschen-hart, wor-

---

*) Dit exemplaar heb ik, in de Akademie-zitting van 19 Maart des vorigen jaars, met volkomen rust van het hart, bij nog in geringen graad voorhanden reflectiebeweging der willekeurige spieren, aan de toen aanwezige leden vertoond.

den aangenomen, dat het Kaapsche pijl-vergift, dezelfde zamenstelling bezit of gelijken oorsprong heeft als het *oepas antsjar?* Dit zij verre. Niettegenstaande de groote analogie in physiologische werking, door KREBS reeds vermoed, zelfs ook in werking op het hart, zooals onze proeven aantoonen, schijnt mij toch het Kaapsche pijl-vergift in elk geval een minder krachtig en snel werkend „Herzgift" te bevatten, dan het *antsjar*, ofschoon wij dáármede ten dezen nog geene vergelijkende proeven of tegen-proeven hebben genomen.

Ook durf ik zulks niet vast beweeren, maar geloof ik, dat de *Antiaris toxicaria* in Afrika niet tehuis behoort. Meer althans dan voor het vermoeden, dat deze het hoofdingrediënt van het Kaapsche pijl-vergift zou opleveren, bestaat er grond voor de veronderstelling, dat de moederplant van het Kaapsche pijl-vergift misschien te zoeken is in dezelfde of eene overeenkomstige *Echites*(?)-soort, wier zaden tot de bereiding van het Guinée'sche pijl-vergift, uit Nigritië en Oud-Calabar, schijnen te dienen.

Wat de overige vergift-planten aangaat, hierboven ter loops als vermoedelijk bestanddeelen van het Kaapsche pijl-vergift leverende aangehaald, van genen dezer is het mij bekend, dat zij tot de hartvergiften *) behooren, onder welken men overigens weet, dat op de Antiaris, — die bovenaan in hunne reeks staat, — in kracht, naar rangorde, volgen: de *Tanghinia venenifera*, de *Helleborus viridis*, sommige *Digitalis*-soorten, waarschijnlijk ook de *Nerium oleander* en de *Physostigma venenosum* (die de bekende Calabar-boonen oplevert), waaromtrent de mededeelingen van PELIKAN, DYBKOWSKY, LASCHKEWICH en anderen kunnen worden vergeleken.

Zoowel van het eerste als het laatste dezer gewassen, — plantae *cardiacidae* te noemen, — als beide van Afrikaanschen oorsprong zijnde, zou overigens het gebruik tot bereiding van pijl-vergift niet zoo geheel vreemd klinken, daar zij in dit werelddeel, ook op andere

*) Door sommige Fransche schrijvers worden daartoe ook twee z. g. Amerikaansche pijl-vergiften, het „*vaõ*" en „*corroval*" gebracht. Ik kan, volgens mijne studiën, bijna niet aannemen, dat die werkelijk daar te lande inheemsch zijn, maar beschouw ze slechts als ingevoerde specimina van het Oost-Indische oepas antsjar en tieuté.

wijzen, tot vergiftiging in misbruik zijn, onder anderen bij de z. g. ordeals of Godsgerichten van sommige Neger-stammen.

Daar intusschen zeer waarschijnlijk nog meer andere vergiften uit het plantenrijk eene met die der „Herz-gifte" analoge werkingswijze bezitten, en terwijl men voor het Kaapsche pijl-vergift eigenlijk geene noemenswaardige botanische indicia ter beschikking heeft, is het voor als nog onmogelijk, met eenigen graad van zekerheid, uit de physiologische werking en onvolledige scheikundige nasporing, te bepalen, aan welke vergift-plant dit nu eerst meer en meer bekend wordende pijl-vergift zijne doodelijke kracht ontleent Zelfs zou, met KREBS, het vermoeden kunnen worden geopperd, dat daarin wellicht eene *dierlijke* vergiftstof als principium agens optreedt. Volgens hem, of liever volgens verspreide berichten van reizigers in Afrika, worden daarbij, onder anderen ook door de Bosjesmans, somtijds vergiftslangen en hagedisachtige dieren gebezigd.

Daar men nu voornamelijk uit de herhaalde proefnemingen van VULPIAN heeft geleerd, dat het huidklier-vergift van *Triton palustris* en van *Rana bufo* *), althans op jonge gewervelden en op lagere diersoorten, eene uitwerking heeft analoog met die der plantaardige hartvergiften, is het nog niet eens zoo zeker, of het werkzaam beginsel van het Kaapsche pijl-vergift wel van vegetalen oorsprong zij. Nogtans moet ik ten opzigte van het virus der padden en watersalamanders doen opmerken, dat dit niet zóó primair paralyseerend op het hart werkt als het Kaapsche pijl-vergift, het oepas antsjar en andere ware „Herz-gifte", doch slechts dan, — meer secundair, — zijn' verlammenden invloed op dit orgaan uitoefent, wanneer de algemeene paralyse van het willekeurige spierstelsel is voorafgegaan.

Hoe dit zij, ik acht het niet onbelangrijk, dat de physio-toxicologen uit mijne oppervlakkige bijdrage aanleiding mogten nemen, om het nasporen van de werking, den aard en den oorsprong van het pijl-vergift der Bosjesmans, — dat uit de Kaap de Goede Hoop waarschijnlijk wel in toereikende hoeveelheid zal kunnen worden verkregen, — tot onderwerp van eene meer

---

*) CL. BERNARD meent te weten (?), dat, in Nieuw-Grenada, het dáár gebezigde blaaspijl-vergift in hoofdzaak uit *padden-venijn* wordt bereid.

gezette, vergelijkende studie te maken, waartoe mij in mijnen tegenwoordigen werkkring tijd en gelegenheid ten eenenmale ontbreken.

Uit het medegedeelde meen ik echter nu reeds tot de volgende besluiten gerechtigd te zijn:

1°. Even als in Azië en Amerika schijnen ook van de pijl-vergiften van Afrika *verschillende* soorten en variëteiten te moeten worden onderscheiden.

2°. Even zeker als onze kennis omtrent afkomst en bereidingswijze is voor de pijl-vergiften der eerstgenoemde wereld-deelen, zoo groote *onzekerheid* bestaat er nog steeds aangaande die der Afrikaansche pijl-vergiften.

3°. In *botanischen* zin zijn eigenlijk alleen voor het pijlvergift van Guinea eenige aanwijzingen of slechts wenken gegeven.

4°. In *physiologische* werkingswijze schijnt het pijlvergift der Kaapsche binnenlanden met het vorige eene groote overeenkomst te vertoonen.

5° Misschien wordt het hoofdbestanddeel van beiden door eene *Echites*-soort opgeleverd.

6°. Het schijnt, zoo door de dierproeven van PELIKAN, als door de onzen, uitgemaakt, dat beiden tot de z. g. „*Herz-gifte*" der toxico-physiologische school mogen worden gerekend.

Amsterdam, Maart 1871.

OVER LANGZAME VERBRANDING.

DOOR

P. J. VAN KERCKHOFF.

Medegedeeld in de gewone vergadering van 25 Maart 1871.

Een groot aantal stoffen bezit de eigenschap om zich, naar gelang van omstandigheden, binnen een korteren of langeren tijd met zuurstof te verbinden, en daarbij of volledig of onvolledig geoxydeerde producten op te leveren. In vele gevallen is die spoedige of langzame oxydatie afhankelijk van de temperatuur, al het overige gelijkstaande, maar die temperatuur is niet de eenige factor. Onder de vele omstandigheden die invloed op de oxydatie kunnen uitoefenen, behoort ook die van de aanwezigheid eener stof die na afloop der werking onveranderd teruggevonden wordt, hetzij ze gedurende de werking aan scheikundige veranderingen onderworpen is geweest, al of niet. Vele dier werkingen, vroeger contact-werkingen of ook wel catalytische genoemd, zijn door nader onderzoek opgehelderd geworden, daar ze gebleken zijn, óf tot de gewone scheikundige werkingen teruggebragt te kunnen worden, waarbij de invloeduitoefenende stof alternatief scheikundig veranderd werd (verdween) en weêr ontstond, óf tot verandering van physische toestanden, waarbij in den regel eene verandering van temperatuur plaats heeft.

Tot de eerste soort van werkingen, dat is die van het alternatief opnemen en afstaan van zuurstof, behoort b.v. die van stikstofoxyde en van ijzeroxyde; tot de laatste de merkwaardige, door DAVY het eerst ontdekte eigenschap van platina, scheikundige verbindingen in het algemeen, en dus ook oxydaties, tot stand te brengen, zonder zelf daarbij scheikundige

verandering te ondergaan. Deze heeft aanleiding tot eene menigte proeven gegeven, waaruit gebleken is, dat ook vele andere stoffen eene dergelijke rol vervullen. De onderzoekingen van DÖBEREINER, PLEISCHL, DULONG, THÉNARD, CLOEZ en anderen hebben daaromtrent eene menigte feiten aan het licht gebragt.

Toch zijn er verschillende omstandigheden, waarvan de invloed niet altijd is nagegaan en die het wenschelijk is nader te leeren kennen.

Het is mij voorgekomen, dat een onderzoek van eenige dier omstandigheden niet overbodig was. Ik heb mij beperkt tot de werking van zuurstof op een paar brandbare gassen en wel 1° van een zuiver gas, namelijk kooloxyde en 2° van het mengsel van gassen, zooals die in ons gewoon lichtgas voorkomen, na volkomen van koolzuur te zijn bevrijd.

Daarbij heb ik mij voorgesteld te onderzoeken:

1°. in hoeverre de tijd van contact tusschen het brandbare gas en de zuurstof bij aanwezigheid van scheikundig passive stoffen van invloed is:

2°. of die tijd met den aard der vaste stof verschilde;

3°. of bij verschillende gasmengsels een verschil in temperatuur noodig was om de langzame verbranding te doen plaats hebben;

4°. onder de vaste stoffen bij welker aanwezigheid eene verbranding kan worden tot stand gebragt, eene op te nemen, die tot nog toe niet of weinig onderzocht, in zuiveren toestand kon worden gebezigd, zonder aanleiding te geven tot het verschijnsel van overbrenging van zuurstof;

5°. of het koolzuur dat in geval van oxydatie moet optreden, als vrij gas te voorschijn komt of in de poreuse stof gecondenseerd blijft.

Mijne eerste proeven werden zoo ingerigt dat een mengsel van zuurstof en het brandbare gas, na elk afzonderlijk volkomen van koolzuur bevrijd te zijn, in een langzamen stroom door eene U-vormige buis werd gevoerd, in welke zich de vaste stof bevond aan den invloed waarvan men dat mengsel wenschte bloot te stellen. Na over die vaste stof te zijn heengestreken, werd het gas in eene waschflesch met helder kalkwater gevoerd.

De U-vormige buis kon in een waterbad worden geplaatst en

zoodoende de vaste stof, terwijl het mengsel er doorheen streek, op eene bepaalde temperatuur worden gehouden.

Het zuurstofgas, uit chloorzure kali bereid, en in een gasometer boven zuiver water verzameld, werd bij elke proef eerst door eene buis met natronkalk gevoerd om koolzuur en chloor, die mogelijkerwijze uit het water en uit de bereiding konden afstammen, weg te nemen en vervolgens door eene waschflesch met helder kalkwater, dat als contrôle diende.

Op dezelfde wijze werd gehandeld met het kooloxyde, dat uit oxaalzuur met zwavelzuur bereid, reeds dadelijk bij de bereiding door het wasschen met kalkmelk en het opvangen in een met kalkmelk gevulden gasometer van bijna al het koolzuur was ontdaan.

Zoo werd ook het gewone lichtgas, dat bijna altijd nog eenig koolzuur bevat, van de laatste sporen daarvan ontdaan.

Bij alle proeven zonder onderscheid had steeds de contrôle op de afwezigheid van koolzuur plaats.

De vaste stoffen van welke ik mij bediend heb, waren:

1°. geplatineerd asbest, behoorlijk uitgegloeid;

2°. puimsteen, met verdund zoutzuur, herhaaldelijk uitgekookt, uitgewasschen en gegloeid;

3°. pijpaarde, op dezelfde wijze behandeld.

Bij meermalen herhaalde proeven bleek het, dat op de gewone temperatuur, afwisselende tusschen 5° en 15°, het geplatineerd asbest de eenige der drie beproefde stoffen was, die aanleiding gaf tot de oxydatie van het kooloxyde. Dit gasmengsel, daarover gevoerd, deed, na betrekkelijk korten tijd, een duidelijken neêrslag in de flesch met kalkwater ontstaan, terwijl noch bij het gebruik van puimsteen, noch bij dat van pijpaarde de geringste troebeling was waar te nemen.

Deze uitkomst met geplatineerd asbest was trouwens te verwachten, daar het bekend was, dat platina-spons zelfs in staat is een mengsel in behoorlijke verhouding van kooloxyde en zuurstof, het best 2 vol CO en 1 vol O, te doen ontploffen. Bij het gebruik van geplatineerd asbest was natuurlijk door de verdeeling van het platina tusschen de vezels van het asbest de werking zooveel vertraagd dat er geen ontploffing kon plaats hebben.

Werd een mengsel van ongeveer 1 vol lichtgas met 2 vol zuurstof over het geplatineerd asbest gevoerd, altijd bij eene temperatuur 5° à 15°, dan was er slechts een spoor van vorming van koolzuur waar te nemen.

Dezelfde proeven, doch nu alleen met puimsteen en later met pijpaarde, werden herhaald, eerst bij eene temperatuur van 50° à 60° en vervolgens bij 80° à 90°. In al die gevallen ontstond er geen koolzuur hoegenaamd.

Als voorbeeld van de gevolgde handelwijze haal ik de volgende proef aan.

Lichtgas, van koolzuur volmaakt bevrijd, werd met zuurstof, die er insgelijks vrij van was, in de verhouding van 1 vol van het eerste tot 2 vol van het laatste, in de U-vormige buis van omstreeks 10 CC inhoud geleid, in welke zich ongeveer 5 gr. der gezuiverde pijpaarde bevonden, en die in een waterbad op 50° à 60° gehouden werd. De snelheid van doorstrooming werd zoo geregeld dat omstreeks 4 bellen van het gasmengsel per secunde door de aanvoerbuis, die een inwendigen diameter van 5^{mm} had, geleverd werden. De proef werd gedurende een half uur voortgezet. Noch gedurende dien tijd noch na afloop daarvan, was de allergeringste troebelheid te bespeuren in de flesch met kalkwater, waardoor het van de pijpaarde komende gas werd heengevoerd. Op grond van de straks te vermelden proeven kon het mogelijk geacht worden dat eenig gevormd koolzuur bij de aangewende temperatuur in de pijpaarde teruggehouden was. Daarom werd, na afloop der proef, het in de U-vormige buis nog aanwezige gasmengsel door een stroom koolzuurvrije lucht bij de gewone temperatuur verjaagd, daarna de buis met pijpaarde, door middel eener lamp tot boven 100° verhit en gedurende dien tijd koolzuurvrije lucht er doorheen gevoerd. Ook bij deze verhitting der buis bleef het kalkwater in de waschflesch volmaakt helder.

Bij de tweede reeks proeven, die ik met de reeds gemelde mengsels van een brandbaar gas en zuurstof gedaan heb, is de duur van het contact met de vaste stof veel langer geweest. De inrigting der toestellen moest daarom eene andere zijn. De te onderzoeken gassen werden in eene glazen van eene kraan voorziene klok boven kalkwater in de verhouding van 2 vol CO

en 1 vol O (of van 1 vol lichtgas en 2 vol O) afgemeten, en gemengd; door indompeling der klok kon het gasmengsel daaruit worden ontleend. Het ging dan eerst door eene buis met natronkalk en vervolgens door eene contrôle-flesch met kalkwater, dat, zou de proef eene beteekenis hebben, volmaakt helder moest blijven, zoo als steeds bij de opgeteekende proeven het geval was. Men vulde nu met dit gasmengsel eenen dubbel getubuleerden glazen ballon van omstreeks 600 C.C. inhoud, door het gas gedurende een geruimen tijd daardoor heen te laten strijken, ten einde de lucht uit den ballon te verdringen. Telkens werd minstens het drievoudige volum van den ballon aan gas er door heen gevoerd vóór dat deze gesloten werd. Elke tubulus van den ballon was met een digt sluitenden gevernisten kurk voorzien, door welken eene korte glazen buis heen ging, die eene dikwandige caoutchoucbuis droeg, welke door eene schroefklem gesloten kon worden. De aldus gevulde en gesloten ballon, waarin vóór de vulling van de goed uitgegloeide vaste stof 5 à 6 gram gebragt was, kon nu zeer langen tijd op de temperatuur die men verkoos aan te wenden worden gehouden, zonder dat zich eenige uitwisseling met dampkringslucht liet bemerken. De negative uitkomsten, bij sommige der te vermelden proeven verkregen, getuigen daarvan.

Bij het eindigen der proef werd de inhoud op de volgende wijze onderzocht om de al of niet plaats gehad hebbende oxydatie tot koolzuur te ontdekken.

Aan den eenen tubulus van den ballon werd door middel der caoutchoucbuis eene contrôle-flesch met kalkwater verbonden, die uit eene met natronkalk gevulde buis de dampkringslucht kon ontvangen, welke zou dienen om het gas van den ballon te verdringen. Aan het caoutchoucbuisje van den anderen tubulus werd de glazen buis bevestigd tot afvoer van dat gas bestemd, en in eene flesch met kalkwater dompelende, terwijl deze laatste met een aspirator in verbinding werd gebragt. Men kon op die wijze het gas uit den ballon naar verkiezing met meerder of minder snelheid door het kalkwater laten strijken.

Ofschoon er, naar aanleiding der reeds vermelde proeven, geen twijfel bestond dat geplatineerd asbest aanleiding tot oxydatie zou geven, werd toch ter vergelijking bij de eerste op

deze wijze gedane proeven, behalve puimsteen en pijpaarde, ook geplatineerd asbest gebezigd.

Elke der volgende proeven werd meer dan eens gedaan, sommige meermalen herhaald en steeds met dezelfde uitkomsten.

PROEVEN MET KOOLOXYDE.

Temperatuur - 0° tot 10°.

Duur der proef — 16 dagen.

	Kalkwater.
Geplatineerd asbest . . .	geeft reeds bij de eerste bellen eene troebeling, later een zeer sterken neêrslag.
Puimsteen.	blijft geheel helder.
Pijpaarde	blijft geheel helder.

Temperatuur — 5° tot 15°.

Duur der proef — 16 dagen.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	Kalkwater. bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben en bij verhitting van de vaste stof.
Puimsteen	blijft geheel helder.	blijft geheel helder.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	blijft geheel helder.

Temperatuur — 50° tot 60°.

Duur der proef — 9 uren.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud van den laatste bij het onderzoek te verhitten.
Puimsteen.	spoedig een neêrslag, die weldra aanzienlijk wordt.
Pijpaarde	blijft geheel helder.

Temperatuur — 64° tot 65°.

Duur der proef — 16 uren.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	Kalkwater. bij doorvoering van lucht na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	wordt spoedig duidelijk troebel, hetgeen na korten tijd vermeerdert.

Temperatuur — 80° tot 90°.

Duur der proef — 12 uren.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	Kalkwater. bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	wordt spoedig vrij sterk troebel.

PROEVEN MET LICHTGAS.

Temperatuur — 5° tot 15°.

Duur der proef — 9 dagen.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud van den laatsten bij het onderzoek te verhitten.
Puimsteen.	blijft helder.
Pijpaarde	wordt zeer duidelijk troebel.

Temperatuur — 80° tot 90°.

Duur der proef — $11^1/_2$ uren.

	Kalkwater. bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Puimsteen	wordt duidelijk troebel.	wordt sterk troebel en geeft een neêrslag.
Pijpaarde	wordt dadelijk sterk troebel en geeft een neêrslag.	niet onderzocht.

Ten aanzien van de proeven met geplatineerd asbest heb ik alleen te doen opmerken, dat onder diens invloed, die zich reeds in korten tijd bij lage temperatuur vertoont, het lichtgas minder gemakkelijk door zuurstof wordt verbrand dan kooloxyde. Het schijnt wel, dat het in de eerste plaats de in lichtgas aanwezige kleine hoeveelheid kooloxyde (7 à 9 °/₀) is, die de oxydatie onder die omstandigheden ondergaat.

Laat men verder de werking van geplatineerd asbest buiten beschouwing, dan blijkt uit het voorgaande: —

1°. Dat op de gewone temperatuur een korte tijd van werking onvoldoende is om door middel van puimsteen of pijpaarde eene waarneembare oxydatie van kooloxyde of lichtgas door zuivere zuurstof tot stand te brengen.

2°. Dat bij kortstondig contact die oxydatie zich evenmin laat bemerken, wanneer de temperatuur tot tusschen 50° en 60°, ja zelfs tot tusschen 80° en 90° verhoogd wordt.

3°. Dat de verbranding dier beide gassen, die bij korten duur niet valt waar te nemen, zeer bemerkbaar wordt wanneer de werking langer wordt voortgezet. Niet onwaarschijnlijk is het dus, dat, zoo de proeven veel langer worden voortgezet, nog oxydatie zou worden waargenomen bij de lage temperaturen, bij welke thans in 16 dagen geen koolzuurvorming kon worden aangetoond.

4°. Dat voor de oxydatie of verbranding tot koolzuur des te langer tijd noodig is, naarmate de temperatuur lager is.

5°. Dat er verschil bestaat in de temperatuur waarbij puimsteen en pijpaarde invloed beginnen uit te oefenen op de oxydatie van kooloxyde, en wel zoo, dat puimsteen bij klimmende warmte spoediger actief is dan pijpaarde.

6°. Dat, ten aanzien van lichtgas, eene omgekeerde verhouding wordt waargenomen, daar pijpaarde reeds werking voortbrengt bij eene temperatuur bij welke puimsteen, even lang met de gassen in aanraking, nog geen oxydatie te voorschijn roept.

7°. Dat het gevormde koolzuur niet altijd dadelijk als vrij gas optreedt en bij beperkte hoeveelheid der gassen, geheel in de poriën der vaste stof kan verblijven.

8°. Dat pijpaarde het gevormde koolzuur veel gemakkelijker terughoudt dan puimsteen en eerst bij sterkere verhitting afgeeft.

BERIGT

OMTRENT

EENIGE DER MAATREGELEN, DIE GENOMEN ZIJN TER WAARNEMING VAN DEN

OVERGANG DER PLANEET VENUS VOORBIJ DE ZONNESCHIJF,

op den 8sten December 1874.

DOOR

F. KAISER.

Medegedeeld in de Gewone Vergadering van 28 October 1871.

Ter vervulling mijner spreekbeurt van heden wensch ik de aandacht der Academie te vestigen op eene naderende gebeurtenis, die nu reeds eene groote beweging onder de sterrekundigen heeft veroorzaakt en ongetwijfeld bij hen eene zeer uitgebreide tijdelijke landverhuizing ten gevolge zal hebben. Ik zal namelijk een kort berigt bij haar overleggen omtrent eenige der maatregelen, die genomen zijn ter waarneming van den overgang der planeet Venus voorbij de zonneschijf, die op den 8sten December van het jaar 1874 plaats zal hebben, daar het mij niet onmogelijk voorkomt, dat de Academie eenige mededeelingen aangaande dit reeds veel besproken verschijnsel van mij verwacht.

De bepaling van den afstand der zon tot de aarde, uitgedrukt in eene maat die wij kennen, is een vraagstuk voor welks oplossing vele sterrekundigen sedert een paar eeuwen zich eene groote inspanning hebben laten welgevallen. In het begin des jaars 1866 heb ik een kort verslag gegeven *) van de pogin-

*) *Album der Natuur.* 1866, Afl. 3.

gen, die men tot op dien tijd voor de oplossing van het vraagstuk had aangewend en ik zal daarop nu alleen in zoo ver terugkomen, als dit noodig is om voor hen, die zich niet aan de sterrekunde wijden, de hooge beteekenis toe te lichten, die aan den naderenden overgang der planeet Venus wordt toegekend. Zulk een overgang heeft voor de sterrekunde eene bijzondere waarde, daar hij de gelegenheid aanbiedt om, zonder metingen, de parallaxis en daarmede den afstand der zon te bepalen, met eene naauwkeurigheid, die door metingen naauwelijks bereikt kan worden. Ongelukkiglijk hebben de overgangen der planeet Venus slechts zelden plaats. De laatste hebben plaats gehad in de jaren 1761 en 1769, de eerstvolgende zullen plaats hebben in de jaren 1874 en 1882 en daarna zal het verschijnsel niet voor het jaar 2004 kunnen wederkeeren. Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 werden onderscheidene sterrekundigen door de Staten, waartoe zij behoorden, naar ver van elkander verwijderde oorden der aarde gezonden, waar de waarneming van het verschijnsel voor het beoogde doel het meest gunstig wezen zoude, maar de verkregene uitkomst was niet zoo volkomen als men wenschte. Nadat reeds vele anderen zich met dat onderzoek hadden bezig gehouden, werd door ENCKE, in het jaar 1824,[1] uit het geheel der volbragte waarnemingen, met de uiterste zorgen de parallaxis en de afstand der zon afgeleid, en de toen verkregene uitkomst werd daarna, als de meest naauwkeurige, algemeen aangenomen.

De parallaxis der zon kan ook afgeleid worden uit gelijktijdige bepalingen, aan ver van elkander verwijderde oorden der aarde, van de schijnbare plaatsen der planeten Venus en Mars, als deze ligchamen op hunnen kortsten afstand van de aarde gekomen zijn. Hadden die onderzoekingen vroeger niet veel opgeleverd, de stelselmatige waarnemingen omtrent de planeet Mars in het jaar 1862 gaven voor de parallaxis der zon eene uitkomst, die in naauwkeurigheid scheen te kunnen wedijveren met die, welke uit de overgangen van Venus was afgeleid. De vooruitgang der wetenschap heeft het daarbij voor eenige jaren mogelijk gemaakt de parallaxis der zon ook, en zelfs met eene hooge naauwkeurigheid, af te leiden uit verschijnselen van den hemel, die met haar in volstrekt geen verband schijnen te staan.

Zoo is zij afgeleid uit onregelmatigheden in de beweging der aarde en der maan, en daarbij uit onregelmatigheden in de beweging der planeten Venus en Mars, en uit de onderzoekingen van FOUCAULT omtrent de snelheid van het licht. Al die nieuwere uitkomsten kwamen zeer goed met elkander overeen, maar weken zeer kennelijk af van die welke ENCKE door de overgangen der planeet Venus in de jaren 1761 en 1769 had verkregen. Dat verschil heeft vele sterrekundigen zeer verontrust, daar het op eene belangrijke leemte in onze kennis van den hemel scheen te wijzen.

De waarnemingen, bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 volbragt, hebben in de allerlaatste jaren tot vele nieuwe onderzoekingen aanleiding gegeven, wier uitkomsten door mij niet met stilzwijgen kunnen worden voorbijgegaan, daar zij de hoogst kostbare maatregelen verklaren, die voor het waarnemen van den overgang in het jaar 1874 worden noodig geoordeeld. Het eerst heeft POWALKY te Kiel, in het jaar 1865, de waarnemingen in de jaren 1761 en 1769 volbragt aan een nieuw critisch onderzoek onderworpen. Ten gevolge van dat onderzoek gebruikte POWALKY waarnemingen die door ENCKE waren afgekeurd, verwierp hij andere die door ENCKE waren aangenomen en nam hij onderscheidene waarnemingen in de afleiding der uitkomst op, die door ENCKE niet konden worden gebruikt, omdat de geographische ligging der plaatsen waar zij volbragt waren in zijnen tijd niet met eene toereikende juistheid bekend was. POWALKY verkreeg aldus, door de overgangen van Venus, eene uitkomst voor de parallaxis der zon, die vrij aanmerkelijk van de uitkomst weleer door ENCKE verkregen afweek, maar zeer na overeenkwam met de uitkomsten, die andere verschijnselen hadden opgeleverd. In het oog van POWALKY was daarmede de zwarigheid opgelost en de gewenschte overeenstemming verkregen.

Het onderzoek van POWALKY mogt bij sommige sterrekundigen volstrekt geenen bijval vinden en heeft niet alleen nieuwe onderzoekingen, maar ook een vrij levendig twistgeschrijf uitgelokt, waaraan door LEVERRIER, STONE, NEWCOMB, FAYE, WOLF en ANDRÉ is deelgenomen. Men was het oneens niet slechts over de waarnemingen die aangenomen en verworpen moesten

worden, maar ook over de beteekenis, die aan de bewoordingen moest worden gehecht, waarin de waarnemingen beschreven waren. Het verschijnsel dat waargenomen moest worden was namelijk geenszins zoo eenvoudig als het schijnen kon en het was dikwijls moeijelijk, zoo niet onmogelijk, uit de woorden waarin het beschreven was af te leiden, wat eigenlijk voor het tijdstip waarop alles aankomt moest worden aangenomen.

Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 had men niets anders waartenemen dan de juiste oogenblikken waarop de planeet voor de zonneschijf trad en die weder verliet. De planeet vertoont zich voor de zonneschijf als een ronde zwarte vlak met eene vrij groote middellijn, die zelfs door een gewonen zakkijker zeer goed kan worden waargenomen. Zijn, bij den ingang, de randen van zon en planeet met elkander in aanraking gekomen, zoo moet, onmiddellijk daarop het verschijnen der planeet voor de zon eene kleine inkerving aan den rand der zon ten gevolge hebben, maar de waarneming van dat oogenblik werd gewoonlijk gemist, omdat men het oog niet naauwkeurig genoeg op het punt van den rand der zon wist te vestigen, waar het optreden der planeet moest plaats hebben. Is de planeet gedeeltelijk voor de zon, zoo kan men haar in het oog blijven houden en het oogenblik waarnemen, waarop zij zich ten volle vóór de zon begint te vertoonen, het oogenblik der inwendige aanraking, op welks waarneming men het meest vertrouwen stellen kan. Men zoude meenen dat, onmiddellijk na de inwendige aanraking, zich een zeer smal lichtstreepje tusschen de randen van planeet en zon moest vertoonen, waardoor het oogenblik der inwendige aanraking zich met scherpte bepalen liet, maar dit is geenszins het geval. Als de planeet grootendeels voor de zonneschijf getreden is, ondergaat zij eene misvorming aan de zijde naar het punt van den rand der zon waar zij verschenen is. Aan die zijde loopt de planeet uit in een zwarten band, die zich tot aan den rand der zon uitstrekt, die bij het voortgaan der planeet allengs smaller wordt en bij wiens verdwijnen zich dadelijk eene aanmerkelijke ruimte tusschen de randen van zon en planeet openbaart. Bij den uitgang worden dezelfde bijzonderheden, maar in eene omgekeerde volgorde, waargenomen. Dat verschijnsel,

hetwelk door den eenen meer, door den anderen minder duidelijk is gezien, en door zeer weinigen met de wenschelijke juistheid is beschreven, maakt het dikwijls zeer onzeker wat eigenlijk voor het juiste oogenblik van de inwendige aanraking moet worden aangenomen. Het is klaar, dat het zich openbaren moet, als de zon zich door den kijker grooter, of de planeet zich kleiner vertoont dan zij werkelijk is, en eene oorzaak daarvoor wordt gezocht in eene zoogenaamde irradiatie en in de onvolkomenheid der kijkers, maar terwijl men erkent dat een dampkring der planeet Venus het verschijnsel wijzigen kan, wordt zijne meest natuurlijke oorzaak, de interferentie van het licht, gewoonlijk voorbijgezien.

De sterrekundigen NEWCOMB en STONE hebben zich de moeite getroost om de waarnemingen omtrent den overgang der planeet Mercurius voorbij de zonneschijf, die op den 4den November van het jaar 1868 heeft plaats gehad, aan een streng onderzoek te onderwerpen. Die waarnemingen zijn volbragt ook met de grootste en voortreffelijkste kijkers van den tegenwoordigen tijd, maar het bleek dat het treurig verschijnsel, waardoor de waarnemingen bij de overgangen der planeet Venus zoo onzeker waren geworden, ook toen geenszins is achtergebleven. Het genoemd verschijnsel zal zich alzoo, zonder twijfel, ook bij de toekomstige overgangen der planeet Venus openbaren, doch hoe groot verschil in meeningen daaromtrent moge zijn blijven bestaan, men is algemeen van oordeel dat het minder onbepaald en minder schadelijk is, naarmate men grooter en voortreffelijker kijkers gebruikt, en dat daarom bij den toekomstigen overgang volstrektelijk zeer groote en zeer voortreffelijke kijkers aangewend zullen moeten worden. WOLF en ANDRÉ, die bijzondere onderzoekingen hebben volbragt met kunstmatige overgangen van ligchamen voorbij de zonneschijf, eischen dat, voor de waarneming van den toekomstigen overgang, kijkers zullen worden bestemd op parallatische voeten, met openingen van 9 Parijsche duimen. Een werktuig van dien aard kost te München *f* 15000 en in Grootbrittanje niet veel minder. Naar de plannen, die nu reeds ontworpen zijn, zoude men althans een 20-tal van die werktuigen behoeven, en al vond men geen bezwaar om de daartoe gevorderde gelden bijeen te bren-

gen, zoude de tijdige voltooijing dier werktuigen toch niet mogelijk zijn.

Ofschoon het onderzoek van POWALKY geen algemeenen bijval vinden mogt, heeft toch STONE, die zich het meest daartegen verklaarde en het geheele onderzoek, zoo hij meende op betere grondslagen, vernieuwde, uit de overgangen van Venus geene uitkomst afgeleid, aanmerkelijk van die verschillende, welke POWALKY had verkregen. Ook de uitkomst, die het strenge onderzoek van STONE heeft opgeleverd, komt zeer goed met die van de overige verschijnselen des hemels overeen en de strijd werd nog volkomener opgeheven dan te voren. De toekomstige overgang der planeet Venus heeft nu zekerlijk de hooge beteekenis niet, die hij gehad zoude hebben, indien de genoemde strijd was blijven bestaan, maar hij kan toch aanmerkelijk nader tot de kennis der waarheid voeren. FAYE beweert, op goede gronden, dat de parallaxis der zon uit de overgangen der planeet Venus in de jaren 1761 en 1769, niet met eene zekerheid van het tiende deel eener secunde kan worden afgeleid. Nu de voorname bron der onzekerheid bekend is, zal men ongetwijfeld, bij den toekomstigen overgang der planeet Venus, een aanmerkelijk hoogeren graad van naauwkeurigheid kunnen bereiken.

De eerste voorbereidingen voor het waarnemen van de toekomstige overgangen der planeet Venus moesten bestaan in het berekenen van de plaatsen der aarde, voor wie de waarneming tot de meest naauwkeurige uitkomst voor de parallaxis der zon leiden moest. De Astronomer Royal van Groot-Brittanje, de beroemde AIRY, heeft reeds in het jaar 1857 deze berekening voor de overgangen van de jaren 1874 en 1882, op eene groote schaal, volbragt. Toen LEVERRIER zijne tafelen voor de beweging der planeet Venus uitgegeven had, konden die berekeningen met meer naauwkeurigheid worden herhaald en de mededeeling der uitkomsten door AIRY in de jaren 1864 en 1869 verkregen, hebben bij de koninklijke sterrekundige maatschappij te Londen vele beraadslagingen uitgelokt, omtrent de meerdere of mindere geschiktheid der plaatsen, die door AIRY voor de waarnemingen waren aangewezen. Soortgelijke berekeningen zijn ook volbragt door HANSEN, OPPOLZER, DÖLLEN, HIND,

PROCTOR, PUISEUX en PETERS. HANSEN ontwierp eene geheel nieuwe theorie van het verschijnsel en gaf nieuwe handelwijzen om uit de volbragte waarnemingen de parallaxis der zon af te leiden. Hetzelfde deed OPPOLZER van zijne zijde en de voorbereidende onderzoekingen in het algemeen gaven aanleiding tot zoo vele inzigten, opmerkingen en wenschen, dat ik daarvan geen volledig verslag zoude kunnen geven, zonder de grenzen, die ik mij hier moet stellen, zeer ver te overschrijden. Enkele bijzonderheden kunnen echter door mij niet met stilzwijgen worden voorbijgegaan.

Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 heeft men niets anders dan de tijdstippen van den ingang en van den uitgang waargenomen en ook bij de toekomstige overgangen zal die waarneming de meest gewigtige zijn. Men heeft daarbij twee gevallen van elkander te onderscheiden, die aanleiding hebben gegeven tot twee handelwijzen om de parallaxis der zon te berekenen, die de methode van HALLEY en de methode van DELISLE genoemd worden. De methode van HALLEY geldt alleen voor plaatsen, waar zich beiden, ingang en uitgang laten waarnemen. De tijd, tusschen ingang en uitgang verloopen, geeft, met de bekende beweging der planeet, de koorde, die de planeet over de zonneschijf heeft afgelegd en den afstand dier koorde tot het middelpunt der zon. Is die bepaling op twee ver van elkander verwijderde plaatsen volbragt, zoo geeft zij het verschil tusschen de parallaxen van zon en planeet en dus ook de parallaxen zelve, daar hare verhouding naauwkeurig bekend is. Deze methode biedt het groote voorregt aan, dat zij geene zeer naauwkeurige kennis van de geographische ligging der plaatsen vordert, en voor hare toepassing moeten minstens twee plaatsen der aarde worden gezocht, waar zich ingang en uitgang beide laten waarnemen en voor wie de koorden zoo veel mogelijk van elkander verschillen. De methode van DELISLE geldt voor plaatsen waar zich alleen de ingang of de uitgang laat waarnemen. Is een van die verschijnselen aan twee plaatsen der aarde waargenomen, zoo leidt men daaruit, naar de bekende beweging der planeet, de punten met betrekking tot den rand der zon af, die de planeet, uit beide plaatsen gezien, op hetzelfde oogenblik innam, hetgeen weder het

verschil tusschen de parallaxen en daarmede de parallaxen zelve geeft. Deze methode heeft het bezwaar, dat zij eene naauwkeurige kennis vordert van het Lengte-verschil tusschen de plaatsen der waarnemingen en voor hare toepassing moet men minstens twee toegankelijke plaatsen opsporen, voor de eene van welke het verschijnsel door de parallaxis zoo veel mogelijk wordt vervroegd, terwijl het voor de andere zoo veel mogelijk wordt vertraagd. Het hangt van bijzondere omstandigheden af, of bij een bepaalden overgang de eene methode boven de andere de voorkeur verdient. Bij den overgang in het jaar 1874 zal het verschil niet zeer groot zijn, en zal men het best doen zoo veel mogelijk beide methoden te volgen.

Een voorstel van HUGGINS en PROCTOR om bij den overgang der planeet Venus in het jaar 1874 de waarneming van den in- en uitgang, door aanwending van het spectroscoop, zoo mogelijk van het genoemd lastig verschijnsel te bevrijden, heeft veel bijval gevonden en zal niet zonder gevolgen blijven. Wijders is men geenszins voornemens om, bij den overgang in het jaar 1874, alleen den in- en uitgang waartenemen. Vooral hebben HANSEN en OPPOLZER het hooge gewigt trachten aan te toonen van naauwkeurige metingen, die gedurende den overgang worden volbragt en waaruit de onderlinge ligging der middelpunten van zon en planeet voor bepaalde tijdstippen kan worden afgeleid. Die metingen zijn van gewigt, daar zij zich gedurende het verschijnsel zeer dikwijls laten herhalen, maar naar mijne meening belooven zij niet veel, als daartoe geene vrij groote en kostbare heliometers aangewend worden. Ook verlangt men dat gedurende het verschijnsel talrijke photographische afbeeldingen der zon zullen worden gemaakt, die later kunnen worden uitgemeten en de metingen met den heliometer kunnen vervangen of ondersteunen. Die photographische afbeeldingen vorderen echter zeer kostbare hulpmiddelen, als zij geschikt zullen zijn om ter bereiking van het beoogde doel mede te werken.

Op grond van vele voorbereidende berekeningen en onderzoekingen heeft men in onderscheidene staten van Europa plannen ontworpen, omtrent de maatregelen, die men voor het waarnemen van den eerstvolgenden overgang der planeet Venus

te nemen had. Reeds in het jaar 1869 besloot het bureau des Longitudes te Parijs sterrekundigen met de noodige werktuigen af te zenden naar Peking, naar Shanghai of Yokohama, naar het eiland St. Paulus, naar het eiland Amsterdam, naar de Marquisas-eilanden en naar Suez of Mascat. Officieren der Fransche Marine werden voorloopig belast met de Lengtebepaling van Yokohama, Shanghai en Mascat, en ware de oorlog niet uitgebroken, zoo zoude er geen twijfel bestaan, dat het plan zal worden ten uitvoer gebragt. Het is mij niet bekend welken invloed de gebeurtenissen van de laatste tijden daarop zullen uitoefenen, maar het is niet waarschijnlijk dat een land, waar men JANSSEN, te midden van een vreeselijken oorlog, in de gelegenheid stelde om, met eenen schat van werktuigen, door eenen luchtballon, voor het waarnemen van eene totale zons-verduistering, het belegerde Parijs te ontvlugten, zich door zijne ongelukken van wetenschappelijke ondernemingen zal laten afschrikken.

Na vele beraadslagingen is door den Astronomer Royal een plan ontworpen voor Groot Brittanje, dat vermoedelijk, met of zonder kleine wijzigingen, zal worden opgevolgd. Naar dat plan zullen, in het jaar 1874, uit Groot-Brittanje vijf zendingen van sterrekundigen uitgaan, namelijk naar Alexandrië, naar Nieuw-Zeeland, naar de Sandwich-eilanden, naar de Kerguelen-eilanden en naar het eiland Mauritius. De sterrekundigen zullen worden toegerust met de noodige werktuigen voor tijds- en geographische plaatsbepaling en met kijkers wier openingen minstens 6 Eng. duimen bedragen zullen. Van Engelands zijde zal zekerlijk de photographie niet vergeten worden.

Reeds in het jaar 1869 benoemde de Academie van Wetenschappen te St. Petersburg eene commissie voor het ontwerpen van een plan, dat van Ruslands zijde gevolgd zoude moeten worden. DÖLLEN heeft de inzigten dier commissie openlijk bekend gemaakt. — Sommige der voor de waarneming meest gewigtige plaatsen liggen op Ruslands grondgebied en in overleg met de Commissie van den Noord-Duitschen bond, zullen die plaatsen van wege Rusland bij voorkeur worden bezet en zal het zich wijders tot de aangrenzende deelen van Persië en en China bepalen. Een geheel uitgewerkt plan voor Rusland

schijnt nog niet openlijk te zijn bekend gemaakt, maar er is niet aan te twijfelen dat het op eene groote schaal zal worden ten uitvoer gebragt.

In het jaar 1869 heeft ook de regering van den Noord-Duitschen Bond eene Commissie benoemd voor het ontwerpen van plannen, volgens welke van zijnentwege aan de waarneming van den overgang in het jaar 1874 zoude worden deelgenomen. Die Commissie is het eerst in de maand October des jaars 1869 en later in de maand Maart van dit jaar te Berlijn vergaderd geweest en heeft daarna uitgewerkte plannen bij den Bondsraad ingediend. Zij had de goedheid mij verslagen van hare vergaderingen te doen toekomen, en stelde mij daardoor in de gelegenheid om van de door haar ontworpen plannen naauwkeurig kennis te nemen. Die plannen zijn, in overleg met de Russische Commissie, ontworpen en er op berekend dat de waarnemingen van wege den Noord-Duitschen Bond met die van wege Rusland een groot geheel zouden vormen. De Commissie van den Noord-Duitschen Bond heeft tot vijf zendingen besloten: twee naar de Zuidzee op de Kerguelen- of de Aucklands-eilanden; eene naar het eiland Mauritius, eene naar Japan of China en eene naar Persië, ergens tusschen Mascat en Teheran. De juiste punten waar de sterrekundigen van den Bond zich vestigen zullen, zijn nog niet bepaald, daar zij afhangen moeten van berigten die omtrent de luchtsgesteldheid der plaatsen worden ingewonnen en van eene verkenningsreis, waartoe men hoopt dat Oostenrijk Dr. Neumaijer in de gelegenheid zal stellen. Het voornemen bestaat om ieder dezer stations met de noodige kijkers en werktuigen voor tijds- en plaatsbepalingen, vier daarvan bovendien met heliometers, spectroscopen en toestellen voor het photographisch afbeelden der zon toe te rusten. Men zal zich van draagbare sterrewachten en voor de zendingen naar de Zuid-zee ook van draagbare woningen voorzien en wenscht dat tot vervoer van personen en goederen voor de twee laatstgenoemde, twee groote schepen zullen worden uitgerust.

De Commissie van den Noord-Duitschen Bond heeft ook de kosten berekend aan de verwezenlijking van de door haar beraamde plannen verbonden. Zij verlangt voor de sterrekundigen

en photographen, die uitgezonden zullen worden, eene bezoldiging en bovendien eene vergoeding voor reis- en verblijfkosten. Naar hetgeen bij ons zoude geschieden, is die vergoeding vrij ruim berekend, maar de geldsommen voor de werktuigen zijn zoo laag gesteld als dit mogelijk was. De Commissie stelt zich voorloopig met kijkers, wier opening slechts 52 Parijssche lijnen bedragen, tevreden en heeft voor de heliometers eene zoo kleine som uitgetrokken, dat men naauwelijks begrijpt, hoe met werktuigen van zoo geringe prijzen het beoogde doel bereikt zal worden. De gezamentlijke kosten zijn echter op 152180 Pruissische daalders d. is op 266315 Ned. guldens geraamd, en bij die raming is, op grond van bepaalde beloften, aangenomen, dat, ten behoeve der zendingen, al de noodige tijdmeters, twee slinger-uurwerken, twee passage-instrumenten, zeven universaal-instrumenten en al de noodige toestellen voor een der photographische stations ter leen zullen worden afgestaan. De ontworpene plannen moeten nog den rijksdag worden voorgelegd, maar er is naauwelijks aan te twijfelen dat zij zullen worden aangenomen en dat de aangevraagde som zal worden goedgekeurd.

De plannen der Commissie van den Noord-Duitschen Bond hebben geenen veel grooteren omvang dan die welke voor Frankrijk, Engeland en Rusland ontworpen zijn, zoodat de verwezenlijking der laatstgenoemde ook geene veel minder groote geldsommen zal vorderen. Het is niet onwaarschijnlijk dat ook door andere Staten van Europa ter waarneming van het verschijnsel zal worden bijgedragen en er is volstrekt niet aan te twijfelen, dat Noord-Amerika ondernemingen zal verordenen, op eene zeer groote schaal aangelegd. Naar het zich laat aanzien zal voor het waarnemen van den eerstvolgenden overgang der planeet Venus aanmerkelijk meer dan een millioen Nederlandsche guldens worden uitgegeven.

Reeds herhaaldelijk heb ik hooren vragen of ons vaderland, eershalve, niet behoorde voor de waarneming van het verschijnsel medetewerken. Ofschoon daartoe niet geroepen, zal ik mij de vrijheid veroorloven mijn gevoelen daaromtrent medetedeelen. Het was nimmer een zwak van ons vaderland zich voor de bevordering der wetenschap te verarmen en in deze zaak kan

het met de groote Staten van Europa of met Noord-Amerika volstrekt niet wedijveren. Het komt mij veel beter voor dat van onze zijde niets geschiede, dan dat wij ons door beuzelachtige maatregelen bespottelijk maken. Er is sprake van gewest of de Staten, die zich niet tot zelfstandige zendingen kunnen verbinden, door tusschenkomst van de vereeniging van sterrekundigen, die te Leipzig haren hoofdzetel heeft, in gemeenschap met elkander, iets tot stand zullen brengen. Is daaromtrent een plan ontworpen en wordt ons vaderland uitgenoodigd om aan de verwezenlijking daarvan mede te werken, dan zal, naar mijne meening, eerst de tijd zijn aangebroken om dit in overweging te nemen. Ik voor mij geloof, dat de eer en het belang van een land veel meer bevorderd worden door den bloei der wetenschap en haren weldadigen invloed op algemeene volksverlichting, dan door geldelijke bijdragen voor wetenschappelijke onderzoekingen, die door anderen volbragt zullen worden.

Wij verkeeren in het bijzonder geval van een zeer ervaren sterrekundige te bezitten in eene onzer Koloniën, waar het verschijnsel, van het begin tot het einde, zal kunnen worden waargenomen, en het is eene belangrijke vraag of van deze gunstige omstandigheid geene partij behoort te worden getrokken. Op die vraag kan alleen onder voorbehoud een toestemmend antwoord worden gegeven, nademaal in onze Oost-Indische bezittingen, wegens den hoogen stand der zon, de parallaxis slechts een geringen invloed op het verschijnsel zal uitoefenen en alzoo ook de beste waarnemingen, aldaar volbragt, slechts een klein stemregt verkrijgen. Op het eiland Java zal de ingang slechts 3 minuten en de uitgang slechts 2 minuten door de parallaxis worden vertraagd, terwijl de vervroeging of vertraging aan sommige der, voor de waarneming uitgekozene plaatsen tot meer dan 10 minuten opklimt. In de overige deelen van onze Oost-Indische bezittingen is het niet beter gesteld, en het is daarom ook in niemands gedachten gekomen waarnemers daarhenen te zenden De Heer OUDEMANS, die zich in Oost-Indië bevindt, zal het verschijnsel niet onopgemerkt laten voorbijgaan. De kijker welken de Heer OUDEMANS te zijner beschikking heeft, is voor de waarneming van het verschijnsel vrij klein en het moet, naar mij voorkomt, van de inzigten

en wenschen des Heeren OUDEMANS zelven afhangen of al of niet pogingen zullen worden aangewend om hem, voor de waarneming van het verschijnsel, een grooteren kijker te verschaffen. Er zouden eenige duizenden guldens gevorderd worden om den Heer OUDEMANS met eenen heliometer en eenen toestel voor photographische opnemingen toe te rusten. Mij komt het twijfelachtig voor of dit, al is in Oost-Indië het personeel voor een doelmatig gebruik dier werktuigen aanwezig, tot groote gevolgen zoude kunnen leiden.

Onder het zestal der thans bestaande beste bepalingen van de parallaxis der zon, langs geheel verschillende handelwijzen verkregen, is er slechts *een* die kennelijk van het algemeen midden afwijkt en die groote afwijking klimt niet ten volle tot vier honderdste deelen eener secunde op. Men kan alzoo zonder bezwaar aannemen, dat de parallaxis der zon althans met eene zekerheid van vijf honderdste deelen eener secunde bepaald is, en de toekomstige overgangen der planeet Venus zullen niet veel beteekenen, als zij niet niet eene zekerheid van weinige honderdste deelen eener secunde zullen geven. De parallaxis der zon gaat, ruim twee malen vergroot, op het verschijnsel over, maar om eene uitkomst te verkrijgen moet men ook de waarnemingen, aan minstens twee plaatsen volbragt, met elkander verbinden, en op iedere dier plaatsen zullen de waarnemingen toch minstens op het tiende deel eener secunde behooren zeker te zijn. Als ik het oog vestig op de verschillen tusschen de uitkomsten, die b.v. voor de parallaxen van vaste sterren, door de volkomenste metingen en met de grootste werktuigen van den tegenwoordigen tijd, na jaren arbeids verkregen zijn, twijfel ik zeer of de genoemde naauwkeurigheid met vrij kleine heliometers en met metingen op photographische afbeeldingen bereikt zal kunnen worden. Bij eenen overgang der planeet Venus zijn de omstandigheden voor het volbrengen van metingen zekerlijk gunstig, maar men heeft vroeger aan die verschijnselen eene zoo hooge waarde toegekend, juist omdat zij voor de bepaling van de parallaxis der zon geene metingen vorderden. Mijne verwachting van de metingen is niet groot, en ik vrees dat ook hier de wezenlijke fouten der metingen vrij aanzienlijk zullen zijn, al mogen hare waarschijnlijke fouten zich klein betoonen.

Naar mijn gevoelen is, bij het ontwerpen van plannen voor het waarnemen van den naasten overgang der planeet Venus, over eene dringende behoefte wat ligtvaardig henen gestapt, namelijk over die aan geschikte waarnemers. Er wordt eene veeljarige oefening gevorderd om met heliometers en met micrometers in het algemeen de naauwkeurigheid te kunnen bereiken, waarvoor die werktuigen vatbaar zijn. Het photographisch afbeelden der zon, met de hier gevorderde naauwkeurigheid, is eene zware taak. Bij de waarneming van in- en uitgang heeft men binnen den tijd van eene halve minuut verschijnselen waartenemen, waarop alles aankomt en die met de uiterste kalmte moeten opgenomen en beschreven worden. Het zal inderdaad niet ligt zijn om voor al die waarnemingen een toereikend aantal geoefende sterrekundigen te vinden. Er zijn vele sterrewachten op aarde, maar vrij weinige, waar openlijke blijken van eene onverdroten werkzaamheid wordt gegeven. Het getal van hen die sterrekundigen worden genoemd is zeer aanzienlijk, maar er zijn waarlijk niet velen, die bewezen hebben met de werktuigen het fijnste te kunnen voortbrengen, waarvoor zij vatbaar zijn. Men zal tijdelijk de sterrewachten moeten ontvolken en van hare beste waarnemers moeten berooven, maar ook bij dien maatregel zullen Frankrijk, Engeland, Rusland en Noord-Amerika hunne sterrekundigen dringend behoeven. De Commissie van den Noord-Duitschen Bond eischt, voor zich alleen, negen ontwikkelde sterrekundigen, negen helpers, die in de sterrekunde niet onbedreven mogen zijn en acht photographen. Het zal niet aan jongelieden ontbreken, die gaarne op kosten van den Staat en met eene goede bezoldiging eene belangrijke reis willen ondernemen, maar ik geloof dat het niet zoo ligt zal vallen het toereikend getal bereidwilligen te vinden, op wier ervaring men staat kan maken. Kan Nederland een of twee uitmuntende waarnemers bijzetten, dan zal het daardoor de zaak meer bevorderen dan door het aanbrengen van eenige duizenden guldens. Ik zoude mij daar niet tegen verklaren, al moesten de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden, ten gevolge daarvan, voor eenige maanden worden gestaakt.

Ten slotte wil ik nog kortelijk vermelden hoedanig de over-

gang der planeet Venus in het jaar 1874 zich over de aarde zal vertoonen. Over geheel Amerika zal niets van het verschijnsel kunnen worden waargenomen. Hetzelfde geldt voor het grootste gedeelte van Europa aan zijne westelijke zijde en voor het westelijk deel van Afrika. De strook der aarde waarvoor alleen de ingang zigtbaar zal wezen loopt over den Atlantischen Oceaan, omtrent in het midden tusschen Nieuw-Holland en Amerika en treft ook Kamschatka. Over het grootste gedeelte van Afrika, het oostelijk gedeelte van Europa, over Arabië, klein-Asië, Persië en het hooger westelijk gedeelte van Asië zal alleen de ingang zigtbaar zijn. Het gedeelte van de oppervlakte der aarde, waar het verschijnsel zich van het begin tot het einde zal laten waarnemen, omvat geheel Australië, al onze Oost-Indische bezittingen, Hindostan, Mongolië, China, Japan en een gedeelte van Siberië.

RAPPORT

UITGEBRAGT

IN DE GEWONE VERGADERING VAN 25 MAART 1871.

De ondergeteekenden, in de vorige Vergadering benoemd, om der Afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam van raad en voorlichting te dienen omtrent de opneming in de Werken in 4°. eener door den Heer P. A. LEUPE aangeboden Verhandeling over: *Georgius Everardus Rumphius*, Ambonsche natuurkundige der 17ᵉ eeuw, hebben de eer hierover het volgende te berichten:

De genoemde verhandeling — een lijvig stuk met aanteekeningen en bijlagen — bevat de levensgeschiedenis van den beroemden RUMPHIUS uit officiëele bescheiden breedvoerig toegelicht. Men vindt daarin geene beschouwing van den natuuronderzoeker in de lijst van zijn tijd en evenmin eene wetenschappelijke beoordeeling zijner werken, doch de schrijver heeft nauwgezet de biographische bronnen en vooral het archief der voormalige O. I. Compagnie geraadpleegd, welk laatste met dit oogmerk nog niet doorzocht schijnt te zijn. Bovendien is hij door de goedheid van den Heer DU RIEU, Conservator van de Akademische manuscripten te Leiden, in staat gesteld, afschriften van onuitgegeven brieven van en aan RUMPHIUS als bijlagen op te nemen, en hierdoor sommige bijzonderheden van diens leven en werken in beter licht te plaatsen.

De verhandeling leert RUMPHIUS kennen als een man, die bewondering en achting verdient, zoowel om zijn heldere en juiste beschrijvingen, als om de volharding waarmede hij, onder een tropisch klimaat, niettegenstaande allerlei moeilijkheden en rampen, zijn werk heeft volbracht.

Als Adelborst van de Kamer Amsterdam in 1652 naar Indië vertrokken, wordt RUMPH naar Amboina gedestineerd, maar weldra, als: „tot de militaire chergie niet wel gehumeurt," aangesteld tot onderkoopman en Hoofd te Larike en in 1657 bevorderd tot koopman en Hoofd van de kust van Hitoe. Toen reeds schijnt hij zich met natuurstudiën bezig gehouden en moeite gehad te hebben om de noodige boeken te bekomen. Getuige zijn verzoekschrift aan de Bewindhebberen der O. I. Compagnie, als bijlage aan de verhandeling toegevoegd, een stuk dat voor de kennis der toestanden in die dagen niet onbelangrijk is.

Na het verstrijken van zijn diensttijd verzocht RUMPHIUS 8 à 10 maanden rust te Batavia te mogen hebben, ten einde zijne studiën voort te zetten. Dit wordt hem aanvankelijk geweigerd, later na eenige moeilijkheden in 1669 toegestaan, doch het vaartuig, dat hem moet overvoeren, is zoo rank, dat dat hij weigert het leven der zijnen daaraan toe te vertrouwen. Als hij eindelijk, na wegruiming ook van dit bezwaar, de lang gewenschte reis zal aanvaarden, wordt hij blind en verliest hij daardoor zijne betrekking. Naar Amboina getransporteerd, ontvangt hij in 1671, door de bescherming van den Gouverneur-Generaal, den post van Commissaris en Praeses in het Collegie van Huwelijkszaken.

Doch niet lang mag RUMPHIUS een kalm en onbezorgd leven leiden. Eene vreesselijke aardbeving, welke den 17den Februari 1674 geheel Amboina teistert, doet hem zijne vrouw en jongste dochter verliezen.

Diep terneer geslagen door deze smartelijke gebeurtenis, laat hij echter zijn aangevangen werk niet varen, en kort nadat hem een klerk tot hulp is toegevoegd, verzendt hij in 1679 zijn *Ambonsche Historie* aan de Hooge Regeering. Deze erkent de waarde van het werk, maar houdt het geheim, als „een zeer dienstig document voor de Secretarie."

Eenige jaren gaat nu RUMPHIUS in stilte voort met zijn natuurkundigen arbeid en men vindt van hem alleen een aantal rapporten, waaronder een belangrijk Verslag over den Ambonschen landbouw, dat als bijlage bij de Verhandeling gevoegd is.

Den 11den Jan. 1687 treft hem eene nieuwe ramp door een

zwaren brand, die zijn inboedel en het grootste deel zijner boeken, handschriften en verzamelingen vernielt. Ter nauwernood blijft het origineel van het *Amboinsche Kruytboek* bewaard. RUMPHIUS begint weer op nieuw te verzamelen en te beschrijven, zooveel zijn zwak gezicht hem toelaat, en in 1692 zijn reeds de zes eerste boeken van het *Ambonsch Herbarium* op reis van Batavia naar het moederland. Doch nog is de maat zijner verliezen niet vol. De genoemde zes boeken gaan met het schip, dat ze moet overbrengen, in de Fransche wateren te gronde.

Gelukkig had de oud–Gouverneur-Generaal CAMPHUYS het manuscript vóór de afzending doen overschrijven, maar de oorspronkelijke figuren zijn alle verloren. RUMPHIUS, die inmiddels reeds een appendix tot zijn werk had afgezonden, hoort nauwlijks de nieuwe calamiteit, of de meer dan zestigjarige man begint andermaal zijn arbeid om te werken en zendt zijn klerk en teekenaar naar Batavia, om de daar aanwezige copy zooveel mogelijk te ordenen en aan te vullen en nieuwe figuren daaraan toe te voegen. In 1696 vertrekken de 3 laatste boeken van het *Herbarium* naar Nederland, in 1701 zijn een *Auctuarium* en andere kleine geschriften gereed, doch nu ook zijn de krachten van den grijsaard uitgeput. Hij wordt zieklijk en sterft den 15den Juni 1702.

Eenige zijner werken zijn na zijn dood uitgegeven, de *Ambonsche Rariteitskamer* voor het eerst in 1705; zijn hoofdwerk, het *Herbarium* eerst een halve eeuw later, door de zorg van Prof. BURMANNUS.

Ter nagedachtenis van den grooten natuurkundige heeft de Gouverneur Generaal VAN DER CAPELLEN in 1824 te Amboina eene eenvoudigen gedenksteen doen oprichten.

De hier in korte trekken geschetste levensloop van den beroemden Plinius Indicus wordt in de verhandeling van den Heer LEUPE breedvoerig beschreven, met toevoeging van onderscheiden bijzonderheden aangaande zijne werken. De schrijver wijst tevens aan, hoe veel van hetgeen VALENTIJN in zijn bekende *India litterata* over Amboina mededeelt, aan de nasporingen van RUMPHIUS is ontleend, zonder dat deze daarbij genoemd wordt.

In de Bijlagen vindt men onuitgegeven brieven van RUMPHIUS, van zijn beschermer, den oud-Gouverneur-Generaal CAMPHUYS, van Dr. TEN RHYNE en anderen, welke stukkeu voor de kennis, zoowel der Flora en Fauna van Amboina, als der lotgevallen van RUMPHIU's geschriften, niet zonder gewicht zijn.

De ondergeteekenden beschouwen alzoo de verhandeling van den Heer LEUPE als eene belangrijke historische bijdrage, en hebben op dien grond de eer, aan de Afdeeling voortestellen, haar in de werken in 4°. der Koninklijke Akademie van Wetenschappen op te nemen.

Leiden, 23 / *Amsterdam*, 24 Maart 1871.

N. W. P. RAUWENHOFF.
C. A. J. A. OUDEMANS.

NOTICE

SUR LES

PEINTURES CHINOISES DE CYPRINOÏDES,

DÉPOSÉES AU MUSÉUM DE L'UNIVERSITÉ DE GRONINGUE
PAR M. J. SENN VAN BASEL.

PAR

P. BLEEKER.

Le Muséum de l'Université de Groningue possède une belle collection de peintures chinoises de poissons, deposée maintenant à la Bibliothèque de la dite Université, qu'il doit à la générosité de feu M. J. SENN VAN BASEL, ci-devant consul néerlandais en Chine.

Lorsque je composai le Mémoire sur les Cyprinoïdes de Chine, publié dans les „Verhandelingen van de Koninklijke Akademie der Wetenschappen," je n'avais pas connaissance de cette collection, mais depuis M. le professeur SALVERDA m'informa de son existence et eut l'extrême obligeance, d'obtenir, sur ma demande, de M. le professeur ENSCHEDÉ, Bibliothécaire de l'Université de Groningue, l'autorisation de me l'envoyer pour en prendre notice.

J'ai l'intention de traiter, dans un article séparé, sur l'ensemble de ces peintures et je me borne ici à noter que la collection contient les figures de 440 poissons de Chine dont 31 de Cyprinoïdes.

Quant aux Cyprinoïdes, il est à remarquer, que les figures, bien que d'une exéeution artistique assez partaite, laissent manifestement beaucoup à désirer par rapport à l'exactitude historique. L'artiste n'a fait aucune attention aux caractères des parties de la bouche et des os sousorbitaires, et l'exactitude de l'insertion des nageoires ventrales, de la forme des nageoires en

général, et du nombre des rayons des nageoires, reste sujette à de sérieux doutes. On ne saurait pas non plus avoir pleine confiance dans les nombres des rangées d'écailles, quoiqu'il soit manifeste que l'artiste n'ait point négligé d'exprimer les différences que présente l'écaillure de ses espèces.

Nonobstant ces inexactitudes il me semble qu'en général les figures doivent rendre assez bien les espèces qu'elles ont le but de représenter et en tant que ces espèces ont déjà été introduites positivement dans la science on les y reconnaît sans peine. Or, on sait du reste qu'une assez grande partie des espèces de Cyprinoïdes de Chine ne sont connues jusqu'ici que sur des peintures chinoises conservées aux Musées de Paris et de Londres, et il reste difficile de rapprocher avec certitude plusieurs des dessins de la collection SENN VAN BASEL, des descriptions prises sur ceux qu'ont examinés VALENCIENNES, RICHARDSON et M. GÜNTHER.

Je reconnais positivement parmi les peintures de la Bibliothèque de Groningue, plusieurs variétés et monstruosités du Carpio vulgaris et du Carassius auratus et puis le Leuciscus aethiops Bas., le Hypophthalmichthys nobilis Blkr et le Hemiculter leucisculus Blkr.

Dans d'autres figures je crois retrouver le Leuciscus aeneus Val., le Leuciscus hemistictus Rich. et le Leuciscus fintella Val., mais, même si les rapprochements sont justes, l'histoire de ces espèces n'e pourrait pas en profiter, puisque les figures n'éclaircissent point les doutes par rapport à leurs véritables affinités, les Leuciscus hemistictus et le Leuciscus fintella me paraissant nullement être de vrais Leuciscus.

Deux autres figures vont assez bien aux descriptions du Mrigala chinensis (Cirrhina chinensis Günth.) et du Leuciscus molitorella Val., rapproché des Labeo par M. GÜNTHER et des Gymnostomus dans le Mémoire sur les Cyprinoïdes de Chine. Il paraît que, dans cette dernière figure, le dessinateur ait exagéré la longueur de l'anale, qui montre 17 rayons, et peut-être aussi celle de la dorsale où je compte 19 rayons. L'inexactitude de cette figure est du reste prouvée par l'insertion fort avancée de la ventrale sous la base de la pectorale.

Les figures qui méritent plus spécialement l'attention, comme

indiquant probablement des espèces nouvelles pour la science, ne sont qu'au nombre de quatre. De ces espèces deux paraissent être des Pseudobrama, tandis que les autres appartiennent probablement aux genres Rohita et Chela. Ces espèces se distinguent par les caractères suivants, caractères cependant qui ont besoin d'être vérifiés sur nature. Aussi n'introduis-je les espèces dans la science que provisoirement et en ajoutant les copies des figures chinoises.

Rohita macrochir Blkr, Fig. 1.

Hauteur du corps $3\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête plus longue que haute 3 fois et quelque chose dans la longueur du corps sans la caudale. Barbillons maxillaires plus longs que l'oeil. Environ 33 écailles dans la ligne latérale. Nageoire dorsale de la longueur de la tête à environ 19 rayons. Pectorales atteignant l'anale. Corps nuagé de brunâtre. Une grande tache verte sur l'angle de l'opercule.

Pseudobrama melanotopterus Blkr, Fig. 2.

Hauteur du corps $2\frac{2}{3}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête 4 fois dans cette longueur, plus longue que haute. Profil rostro-nuchal fort concave. Environ 40 écailles dans la ligne latérale. Epine dorsale forte, un peu plus longue que la tête. Couleur du corps uniforme. Moitié supérieure de la dorsale noirâtre. D. 1/9. A. 12.

Pseudobrama hypselosoma Blkr, Fig. 3.

Hauteur du corps environ $2\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête $3\frac{2}{3}$ fois dans cette longueur, plus longue que haute. Profil rostro-nuchal peu concave. Environ 30 écailles dans la ligne laterale. Epine dorsale forte, de la longueur de la tête. Couleur du corps et des nageoires uniforme. Base des écailles de la moitié superieure du corps à tache noirâtre. D. 1/9. A. 12.

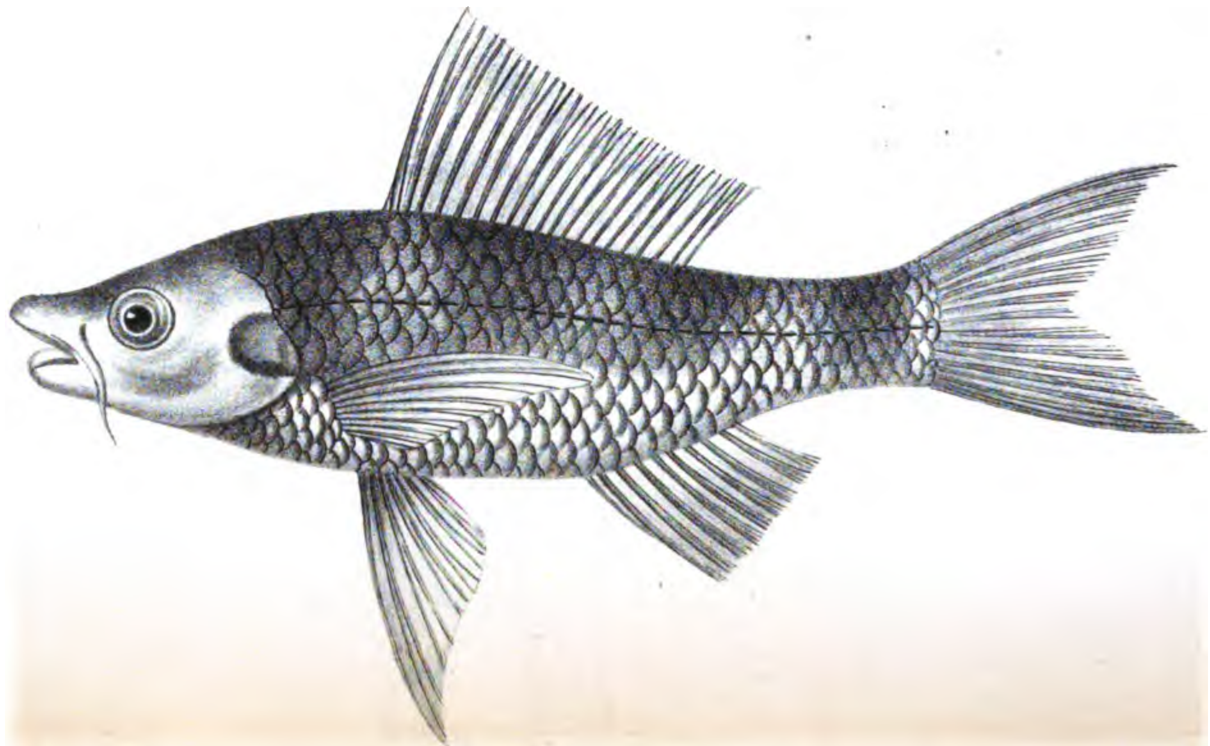
Chela melanopus Blkr, Fig. 4.

Hauteur du corps 4 fois et quelque chose dans sa longueur

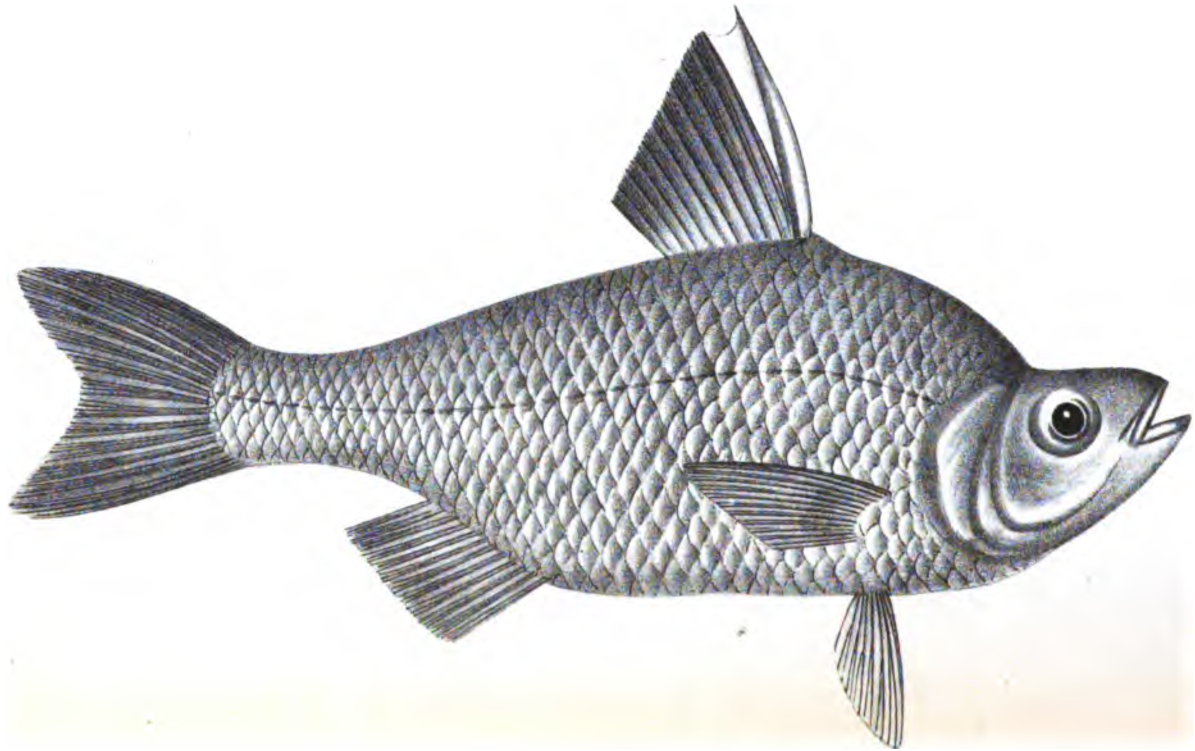
sans la caudale. Tête environ 3⅔ fois dans cette longueur, beaucoup plus longue que haute. Profil ventral plus convexe que le profil dorsal. Yeux supérieurs 6 fois dans la longueur de la tête. Environ 50 écailles dans la ligne latérale. Pectorale plus courte que la tête. Ventrale atteignant l'anale. Anale plus courte que la tête. Dorsale située entièrement ou presqu'entièrement en avant de l'anale. Ligne latérale fortement courbée dans la région postaxillaire. Couleur uniforme. Une grande tache anguleuse et noirâtre à la base de la ventrale. D. 7. A. 13.

Les espèces de Cyprinoïdes figurées dans la collection SENN VAN BASEL se réduisent donc, d'après mes déterminations, à 14, dont les noms systématiques ainsi que ceux notés sur les peintures, vont suivre

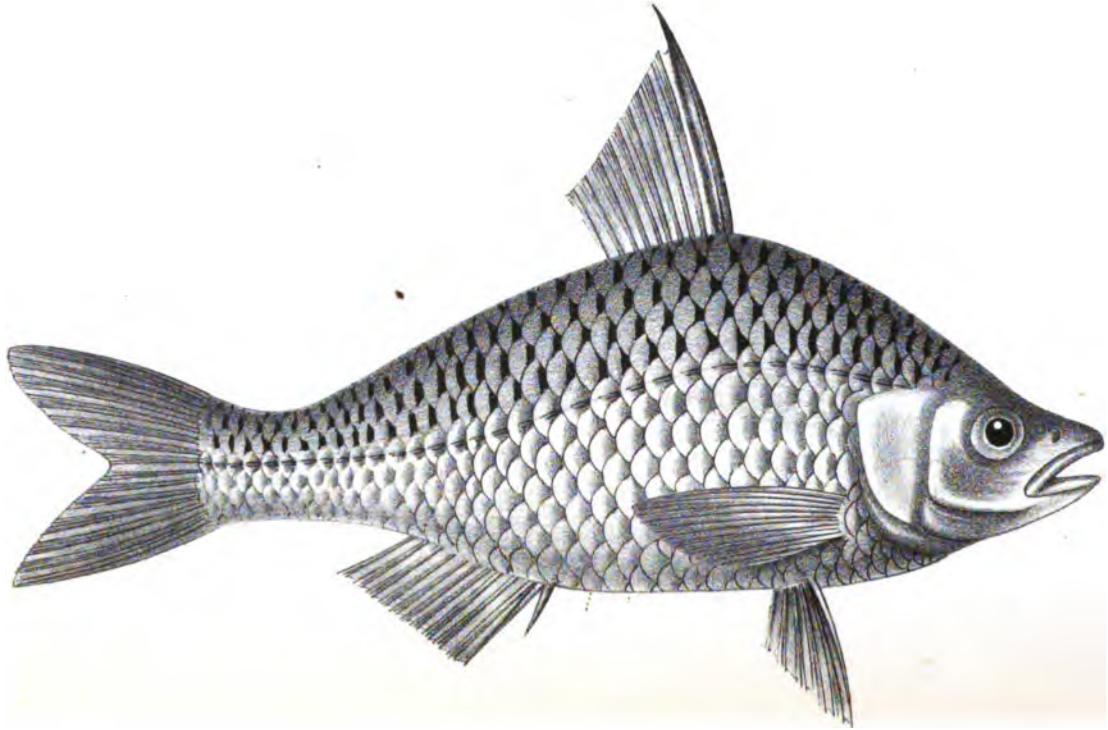
1. Carpio vulgaris Rapp. — 7 figures portant les noms chinois de Ky-li, Hop-pi-sian, Phang-li, Tjong-pi-gu, Thong-gu, Thon-lien-gu et Thong-lien-gu.
2. Carassius auratus Blkr.
    a. 2 figures, Variations dorée et verte — Nom. sin. Tshang-gu et Gu-pa.
    b. 3 figures, Monstr. monopterus diuropterus aureus. — Nom. sin. Tshung-fa-la, Ky-long-tshan et Kam-gu.
    c. 1 figure, Monstr. monopterus diuropterus fuscus. — Nom. sin. Hong-thai.
    d. 1 figure, Monstr. anotopterus diuropterus aureus. — Nom. sin. That-naan-kiem-gu.
    e. 1 figure, Monstr. anotopterus diuropterus argenteus fusco nebulatus. — Nom. sin. Pa-kiem-yu.
3. Rohita macrochir Blkr — Nom. sin. Ka-lu.
4. Mrigala sinensis Blkr = Cirrhina sinensis Günth. — Nom. sin. Wang-bi-lan.
5. Gymnostomus? molitorella Blkr? = Leuciscus molitorella Val.? — Nom. sin. Thoe-lang. — La figure va assez bien à ce que l'on sait du Leuciscus molitorella Val. excepté l'anale laquelle y est représentée allongée et à 17 rayons, mais ce qui n'est peut être qu'une phantasie du dessinateur, qui a placé aussi la ventrale comme dans les poissons thoraciques.



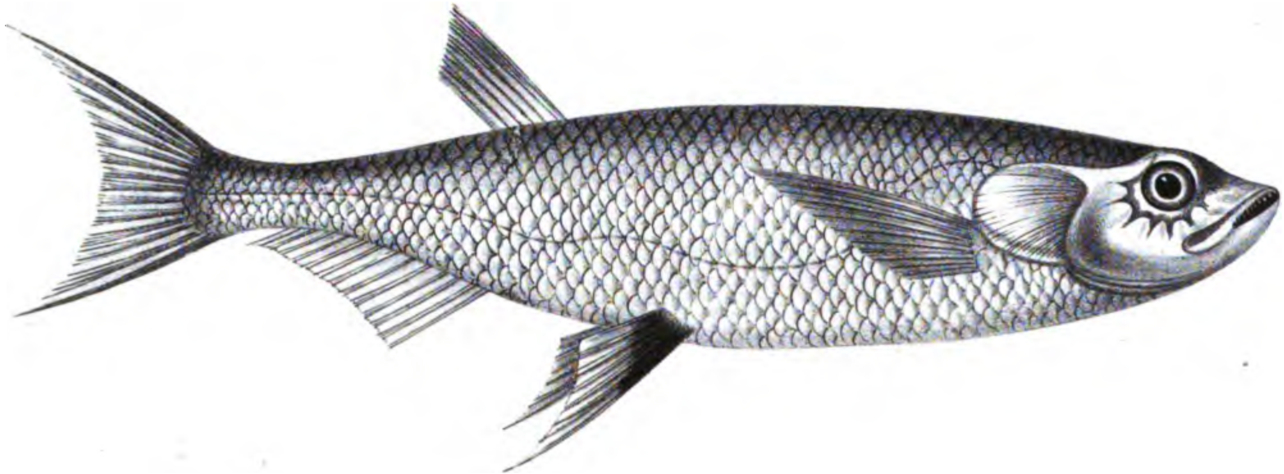
ROHITA MACROCHIR BLKR.



PSEUDOBRAMA MELANOTOPTERUS BLKR



PSEUDOBRAMA HYPSELOSOMA BLKR.



CHELA MELANOPUS BLKR.

Lith Emrik & Binger.

6. Leuciscus aethiops Bas. 4 figures. Nom. sin. Kai-pho, — Kaipho-li, Uun-mu et Hak-nun.
7. " aeneus Val.? 2 figures. — Nom. sin. Tshang-gu et Ta-thien-sa.
8. " hemistictus Rich.? — Nom. sin. Tsang-hu.
9. " fintella Val.? — Nom. sin. Tjoen-gu.
10. Pseudobrama melanotopterus Blkr. — Nom. sin. Au-kien.
11. " hypselosoma Blkr. — Nom. sin. Sai-wa.
12. Hemiculter leucisculus Blkr. — Nom. sin. Lan-thou.
13. Chela melanopus Blkr. — Nom. sin. Tshong-a.
14. Hypophthalmichthys nobilis Blkr = Leuciscus rosetta Val ? — Nom. sin. Ta-poi-loe.

Schéveningue, Juillet 1871.

DE EULERSCHE METHODE

BIJ SOMMIGE LINEAIRE DIFFERENTIAAL-VERGELIJKINGEN,

BEWEZEN DOOR DE

INTEGREERENDE VERGELIJKING.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

1. Bij de theorie der differentiaal-vergelijkingen speelt de integreerende factor, de multiplicator van EULER, een grooten rol, al geeft hij slechts zelden veel hulp bij de oplossing, omdat hij in den regel zoo moeijelijk te vinden is. Het verst nog zijn wij in dit opzicht gevorderd, wanneer het lineaire differentiaal-vergelijkingen geldt, dat is zulke, waarin de afhankelijk veranderlijke en hare onderscheidene differentiaal-quotienten slechts tot de eerste macht opklimmen.

Wanneer we nu bij zulke differentiaal-vergelijking

$$N + P\frac{dy}{dx} + Q\frac{d^2y}{dx^2} + R\frac{d^3y}{dx^3} + S\frac{d^4y}{dx^4} + \ldots = 0, \quad (1)$$

waar derhalve N, P, Q, R, S,... functiën van x alleen voorstellen, φ als integreerenden factor aannemen, dan wordt het produkt van deze vergelijking met φ eene volkomen differentiaal: het moet dus voldoen aan de voorwaarde van integreerbaarheid

$$N\varphi - \frac{d}{dx}(P\varphi) + \frac{d^2}{dx^2}(Q\varphi) - \frac{d^3}{dx^3}(R\varphi) + \frac{d^4}{dx^4}(S\varphi) - \ldots = 0. \quad (2)$$

of, als men hierin de differentialen uitwerkt,

$$\varphi\left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2 Q}{dx^2} - \frac{d^3 R}{dx^3} + \frac{d^4 S}{dx^4} - \ldots\right) -$$

$$- \frac{d\varphi}{dx}\left(P - 2\frac{dx}{dQ} + 3\frac{d^2 R}{dx^2} - 4\frac{d^3 S}{dx^3} + \ldots\right) +$$

$$+ \frac{d^2 \varphi}{dx^2}\left(Q - 3\frac{dR}{dx} + 6\frac{d^2 S}{dx^2} - \ldots\right) - \frac{d^3 \varphi}{dx^3}\left(R - 4\frac{dS}{dx} + \ldots\right) +$$

$$+ \frac{d^4 \varphi}{dx^4}(S - \ldots) - \ldots = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Deze differentiaal-vergelijking ter bepaling van φ noemde AL. MAYER *) de *integreerende vergelijking*; zij is mede eene lineaire en evenzeer van de n^{de} orde als de gegevene differentiaal-vergelijking (1).

Het schijnt dus, dat de moeielijkheid slechts verplaatst is geworden: maar werkelijk is in sommige gevallen de laatste vergelijking (3) gemakkelijker te behandelen: en daarenboven bestaan er soms gewichtige betrekkingen tusschen de integralen y en φ. Theoretisch is dus de vergelijking (3) van gewichtige beteekenis.

2. Zoo is het aan Dr. J. DE JONG †) gelukt, haar te gebruiken tot eene wetenschappelijke afleiding van de integreerende factoren voor de vergelijking (1), en daarop tot het bepalen van de overeenkomstige integralen zelve, in de beide gevallen, dat de coefficienten N, P, Q, R, ... of standvastigen of opklimmende machten van x zijn. EULER had vroeger diezelfde vormen voor de integraal reeds gebruikt, maar had ze geheel langs empirischen weg gevonden.

---

*) *Der integrirende Factor und die particularen Integrale mit besonderer Anwendung auf die linearen Differenzial-Gleichungen;* Prologomena zur Theorie der Integration. Von Dr. ALOYS MAYR, Oeff. ord. Professor der Mathematik und Astronomie an der K. Julius-Maximilians Universität zu Würzburg. Würzburg, JULIUS KELLNER's Buchhandlung. 1868. IV en 140 Seiten. 8°.

†) De integreerende factor en de integreerende vergelijking. Academisch Proefschrift door JOS. DE JONG, Leiden, Akademische Boekhandel van P. ENGELS. 1871. VIII en 101 bladz. 8°.

Deze uitkomst van Dr. DE JONG acht ik van genoegzaam wetenschappelijk belang om het geven van de volgende afleiding te rechtvaardigen; die, wat de eerste vergelijking betreft, eenigzins van de zijne verschilt, en ten opzichte van de tweede differentiaal-vergelijking een geheel anderen weg inslaat.

3. Zij eerst de lineaire differentiaal-vergelijking met standvastige coefficienten

$$Ay+B\frac{dy}{dx}+C\frac{d^2y}{dx^2}+D\frac{d^3y}{d^3x}+...+K\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+L\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}+...+R\frac{d^ny}{dx^n}=0 . (4)$$

Men ziet dadelijk dat de integreerende vergelijking in den vorm (2) uit termen bestaat, waarin een produkt met standvastigen factor moet gedifferentieerd worden; en dat men dus daarvoor verkrijgen zal

$$A\varphi-B\frac{d\varphi}{dx}+C\frac{d^2\varphi}{dx^2}-D\frac{d^3\varphi}{dx^3}+...+K\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}-L\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}+...+(-1)^nR\frac{d^n\varphi}{dx^n}=0 .. (5)$$

Beide differentiaalvergelijkingen (4) en (5) zijn tegelijk integreerbaar, want is voor (4) $y=\chi(x)$, dan wordt voor (5) $\varphi=\chi(-x)$. Zij moeten te zamen bestaan geheel onafhankelijk van de waarden der standvastige coefficienten A, B, C. D, ... K, L, ... R.

Vermenigvuldig derhalve de eerste met φ, en de tweede met y, dan zal het verschil

$$B\left(\varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx}\right)+C\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)+D\left(\varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{d^3\varphi}{dx^3}\right)+...+$$

$$+K\left(\varphi\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-y\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)+L\left(\varphi\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}+y\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}\right)+...+$$

$$+R\left(\varphi\frac{d^ny}{dx^n}-(-1)^n y\frac{d^n\varphi}{dx^n}\right)=0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (6)$$

evenzeer onafhankelijk van die standvastige coefficienten moeten verdwijnen; dat is de tweeledige factoren moeten ieder op zich zelf verdwijnen. Dit geeft de volgende twee stellen van betrekkingen

$$
\left.\begin{aligned}
0 &= \varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx}, \\
0 &= \varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx}\right) - 3 \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\frac{d\varphi}{dx}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^5 y}{dx^5} + y \frac{d^5 \varphi}{dx^5} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{dy}{dx}\frac{d^3 \varphi}{dx^3}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^3 \varphi}{dx^3}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^7 y}{dx^7} + y \frac{d^7 \varphi}{dx^7} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^5 y}{dx^5} + y \frac{d^5 \varphi}{dx^5}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^5 y}{dx^5} + \frac{dy}{dx}\frac{d^5 \varphi}{dx^5}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^5 y}{dx^5} + \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^5 \varphi}{dx^5}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^{2k+1} \varphi}{dx^{2k+1}} + y \frac{d^{2k+1} \varphi}{dx^{2k+1}} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^{2k-1} y}{dx^{2k-1}} + y \frac{d^{2k-1} \varphi}{dx^{2k-1}}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k-1} y}{dx^{2k-1}} + \frac{dy}{dx}\frac{d^{2k-1} \varphi}{dx^{2k-1}}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1} y}{dx^{2k-1}} + \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^{2k-1} \varphi}{dx^{2k-1}}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (7)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
0 &= \varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2}, \\
0 &= \varphi \frac{d^4 y}{dx^4} - y \frac{d^4 \varphi}{dx^4} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2}\right) - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx}\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^6 y}{dx^6} - y \frac{d^6 \varphi}{dx^6} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^4 y}{dx^4} - y \frac{d^4 \varphi}{dx^4}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{dy}{dx}\frac{d^4 \varphi}{dx^4}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^4 \varphi}{dx^4}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^8 y}{dx^8} - y \frac{d^8 \varphi}{dx^8} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^6 y}{dx^6} - y \frac{d^6 \varphi}{dx^6}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^6 y}{dx^6} - \frac{dy}{dx}\frac{d^6 \varphi}{dx^6}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^6 y}{dx^6} - \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^6 \varphi}{dx^6}\right), \\
0 &= \varphi \frac{d^{2k+2} y}{dx^{2k+2}} - y \frac{d^{2k+2} \varphi}{dx^{2k+2}} = \frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi \frac{d^{2k} y}{dx^{2k}} - y \frac{d^{2k} \varphi}{dx^{2k}}\right) - \\
&\quad - 2 \frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k} y}{dx^{2k}} - \frac{dy}{dx}\frac{d^{2k} \varphi}{dx^{2k}}\right) + \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2}\frac{d^{2k} y}{dx^{2k}} - \frac{d^2 y}{dx^2}\frac{d^{2k} \varphi}{dx^{2k}}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (8)
$$

In beide stellen voorwaardensvergelijkingen verdwijnt de eerste term telkens van het laatste lid, omdat hij, wegens de voorgaande vergelijking, nul moet wezen. Bij analogie onderstellen wij, dat de beide overige termen evenzeer ieder op zich zelve nul worden: en wij willen aantoonen, dat die onderstelling voor een der beide stelsels aangenomen zijnde, tevens aan het andere stelsel voldoet; zoodat zij blijkt, eene ware onderstelling te zijn. Zoo geven de stelsels (7) en (8)

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=0\;\ldots\ldots\;(9)$$

en

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}\right)=0=$$

$$=\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}+\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}},$$

of naar (9)

$$=\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0\;\ldots\ldots\ldots\;(10)$$

Evenzoo wordt

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0\;\ldots\ldots\ldots\;(11)$$

en

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)=0=$$

$$=\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}+\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}},$$

of naar (11)

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}=0.\;\ldots\ldots\;(12)$$

Maar onafhankelijk van onze onderstelling moet in de tweede vergelijking van het stelsel (7) de laatste term verdwijnen, dat is:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}\right)=0,\;\ldots\ldots\ldots\;(13^a)$$

of na uitvoering van het integreeren

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}=C_1.\;\ldots\ldots\ldots\ldots\;(13)$$

Als men de differentiatie in (13^a) uitvoert, komt er

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{dy}{dx}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d\varphi}{dx}=0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13^b)$$

Elimineert men nu tusschen (9) en (13^b) de $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$ en $\frac{d^2y}{dx^2}$, zoo komt er de betrekking (12), wanneer men hierin k in $k-1$, dus $2k+1$ in $2k-1$ eerst verandert. Elimineert men evenzoo tusschen (10) en (13^b) de $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$, zoo komt er dadelijk de (11) terug. Men ziet dus, dat met behulp van (13^b), die altijd moet gelden, eene der onderstellingen (9), (10), (11) en (12) tot de drie overige voert, en derhalve tot de oplossing van de beide stelsels (7) en (8) leidt.

Wanneer men nu weder voortgaat, en tusschen de vergelijkingen (9) en (11) de $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$ en $\frac{d^2y}{dx^2}$ elimineert, verkrijgt men

$$\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}:\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}:\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=0,$$

en na integratie

$$l\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+l\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=l\,C_2 \text{ of } \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}.\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=C_2\,;(14)$$

die voor $k=1$ weder tot de reeds gevondene formule (13) terugvoert.

Evenzoo kan men nu tusschen de vergelijkingen (10) en (12) de grootheden $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$ elimineeren: dit geeft ons

$$\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}:\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}:\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0,$$

of wederom na integratie

$$l\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+l\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=l\,C_3 \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}.\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=C_3\,;\ .\ (15)$$

eene belangrijke uitkomst, omdat zij leert, dat de vorige (14) ook even goed voor evene indices geldt, en men dus algemeen heeft

$$\frac{d^k y}{dx^k} \cdot \frac{d^k \varphi}{dx^k} = C_4 \, . \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Dat deze laatste voor $k = 1$ geldt, zagen we reeds in de formule (13), die langs geheel anderen weg werd afgeleid; maar de uitkomst (16) geldt evenzeer nog voor $k = 0$, dat is men heeft

$$y \cdot \varphi = C_5 \; ; \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

want dit blijkt uit de behandeling van de eerste vergelijking van het stelsel (7). Deze toch geeft

$$0 = \varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} = \frac{d}{dx} \cdot \varphi y \, ,$$

waaruit door integratie de vergelijking (17) volgt.

4. De vergelijking (17), die een eenvoudig verband aangeeft tusschen de integralen en de integreerende factoren der lineaire differentiaalvergelijkingen met standvastige coefficienten (4), is van veel belang. Hier zij daaromtrent naar de aangehaalde dissertatie verwezen: terwijl wij nu tot de eigenlijke integratie zelve moeten overgaan.

Die vergelijking geeft ons

$$\varphi = \frac{C_5}{y}, \text{ dus } \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{C_5}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} \, ;$$

en daarmede wordt (13)

$$-\frac{C_5}{y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = C, \text{ dus } \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \sqrt{-\frac{C_1}{C_5}} \, ;$$

waaruit door integratie volgt, als men kortheidshalve $\sqrt{-\frac{C_1}{C_5}} = \alpha$ stelt,

$$l\frac{y}{C_6} = \alpha x, \text{ dus } y = C_6 e^{\alpha x} ; \qquad \ldots\ldots \quad (18)$$

en daarna uit (17)

$$\varphi = C_7 \, e^{-\alpha x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Dit is de oude uitkomst van EULER. Men kan haar uit het vorige nog op de volgende wijze afleiden.

De vergelijking (14) geeft

$$\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}} = C_2 : \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}},$$

en nu door differentieeren

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = -C_2 \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} : \left(\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}\right)^2.$$

Substitueert men dit in (15), zoo komt er

$$\left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2 : \left(\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}\right)^2 = -\frac{C_3}{C_2} \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} : \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}} = \beta,$$

kortheidshalve dus na integratie

$$l\frac{1}{C_8}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = \beta x, \text{ of } \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = C_8\, e^{\beta x} \;.\;.\;.\; (20)$$

Evenzoo zoude (15) gegeven hebben

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = C_3 : \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}};$$

differentieert men dit, zoo komt er

$$\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}} = -C_3 \frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}} : \left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2.$$

Verandert men in (14) k in $k+1$, dat is $2k-1$ in $2k+1$, en substitueert men de uitkomst in de vorige, zoo verkrijgt men

$$\left(\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}\right)^2 : \left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2 = -\frac{C_2}{C_3} \text{ of } \frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}} : \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}} = \gamma,$$

kortheidshalve, waaruit door integratie volgt

$$l\frac{1}{C_9}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = \gamma x, \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = C_9\, e^{\gamma x} \;.\;.\;.\;.\;.\; (21)$$

Vergelijkt men de uitkomsten (20) en (21) overeenkomstig met de voorwaardensvergelijkingen (14) en (15), zoo blijkt het, dat

$$\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}} = C_{10}\, e^{-\beta x}, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (22)$$

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = C_{11}\, e^{-\gamma x} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (23)$$

Even als boven, ziet men ook hier, dat in de beide formulenparen (20) en (21), (22) en (23) het onderscheid tusschen evene en onevene waarden van k verdwenen is. Integreert men nu deze uitkomsten, dan komen er wel de formulen (18) en (19) terug, maar nu vermeerderd met complementaire functiën van denzelfden graad als de orde van de differentiaalvergelijking. Het blijkt echter dadelijk uit het vergelijken met de voorwaarde (16), waaraan alle opeenvolgende differentiaalquotienten moeten voldoen, dat in het algemeen alle willekeurige coefficienten in die complementaire functiën moeten verdwijnen en daarmede die complementaire functiën zelve.

Ten aanzien van het geval van uitzondering bij de EULER'sche methode, indien de hoogere machtsvergelijking, die de waarde van de α in (18) moet leveren, gelijke bestaanbare of complexe wortels heeft, kan men hier ook naar de voornoemde dissertatie verwijzen; men zal aldaar zien, hoe het opeenvolgend gebruiken der verschillende integreerende factoren om de orde van de differentiaalvergelijking te verlagen, als van zelf dien eigenaardigen vorm der overeenkomstige bijzondere integralen levert, wier afleiding door de EULER'sche methode, minstens gezegd, niet boven alle bedenking verheven is. Het zijn juist deze en dergelijke bijzonderheden, die juist aan de methode van de integreerende vergelijking, als men ze zoo noemen wil, zulk eigenaardig belang bijzetten.

5. Laat ons nu overgaan tot de lineaire differentiaalvergelijkingen met coefficienten, die opeenvolgende machten van x bevatten.

$$Ay + Bx\frac{dy}{dx} + Cx^2\frac{d^2y}{dx^2} + Dx^3\frac{d^3y}{dx^3} + Ex^4\frac{d^4y}{dx^4} +$$

$$+ Fx^5\frac{d^5y}{dx^5} + Gx^6\frac{d^6y}{dx^6} + \ldots = 0 \quad . \; . \; . \; . \quad (24)$$

Vergelijkt men deze met de vergelijking (1), dan wordt voor vergelijking (3)

$$N = \varphi A;$$

$$P = \varphi Bx, \quad \text{dus} \quad \frac{dP}{dx} = B\varphi + Bx\frac{d\varphi}{dx};$$

$$Q = \varphi Cx^2, \quad \text{dus} \quad \frac{d^2Q}{dx^2} =$$

$$= C\varphi.2 \quad + 2C\frac{d\varphi}{dx}2x \quad + \quad C\frac{d^2\varphi}{dx^2}x^2;$$

$$R = \varphi Dx^3, \quad \text{dus} \quad \frac{d^3R}{dx^3} =$$

$$= D\varphi.3.2 \quad + 3D\frac{d\varphi}{dx}3.2x \quad + \quad 3D\frac{d^2\varphi}{dx^2}3x^2 +$$

$$+ \quad D\frac{d^3\varphi}{dx^3}x^3;$$

$$S = \varphi Ex^4, \quad \text{dus} \quad \frac{d^4S}{dx^4} =$$

$$= E\varphi.4.3.2 \quad + 4E\frac{d\varphi}{dx}4.3.2x \quad + \quad 6E\frac{d^2\varphi}{dx^2}4.3x^2 +$$

$$+ \quad 4E\frac{d^3\varphi}{dx^3}4x^3 \quad + \quad E\frac{d^4\varphi}{dx^4}x^4;$$

$$T = \varphi Fx^5, \quad \text{dus} \quad \frac{d^5T}{dx^5} =$$

$$= F\varphi.5.4.3.2 + 5F\frac{d\varphi}{dx}5.4.3.2x + 10F\frac{d^2\varphi}{dx^2}5.4.3x^2 +$$

$$+ 10F\frac{d^3\varphi}{dx^3}5.4x^3 + 5F\frac{d^4\varphi}{dx^4}5x^4 + F\frac{d^5\varphi}{dx^5}x^5;$$

$$U = \varphi Gx^6, \quad \text{dus} \quad \frac{d^6U}{dx^6} =$$

$$= G\varphi.6.5.4.3.2 + 6G\frac{d\varphi}{dx}6\,5.4.3.2x + 15G\frac{d^2\varphi}{dx^2}6.5.4.3x^2 +$$

$$+ 20G\frac{d^3\varphi}{dx^3}6.5.4x^3 + 15G\frac{d^4\varphi}{dx^4}6.5x^4 + 6G\frac{d^5\varphi}{dx^5}6x^5 + G\frac{d^6\varphi}{dx}x^6;$$

zoodat men voor de integreerende vergelijking verkrijgt

$$0 = \varphi\left[A - 1^2B + 2.1^2C - 2.3.\ 1^2D + 2.3.4.\ 1^2E - \right.$$
$$\left. - 2.3.4.5.1^2F + 2.3.4.5.6.1^2G - \ldots\right] -$$
$$- x\frac{d\varphi}{dx}\left[B - 2^2C + 2.3^2D - 2.3.\ 4^2E + 2\ 3.4.\ 5^2F - \right.$$
$$\left. - 2.3.4.5.\ 6^2G + \ldots\right] +$$
$$+ x^2\frac{d^2\varphi}{dx^2}\left[C - 3^2D + 2.6^2E - 2.3.10^2F + 2.3.4.15^2G - \ldots\right] -$$
$$- x^3\frac{d^3\varphi}{dx^3}\left[D - 4^2E + 2.10^2F - 2.3.20^2G + \ldots\right] +$$
$$+ x^4\frac{d^4\varphi}{dx^4}\left[E - 5^2F + 2.15^2G - \ldots\right] -$$
$$- x^5\frac{d^5\varphi}{dx^5}\left[F - 6^2G + \ldots\right] +$$
$$+ x^6\frac{d^6\varphi}{dx^6}\left[G - \ldots\right] \quad - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Op denzelfden grond als in het begin van N°. 3, kan men ook hier beweren, dat de beide differentiaal-vergelijkingen (24) en (25) tegelijk zullen moeten bestaan, geheel onafhankelijk van de standvastige grootheden A, B, C, ... Ook hier zal men best doen om de eerste met φ, de tweede met y te vermenigvuldigen; bij het aftrekken dier produkten valt dan, evenzeer als boven, de grootheid A weg, en er blijft over

$$0 = \varphi y\left[1^2B - 2.1^2C + 2.3.1^2D - 2.3.4.1^2E + \right.$$
$$\left. + 2.3.4.5.1^2F - 2.3.4.5.6.1^2G + \ldots\right] +$$
$$+ x\left[B\varphi\frac{dy}{dx} + \frac{d\varphi}{dx}yB - y\frac{d\varphi}{dx}\left\{2^2C - 2.\ 3^2D + 2.3.4^2E - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 2.3.4.5^2F + 2.3.4\ 5.\ 6^2G - \ldots\right\}\right] +$$
$$+ x^2\left[C\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{d^2\varphi}{dx^2}yC + y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\left\{3^2D - 2.\ 6^2E + 2.3.10^2F - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 2.3.4.15^2G + \ldots\right\}\right] +$$
$$+ x^3\left[D\varphi\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^3\varphi}{dx^3}yD - y\frac{d^3\varphi}{dx^3}\left\{4^2E - 2.10^2F + 2.3.20^2G - \ldots\right\}\right] +$$

$$+x^4\left[E\varphi\frac{d^4y}{dx^4}-\frac{d^4\varphi}{dx^4}yE+y\frac{d^4\varphi}{dx^4}\{5^2F-2.15^2G+\ldots\}\right]+$$

$$+x^5\left[F\varphi\frac{d^5y}{dx^5}-\frac{d^5\varphi}{dx^5}yF-y\frac{d^5\varphi}{dx^5}\{6^2G-\ldots\}\right]+$$

$$+x^6\left[G\ \frac{d^6y}{dx^6}-\frac{d^6\varphi}{dx^6}yG+\ldots\right]+\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

En nu behoort men hierin alle factoren van de coefficiënten B, C, D,... afzonderlijk gelijk aan nul te stellen: op die wijze komen er de volgende voorwaardens-vergelijkingen.

$$\left.\begin{aligned}
0&=\varphi y+x\left(\varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx}\right),\\
0&=-\varphi y.2-xy\frac{d\varphi}{dx}2^2+x^2\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right),\\
0&=\varphi y.2.3+xy\frac{d\varphi}{dx}2.3^2+x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}3^2+x^3\left(\varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{dx^3}{dx^3}\right),\\
0&=-\varphi y.2.3.4-xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4^2-x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}2.6^2-x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}4^2+\\
&\qquad+x^4\left(\varphi\frac{d^4y}{dx^4}-y\frac{d^4\varphi}{dx^4}\right),\\
0&=\varphi y.2.3.4.5+xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4.5^2+x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}2.3.10^2+x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}2.10^2+\\
&\qquad+x^4y\frac{d^4\varphi}{dx^4}5^2+x^5\left(\frac{d^5y}{dx^5}+y\frac{d^5\varphi}{dx^5}\right),\\
0&=-\varphi y.2.3.4.5.6-xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4.5.6^2-x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}2.3.4.15^2-\\
&\qquad-x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}2.3.20^2-x^4y\frac{d^4\varphi}{dx^4}2.15^2-x^5y\frac{d^5\varphi}{dx^5}6^2+\\
&\qquad+x^6\left(\varphi\frac{d^6y}{dx^6}-y\frac{d^6\varphi}{dx^6}\right);
\end{aligned}\right\}(27)$$

en derhalve in het algemeen

$$
\left.\begin{aligned}
0 = \varphi y . 1^{n/1} + xy\frac{d\varphi}{dx} 1^{n-1/1}\binom{n}{1}^2 + x^2 y\frac{d^2\varphi}{dx^2} 1^{n-2/1}\binom{n}{2}^2 + \\
+ x^3 y\frac{d^3\varphi}{dx^3} 1^{n-3/1}\binom{n}{3}^2 + \ldots + x^k y\frac{d^k\varphi}{dx^k} 1^{n-k/1}\binom{n}{k}^2 + \ldots \\
+ x^{n-1} y\frac{d^{n-1}\varphi}{dx^{n-1}}\binom{n}{1}^2 + x^n\left(y\frac{d^n\varphi}{dx^n} + (-1)^{n-1}\varphi\frac{d^n y}{dx^n}\right).
\end{aligned}\right\}(27)
$$

Tot het oplossen van dit stel vergelijkingen, die tamelijk zamengesteld worden, slaan wij een anderen weg in dan in N°. 3.

Zoodra men de eerste vergelijking nader beschouwt, ziet men, dat zij ook aldus kan geschreven worden $0 = \frac{d}{dx} \cdot (\varphi\, x\, y)$, waaruit door integratie volgt

$$\varphi\, x\, y = C_1 , \ldots \qquad \ldots \ldots \quad (28)$$

eene zeer belangrijke betrekking, overeenkomende met de vorige (17) die in N°. 3 gevonden werd. Wij hebben nu slechts aan te toonen, dat deze (28) aan het geheele stel (27) voldoet

Daartoe telle men het dubbel der eerste vergelijking uit het stelsel (27) bij de tweede; waardoor men heeft

$$2\,\varphi x\frac{dy}{dx} - 2\,xy\frac{d\varphi}{dx} + x^2\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) = 0.$$

Na deeling door x, kan men deze vergelijking in den volgenden vorm schrijven

$$\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) : \left(\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx}\right) = -\frac{2}{x}.$$

Daar nu de teller van de breuk in het eerste lid juist de differentiaal is van haar noemer, zal de integratie hier geven

$$l\left(\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx}\right) = -2\,l\,x + l\,C_2$$

of

$$\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Indien men deze schrijft

$$\varphi\, x\frac{dy}{dx} - x\, y\frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x},$$

en dan de som en het verschil neemt met de eerste der vergelijkingen (27), zoo vindt men

$$\varphi y + 2 \varphi x \frac{dy}{dx} = \frac{C_2}{x}, \text{ dus } y + 2 x \frac{dy}{dx} = \frac{C_2}{\varphi x} = \frac{C_2 y}{C_1},$$

$$-\varphi y - 2 x y \frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x}, \text{ dus } \varphi + 2 x \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{C_2}{xy} = -\frac{C_2 \varphi}{C_1}.$$

Hiervoor kan men schrijven

$$\frac{2\,dy}{y} = \left(\frac{C_2}{C_1} - 1\right)\frac{dx}{x} \text{ en } -\frac{2\,d\varphi}{\varphi} = \left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right)\frac{dx}{x};$$

en nu volgt door integratie

$$y^2 = C_3\, x^{\frac{C_2}{C_1} - 1}, \dots\dots\dots\dots (30)$$

$$\varphi^{\frac{1}{2}} = C_4\, x^{-\frac{C_2}{C_1} + 1} \dots\dots\dots (31)$$

Hieruit volgt door deeling

$$\varphi^2 y^2 = \frac{C_3}{C_4} \frac{1}{x^2} \text{ of } \varphi^2 x^2 y^2 = \frac{C_3}{C_4};$$

die met (28) zamenvalt, en dus aantoont, dat ook de tweede vergelijking van het stelsel (27) door die (28) wordt bevredigd.

Verder geeft de vermenigvuldiging van (30) en (31)

$$\frac{y^2}{\varphi^2} = C_3 C_4 x^{2 \frac{C_2}{C_1}} \text{ of } \frac{y}{\varphi} = x^{\frac{C_2}{C_1}} \sqrt{C_3 C_4} = C_5\, x^{\frac{C_2}{C_1}} \dots (32)$$

6. En nu zijn wij in staat, om overtegaan tot het integreeren der beide differentiaal-vergelijkingen (24) en (25).

Kortheidshalve stelle men $\frac{C_2}{C_1} = -(2\alpha + 1)$; dan geven de vergelijkingen (30) en (31)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{C_4}} x^{\alpha} = C_6\, x^{\alpha}, \dots\dots\dots (33)$$

en

$$y = \sqrt{C_3}\, x^{-\alpha - 1} = C_7\, x^{-\alpha - 1} \dots\dots (34)$$

Ook aldus kan men tot deze uitkomst geraken. De eerste der vergelijkingen (27) geeft, als men naderhand differentiëert,

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\varphi y}{x} + \varphi\frac{dy}{dx} + x\frac{d\varphi}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\cdot\frac{\varphi y}{x} + \left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2} + y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) + 2\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}.$$

Bedenkt men hierbij, dat naar (28)

$$\frac{d}{dx}\frac{x}{\varphi y} = \frac{d}{dx}\frac{C_1}{x^2} = \frac{-2C_1}{x^3} = \frac{-2\varphi y}{x^2}$$

is; vermenigvuldigt men nu met x^2, en trekt men dan de tweede der vergelijkingen (27) daarvan af; zoo verkrijgt men ten slotte

$$x^2\frac{d}{dx}\left(\frac{\varphi y}{x} + \varphi\frac{dy}{dx} + x\frac{d\varphi}{dx}\right) = 2x^2\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx} + 4xy\frac{d\varphi}{dx} + 2x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$

Omdat de grootheid, die in het eerste lid gedifferentiëerd moet worden, nul is naar de eerste vergelijking (27), verdwijnt dit eerste lid geheel.

Deelt men dan door $2x^2y\frac{d\varphi}{dx}$, zoo komt er

$$\frac{\frac{dy}{dx}}{y} + \frac{2}{x} + \frac{\frac{d^2\varphi}{dx^2}}{\frac{d\varphi}{dx}} = 0;$$

waaruit, als men integreert,

$$ly + 2lx + l\frac{d\varphi}{dx} = lC_8,$$

of

$$x^2y\frac{d\varphi}{dx} = C_8, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

eene nieuwe betrekking van dergelijke beteekenis als de vorige (28).

Deelt men deze op de laatste uitkomst, zoo geeft het quotient

$$\frac{d\varphi}{dx} : \varphi = \frac{C_8}{C_1}\frac{1}{x};$$

dat is na integratie

$$l\varphi = \frac{C_8}{C_1}lx + lC_9;$$

waardoor men weder tot de vergelijking (33) wordt gevoerd: en daaruit verder tot (34), als men bedenkt dat $y = \frac{C_1}{\varphi x}$ is.

7. Men heeft evenwel tot nog toe slechts aangetoond, dat de vergelijking (28), die uit de eerste der vergelijkingen (27) werd afgeleid, ook aan de tweede dier vergelijkingen (27) voldoet; en vervolgens, dat zij voert tot de uitkomsten (33) en (34). Men moet echter nog bewijzen, dat die vergelijking (28), of wat nu hetzelfde is, de beide vergelijkingen (33) en (34), voldoen aan den algemeenen vorm der vergelijkingen (27), die als laatste vergelijking (27^a) aldaar voorkomt. Voor dit betoog kan men gerust de standvastigen in de formulen (33) en (34) verwaarloozen, daar die toch door deeling naderhand zouden wegvallen, omdat iedere term tot coefficiënt krijgt het product $C_6\, C_7$. En dan worden de algemeene hoogere differentiaal quotienten van φ en y naar (33) en (34)

$$\frac{d^l\varphi}{dx^l} = \alpha^{l/-1}\, x^{\alpha-l}, \quad \frac{d^ly}{dx^l} = (\alpha+1)^{l/1}\,(-1)^l\, x^{-\alpha-l-1};$$

waaruit verder volgt

$$y\,\frac{d^l\varphi}{dx^l} = \alpha^{l/-1}\, x^{-l-1}, \quad \varphi\,\frac{d^ly}{dx^l} = (-1)^l\,(\alpha+1)^{l/-1}\, x^{-l-1}.$$

Wanneer men nu deze uitkomsten substitueert in de laatste algemeene vergelijking uit het stel (27), na die met x vermenigvuldigd te hebben, zal men achtereenvolgens voor iederen term den factor, die van x, y en φ afhangt, gelijk aan de eenheid verkrijgen. De eerste term toch wordt $\varphi\, x\, y$, en deze is nu naar (33) en (34) gelijk aan één; vervolgens heeft de algemeene term tot factor

$$x^{k+1}\, y\,\frac{d^k\varphi}{dx^k} = x^{k+1}\cdot \alpha^{k/-1}\, x^{-k-1} = \alpha^{k/-1},$$

die niet meer van x, y of φ afhangt. Langs dien weg verkrijgt men dus

$$\varphi\, x\, y\,.\, 1^{n/1} + x^2 y\,\frac{d\varphi}{dx}\, 1^{n-1/1}\binom{n}{1}^2 + x^3 y\,\frac{d^2\varphi}{dx^2}\, 1^{n-2/1}\binom{n}{2}^2 +$$
$$+ x^4 y\,\frac{d^3\varphi}{dx^3}\, 1^{n-3/1}\binom{n}{3}^2 + \ldots$$

$$+ x^{k+1} y \frac{d^k\varphi}{dx^k} 1^{n-k/1} \binom{n}{k}^2 + \ldots + x^n y \frac{d^{n-1}\varphi}{dx^{n-1}} \binom{n}{1}^2 +$$

$$+ x^{n+1} \left(y \frac{d^n\varphi}{dx^n} + (-1)^{n-1} \psi \frac{d^n y}{dx^n} \right)$$

$$= 1^{n/1} + \alpha . 1^{n-1/1} \binom{n}{1}^2 + \alpha(\alpha-1)\, 1^{n-2/1} \binom{n}{2}^2 +$$

$$+ \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\, 1^{n-3/1} \binom{n}{3}^2 + \ldots + \alpha^{k/-1}\, 1^{n-k/1} \binom{n}{k}^2 + \ldots$$

$$+ \alpha^{n-1/-1} \binom{n}{1}^2 + \left\{ \alpha^{n/-1} - (\alpha+1)^{n/1} \right\}$$

$$= 1^{n/1} \Big[1 + \frac{\alpha}{n} \binom{n}{1}^2 + \frac{\alpha.\alpha-1}{n.n-1} \binom{n}{2}^2 + \frac{\alpha.\alpha-1.\alpha-2}{n.n-1.n-2} \binom{n}{3}^2 + \ldots$$

$$+ \frac{\alpha^{k/-1}}{n^{k/-1}} \binom{n}{k}^2 + \ldots + \frac{\alpha^{n-1/-1}}{n^{n-1/-1}} \binom{n}{1}^2 + \frac{\alpha^{n/-1}}{n^{n/-1}} - \frac{(\alpha+1)^{n/1}}{n^{n/1}} \Big]$$

$$= 1^{n/1} \Big[1 + \frac{\alpha}{1} \binom{n}{1} + \frac{\alpha.\alpha-1}{1.\ 2} \binom{n}{2} + \frac{\alpha.\alpha-1.\alpha-2}{1.\ 2.\ 3} \binom{n}{3} + \ldots$$

$$+ \frac{\alpha^{k/-1}}{1^{k/1}} \binom{n}{k} + \ldots + \frac{\alpha^{n-1/-1}}{1^{n-1/1}} \binom{n}{1} + \frac{\alpha^{n/-1}}{n^{n-/1}} - \frac{(\alpha+1)^{n/-1}}{1^{n/1}} \Big]$$

$$= 1^{n/1} \Big[1 + \binom{\alpha}{1}\binom{n}{1} + \binom{\alpha}{2}\binom{n}{2} + \binom{\alpha}{3}\binom{n}{3} + \ldots + \binom{\alpha}{k}\binom{n}{k} + \ldots$$

$$+ \binom{\alpha}{n-1}\binom{n}{n-1} + \binom{\alpha}{n}\binom{n}{n} - \binom{\alpha+n}{n} \Big].$$

De laatste term van de reeks tusschen de haakjes heeft, volgens de theorie der binomiaalcoefficiënten, juist de voorafgaande reeks tot waarde: de geheele grootheid tusschen de haakjes verdwijnt dus. En daarmede wordt bewezen, dat aan die laatste vergelijking van het stelsel (27) voldaan wordt: omdat deze de algemeene vorm is, geldt zulks dus evenzeer van alle vergelijkingen van dat stelsel. Dat is de betrekking (28) met de daaruit afgeleide integralen (33) en (34) voldoen aan het geheele stelsel (27); zij geven dus werkelijk de integralen van de differentiaalvergelijkingen (24) en (25).

8. Even als in N°. 4 zullen wij hier onze beschouwingen niet verder voortzetten. Daartoe behoort vooreerst het opmaken der hoogere machtsvergelijking, die de verschillende waarden voor α moet opleveren voor de integralen en de integreerende factoren, zoo als zij in de vergelijkingen (33) en (34) worden gevonden. Vervolgens het onderzoek der uitkomsten, die men verkrijgt voor het geval, dat twee of meer dier wortels α van de genoemde hoogere machtsvergelijking, onderling gelijk worden. Ook hier kan men volstaan met naar de vermelde dissertatie te verwijzen.

OVER

DE ENERGIE EENER ELECTRISCHE LADING.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

Aangeboden in de gewone Vergadering van 25 November 1871.

De potentiele energie eener electrische lading wordt, zooals bekend is, bepaald door de uitdrukking

$$W = \frac{1}{2}\int V\,dq \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

waarbij dq een element der electrische massa, V de potentiaal dier massa is.

Voor een geleider, waarop electriciteit zich in evenwigt bevindt, gaat deze uitdrukking over in

$$W = \frac{1}{2}\int V\,\varrho\,ds = \frac{1}{2}\,V\int \varrho\,ds = \frac{1}{2}\,VQ \quad \ldots \quad (2)$$

Q de aanwezige electrische hoeveelheid zijnde.

Wij willen thans de energie der lading over eene oppervlakte voor verschillende gevallen nader beschouwen en daarbij nagaan hoe zij gewijzigd wordt, wanneer het oppervlak van grootte verandert.

In verband met dit onderzoek is het van belang er op te wijzen, dat W, die het electrisch arbeidsvermogen aangeeft, voor het geval (2) ook terstond wordt afgeleid uit den door de electrische krachten verrigten arbeid, wanneer de geleider vergroot wordt, zoodat hij een verwijderd niveauvlak, $V = C$ der primitieve lading tot buitenvlak bekomt. Dan toch zal, daar op de eenheid van electriciteit aan de oppervlakte eene kracht

$$F = 2\,\pi\,\varrho$$

werkt, de verrigte arbeid als de hoeveelheid $\varrho\, ds$ naar het nieuwe oppervlak gevoerd wordt, zoo dn een element der normale trajectore der evenwigtsoppervlakken is, gelijk zijn aan:

$$\varrho\, ds \int F\, dn = 2\, \pi\, \varrho\, ds \int \varrho\, dn$$

$$= -\frac{1}{2}\, \varrho\, ds \int \frac{dV}{dn}\, dn = \frac{1}{2}\, (V-C)\, \varrho\, ds;$$

dus voor de geheele lading

$$\frac{1}{2}\, (V-C)\, Q.$$

Vallen de grenzen van het nieuwe oppervlak in het oneindige, zoo is $C = 0$, en voor den totaal verrigten arbeid, die gelijk het aanvankelijk aanwezige arbeidsvermogen is, volgt

$$W = \frac{1}{2}\, V\, Q$$

als boven.

Het blijkt dus dat, zoo Q dezelfde blijft, het beschikbare arbeidsvermogen afneemt als het oppervlak grooter wordt. Hoe nu in dit en andere gevallen de totale energie en die voor de eenheid van oppervlakte verandert, blijkt bij toepassing op evenwigtsoppervlakken niet, daar omtrent de grootte dier oppervlakken in betrekking tot de corresponderende potentiaal geen verband is aan te wijzen.

Wij zullen daartoe steeds het geval beschouwen dat de geleider bij vergrooting gelijkvormig aan zich zelf blijft en eens en vooral aannemen, dat na de verandering de lineaire afmetingen van den geleider λ maal grooter zijn geworden.

Beschouwen wij dan achtereenvolgens wat gebeurt:

1e *Als de hoeveelheid* Q *dezelfde blijft.*

$$\int \varrho'\, ds' = \int \varrho\, ds,$$

daar

$$ds' = \lambda^2\, ds$$

1e als de geleider met den grond verbonden is, daar dan $U + V = 0$,

2e als de geleider geïsoleerd, doch aanvankelijk neutraal was; dan toch $Q = 0$.

In deze, de meest voorkomende gevallen, gaat W over in

$$W = \omega + \frac{1}{2}\int V \varrho\, ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

daar V en ϱ tegengesteld teeken hebben is $W < \omega$; stellen wij

$$\frac{1}{2}\int V \varrho\, ds = -p,$$

zoo wordt

$$W = \omega - p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Door influentie wordt de totale energie (aanvankelijk ω) verminderd, wat te verwachten was, daar uitwendigen arbeid verrigt moet worden om den geïnfluenceerden conductor te verwijderen.

Daar bij influentie de vaste massa niet veranderd wordt en dus hare energie ω dezelfde is gebleven, stelt $-p$ de energie der lading op den niet geïsoleerden conductor, onder invloed der electrische massa voor. Deze energie is *negatief*. Er is arbeid noodig om den geïnfluenceerden conductor in den normalen, niet electrischen toestand te brengen.

Zoo de geleider een bol is met den straal R, wiens middenpunt op een afstand a van de vaste massa, waarin de hoeveelheid q, verwijderd is, vindt men

$$W = \omega - \frac{q^2 R}{2(a^2 - R^2)} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

Wanneer de conductor vergroot wordt zal zoowel de met den afstand veranderde influentie als de veranderde oppervlakte tot de wijziging van W bijdragen.

Om den invloed der vergrooting zuiver na te gaan kan men een afgeleid bolopppervlak beschouwen, in welks middenpunt eene kleine electrische massa q; de op den bol geïnfluenceerde electriciteit is dan $= -q$, derhalve wordt de totale energie

$$W = \omega - \frac{q^2}{2R}; \text{ (R straal des bols);}$$

wordt de oppervlakte kleiner zoo zal de *totale* energie *afnemen* en omgekeerd, wat hier te voorzien was.

De energie der gebondene electriciteit per eenheid van oppervlakte wordt dan

$$k = -\frac{q^2}{8\,R^3\pi}$$

terwijl

$$k' = \frac{1}{\lambda^3}\,k.$$

De verandering is dus in dit speciaal geval dezelfde als bij gewone verdeeling gevonden werd; toen was echter de energie positief.

Bij influentie van geleiders op elkander wordt (5)

$$W = \frac{1}{2}\int V\varrho\,ds + \frac{1}{2}\int V\varrho'\,ds' + \frac{1}{2}\int U\varrho\,ds + \frac{1}{2}\int U\varrho'\,ds' \;.. \;(10)$$

Hier is weder

$$\int V\varrho'\,ds' = \int U\varrho\,ds$$

dus

$$W = \frac{1}{2}\int V\varrho\,ds + \int V\varrho'\,ds' + \frac{1}{2}\int U\varrho'\,ds' \;.\;. \;(11)$$

De 1e en 3e integralen geven de energie van de ladingen op den 1en en 2en geleider; de 2e integraal geeft de energie der beide ladingen, voor zoo ver dit hunne werkingen op elkander betreft; deze is niet voor scheiding vatbaar, d. w. z. er laat zich niet aangeven welk aandeel elk der oppervlakken daarvan toekomt. (11) geeft dan de energie van het geheele stelsel. Zoo de tweede geleider met den grond verbonden is geeft (10)

$$W = \frac{1}{2}\int (V + U)\,\varrho\,ds$$

$$= \frac{1}{2}(V + U)\,Q \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (12)$$

daar U en V tegengestelde teekens hebben, wordt de totale energie door den tweeden geleider verminderd.

Die vermindering laat zich voor twee bollen terstond aangeven: zij R hun staal, Q de lading van den eersten bol, de tweede is met den grond verbonden, terwijl a de afstand hunner middenpunten is.

Als W de aanvankelijke energie van den eersten bol, wordt de totale energie

$$W' = \frac{1}{\alpha} W,$$

waarin

$$\alpha = 1 + \frac{R^2}{a^2 - R^2} + \frac{R^4}{a^4 - 3a^2 R^2 + R^4} + \text{enz.}$$

dus

$$\Delta W = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) W = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \frac{Q^2}{2R}.$$

Inderdaad laat zich aantoonen dat deze laatste uitdrukking den arbeid voorstelt, die vereischt wordt om de lading van den tweeden conductor op oneindigen afstand te brengen.

De vergrooting van oppervlak geeft hier geen zuiver resultaat; wel is dit het geval bij den spherischen condensator, waarvan het buitenvlak met den grond verbonden wordt; zoo de binnenlading Q is en de stralen R en R′ zijn, is de totale energie

$$W = \frac{1}{2} Q V = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right) \frac{Q^2}{2};$$

wordt de straal van het buitenvlak λ maal grooter, zoo veranderd W in

$$W' = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\lambda R'}\right) \frac{Q^2}{2};$$

de totale energie is dus toegenomen, zooals te verwachten was; de vermeerdering bedraagt

$$\Delta W = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \frac{Q^2}{2R'}.$$

Utrecht, Nov. 1871.

UITKOMSTEN VAN
BEREKENING VOOR EENE MICA-VERBINDING
VAN *E. REUSCH*,
VOOR REGTLIJNIG GEPOLARISEERD LICHT EN EVENWIJDIGE STRALEN.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

1. Voor eenigen tijd had ik de eer dezer vergadering een paar mica-verbindingen van den Heer E. REUSCH te Tübingen te toonen, die ik van den mechanicus STEEG te Homburg ontving *). Sints dien tijd heb ik mij met het onderzoek en de berekening van die stelsels bezig gehouden; maar dit eischte velerlei voorafgaande nasporingen en aanverwante beschouwingen. In de eerste plaats wilde ik iets meer omtrent mica en de verschillende soorten van één-assige en twee-assige species van dit mineraal weten: gedeeltelijk kwam ik hiervoor op weg in het 2de deel van BILLET's *Traité d'optique physique;* wat de verschillende species van mica betreft, vond ik eindelijk alles wat ik verlangde vereenigd in eene verhandeling van GRAILICH †). Uit BILLET bleek mij dat er eene bepaling der indices van breking van mica bestond van HAIDINGER, maar ik wist niet waar die te vinden; het werd mij meer en meer duidelijk dat die bepaling waarschijnlijk de eenige was, die ooit werd in het

*) E. REUSCH, *Untersuchung über Glimmercombinationen.* POGGEND., *Annalen.* CXXXVIII, p. 624. 1869.

†) JOSEPH GRAILICH, *Untersuchungen über den ein- und zweiaxigen Glimmer.* Berichten der Kaiserl. Academie der Wissenschaften. XI, p. 46. Wien, 1853.

werk gesteld. Ik deed toen een beroep op de mij bekende groote belezenheid van den geachten Heer BEIMA te Leiden en werd door hem eindelijk met die verhandeling van HAIDINGER in kennis gebragt *). HAIDINGER was zoo gelukkig zich een prisma van Braziliaansche mica te verschaffen van ééne lijn dik en met zijden van zeven lijnen, dat tusschen twee prismata van crownglas van dezelfde grootte en de dubbele dikte bevestigd was. Op de zijvlakken van dit prisma kleefde HAIDINGER met Canada-balsem dunne zuiver parallel-geslepen plaatjes spiegelglas, zeker wel om eene gebrekkige doorschijnendheid der zijvlakken te verhelpen. Deze Braziliaansche mica behoort tot de twee-assige, waarvan de hoek der beide assen zeer groot, in de lucht namelijk gelijk 68°, is; de voorname as staat loodregt op de platen waarin de mica zich laat splijten; HAIDINGER had het prisma zoodanig gesneden dat een zijner zijvlakken zamenviel met de supplementaire as, die den stompen hoek der optische assen midden door deelt, dat is met het vlak dezer optische assen. De kleinste index van breking, dien HAIDINGER alzoo vond, correspondeerde met de voorname as van het kristal, dat is, hij behoorde bij de as van grootste veerkracht; die index alzoo, welken hij 1,581 vond, is de kleinste index van refractie van mica en dus eene grens-waarde; den anderen index 1,613, welken hij bepaalde, geeft hij zelf niet voor eene grens-waarde uit, wat door latere schrijvers daarvan ook moge gemaakt zijn; hij is noch de index die correspondeert met de gemiddelde, noch die welke correspondeert met de kleinste as van veerkracht. Ik heb hiermede duidelijk aangewezen wat in dezen goed bepaald en wat onzeker mag worden genoemd; van dispersie, dat is van eene bepaling der indices voor verschillende kleuren van 't spectrum is hierbij in het geheel geen spraak. De tweede index dien HAIDINGER geeft is, zooals ik zeide, 1,613; wanneer dit de gemiddelde index van refractie, dat is die voor de gemiddelde as van veerkracht was, dan zoude de index van refractie voor trillingen volgens de kleinste as van veerkracht met den bekenden

*) HAIDINGER, *Annäherende Bestimmung der Brechungs-Exponenten am Glimmer und Pennin.* Berichten der Kaiserl. Academie der Wissenschaften. XIV, p. 330. Wien, 1854.

hoek, gelijk 68°, der optische assen, gelijk 1,630 gevonden worden. Maar die index 1,613 zal alleen dan de gemiddelde index zijn wanneer de lichtstraal, die het minimum van breking ondergaat, in het prisma juist evenwijdig aan het vlak der optische assen loopt, en dus de brekende hoek die is, welke tegenover het boven bedoelde zijvlak gelegen is. Is dit niet het geval, en HAIDINGER geeft ons hieromtrent geen uitsluitsel, dan is 1,613 stellig grooter dan die gemiddelde index, welke dan tusschen 1,581 en 1,613 gelegen is.

2. NÖRREMBERG had een even aantal plaatjes van twee-assige mica zoodanig op elkander gelegd, dat de hoofdsneden, dat is de vlakken der optische assen, of de supplementaire assen van veerkracht elkander afwisselend onder een hoek van 90° sneden; en hij had daardoor een zamenstel verkregen, dat de verschijnselen van een loodregt op de as gesneden één-assig kristalplaatje nabootste. REUSCH ging verder en legde de mica-plaatjes van gelijke dikte onder andere hoeken, van 45° en 60° op elkander. Zijne praeparaten zijn van tweederlei soort; hij maakt of eene enkele trede eener trap en stapelt dan eenige zulke onderling gelijke treden op elkander; of wel hij bouwt altijd in dezelfde rigting voort en maakt zoodoende een wenteltrap; eene *linksche* trede van hem of een *van regts naar links opstijgende wenteltrap* zijn zulke waarin de plaatjes op elkander gestapeld worden in de rigting waarin de wijzers van een horlogie voortloopen; deze wijze van vergelijking waarvan FARADAY zich zoo dikwijls bediende, acht ik te verkiezen boven die van regtsche en linksche schroef of van de spiralen der plantkundigen waarvan REUSCH zich bedient. Voor het oogenblik heb ik nog geen zamenstel uit enkele treden van den mechanicus STEEG ontvangen; ik ben nog alleen maar in het bezit van de twee linksche en regtsche wenteltrappen ieder uit 24 plaatjes bestaande, wier hoofdsneden elkander steeds onder hoeken van juist 60° volgen; na iedere zes plaatjes volgt dus een nieuwe omgang. Op mijne nadere aanvraag heeft STEEG berigt, dat hij meende, dat ieder der plaatjes waaruit mijne trappen waren zamengesteld eene waarde had van $^{3}/_{16}$ golflengte; dat is, dat het phase-verschil der beide normaal doorgelaten stralen 67°,5 zoude bedragen; maar bij onderzoek kwam mij dit wel

wat veel voor en ik stel dat phase-verschil daarom liever op 60°, om een rond getal te noemen. Ik vind te meer vrijheid om mij niet aan dat hoogere getal te houden, omdat ik niet weet hoe STEEG het eigenlijk bepaald heeft en omdat ik vermoed dat misschien de copal-vernis, waarmede die plaatjes op elkander gekleefd worden mede in rekening heeft kunnen komen.

3. Aan de berekening der verschijnselen voor deze trappen heb ik nu eens mijne krachten willen beproeven en ik heb mij eerst bepaald bij verreweg het gemakkelijkste geval, dat namelijk van regtlijnig gepolariseerd en normaal doorvallend licht. Vooraf wil ik opmerken dat de dispersie van mica niet zeer groot schijnt te zijn en dat, daar zij geheel onbekend is, ons niet anders overschiet dan om de waarde der plaatjes voor verschillende kleuren, dat is het phase-verschil dat zij voor verschillende kleuren voor de beide loodregt op elkander gepolariseerde en normaal doorgelaten stralen geven, kortweg omgekeerd evenredig te stellen aan de golflengten dier kleuren in de lucht, die ons vrij goed bekend zijn, dat is: eenvoudig de dispersie of de verandering in den index van refractie te verwaarloozen. Die golflengten zijn voor de strepen van 't spectrum als volgt:

			dus phase-verschil	
voor	C, rood licht	= 6566.	43°15′	43°22′
„	D, geel licht	= 5895.	50°	50°
„	E, groen licht	= 5178.	57°	56°59′
„	F, blaauw licht	= 4864.	60°15′	60°12′
„	G, indigo licht	= 4311.	68°15′	68°22′
„	H, violet licht	= 3971.	74°15′	74°14′

Ik wil hiermede niet gezegd hebben dat die strepen in 't spectrum juist met de genoemde kleuren zamenvallen; ik wenschte alleen goed bepaalde punten van vergelijking aan te geven die gemakkelijk kunnen worden teruggevonden; voor D neem ik hierbij het phase verschil 50° aan en bereken daaruit met behulp der golflengten de anderen.

De eerste kolom der phase-verschillen geeft de waarden die ik mij voorstel, als voldoende naauwkeurig, voor de verschillende kleuren te bezigen; de tweede kolom geeft de naauwkeurige waarden voor de opvolgende strepen, zooals zij uit de rekening voortvloeijen.

Mica is een negatief twee-assig kristal *), de as van grootste veerkracht deelt den scherpen hoek der assen van conische refractie midden door; de normaal doorgelaten lichtstralen zijn gepolariseerd, de eene volgens het vlak der optische assen, de zoogenaamde hoofdsnede, en de andere volgens het vlak daar loodregt op; en die van deze twee, welke in de hoofdsnede gepolariseerd is en wiens rigting van trilling zamenvalt met de middelbare as van veerkracht, heeft den kleinsten index van refractie, dat is de grootste snelheid en is dus na den doorgang, in phase op den anderen vooruitgekomen: immers, volgens de golfleer, beweegt het licht zich langzamer in sterker brekende middenstoffen en dus is de straal, die den kleinsten index heeft, het minste vertraagd, dat is op den anderen vooruit.

4. Terwijl het op te lossen vraagstuk gaande weg mij meer tot klaarheid kwam, heb ik mij vlijtig met de beschouwing der praeparaten in parallel en convergent licht bezig gehouden, waarvoor ik steeds mijne beide toestellen van NÖRREMBERG nevens elkander gereed had staan en waarbij mij een goede voorraad van kwarts plaatjes ter vergelijking zeer goed te stade kwam. Ik bevond, dat ik in parallel licht den analyseerenden polariscoop eene stelling kon geven, waarbij het doorgelaten licht weder bijna volkomen wit, doch eenigszins met een groene tint was en ik begreep, dat ik daardoor wel den hoek van draaijing voor wit licht voor die praeparaten zoude kunnen bepalen en zoodoende terug besluiten tot de oorspronkelijke waarde van het phase-verschil voor wit ongedeeld licht, waarop ik boven wees, en dat dan in de wandeling als de eigenlijke waarde van die zamenstellende plaatjes kon worden genoemd.

Oorspronkelijk werd ik bij mijne beschouwingen op een dwaalspoor geleid door de eenigszins lastige bepaling van regts en links draaijen waarvan REUSCH zich bedient. Terwijl toch om mij bij een der praeparaten te bepalen, duidelijk de windingen zijner trappen van regts naar links oploopen en dus links draaijen, moest daardoor het vlak van polarisatie van links

*) Vid. *Billet.* II, p. 587.

naar regts worden verplaatst en dus regts draaijen. Ik erken echter gaarne dat de fout bij mij lag en dat ik beter op zijne vergelijking met eene linksche en regtsche schroef had moeten letten; maar om anderen te waarschuwen voor dezelfde fout herhaal ik: een *links opstijgende* wenteltrap van REUSCH draait het vlak van polarisatie *links,* dat is naar de linkerzijde, maar deze draaijing is tegengesteld in rigting aan die van den klimmenden trap. Het is hier weder evenzoo gelegen als bij de plagiedrische kwarts; terwijl de vlakjes van afplatting naar mijne wijze van voorstelling eigenlijk eene *regts* opklimmende trede of een gedeelte eener regts opklimmende schroef vormen, is het kristal eigenlijk *links* draaijend.

In convergent licht vond ik de zwarte punten of knoppen als de naar het centrum gekeerde uiteinden van het zwarte kruis terug, waarvan REUSCH spreekt. Deze knoppen herinneren terstond aan die van de spiralen, welke men waarneemt wanneer circulair gepolariseerd licht geleid wordt door een loodregt op de as gesneden kwarts-plaat; de ligging en intensiteit van die knoppen is afhankelijk van de onderlinge ligging der vlakken van polarisatie van den eersten en tweeden polarisator en daarenboven ook van de oriënteering van het praeparaat. Er is eene oriënteering van het praeparaat met betrekking tot het vlak van polarisatie van den invallenden straal, waarbij dit geheel alleen reeds twee spiralen geeft zonder knoppen, wier mate van ontwikkeling weder van de stelling van den analyseerenden polarisator afhangt; hiervan maakt REUSCH geen dadelijk gewag.

Maar, om bij het eenvoudigste geval te blijven, wanneer de hoofdsnede van het allereerste mica-plaatje van het praeparaat zamenvalt met het polarisatie-vlak van den invallenden straal en het vlak van polarisatie van den analyseerenden nicol loodregt staat op het eerste polarisatie-vlak, dan ziet men volkomen de ringen van kwarts en de rudimentaire takken van het zwarte kruis, dat de ringen doorsnijdt; maar de twee knoppen als uiteinden van twee der armen van het kruis verbergen hierbij eene onregelmatigheid. Draait men nu den nicol tot den parallelen stand toe door, dan ontwikkelt zich, even als bij kwarts, het violette kruis van DELEZENNE binnen den omtrek van den binnensten ring, zooals REUSCH ook opmerkt, ter-

wijl de rudimentaire deelen van het zwarte kruis, die de ringen doorsnijden, al flaauwer en flaauwer geworden, in heldere veeren zijn overgegaan. Men neemt bij deze draaijing zelfs het verschijnsel waar dat DELEZENNE *) bij kwarts opmerkte, dat namelijk de ringen uitzetten wanneer de rigting van draaijing zamenvalt met de rigting der draaijing van het vlak van polarisatie door het mica-trapje en dat zij in het tegengestelde geval inkrimpen. Maar de vorm der ringen wordt onzuiver, zoodra de beide polariscopen onderling van den loodregten of evenwijdigen stand gaan afwijken; en die onregelmatigheid ontwikkelt zich juist uit de knoppen. Laat men echter den nicol onder een scherpen hoek met het vlak van polarisatie van den invallenden straal staan en draait dan het mica-toestelletje links of regts, zoodanig dat de hoofdsnede van zijn eerste plaatje links of regts van dat vlak van polarisatie van den invallenden straal komt te liggen, dan ontwikkelen zich uit die onregelmatig geworden ringen de zoo even genoemde spiralen, die bij eene gemakkelijk te vinden stelling van nicol en mica-trapje met betrekking tot den polarisator hare hoogste volkomenheid bereiken. Het zwarte en het violette kruis zijn daarbij volkomen opgelost en de rigting van draaijing der beide gelijkloopende spiralen is tegengesteld al naardat de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje ter linker- of ter regter, ter eener of ter anderer zijde van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal ligt.

De eenvoudigste voorstelling die men zich omtrent het zwarte en violette kruis heeft te maken is deze. Bij evenwijdige stelling van de eerste hoofdsnede en het vlak van polarisatie van den polarisator en onderlinge loodregte stelling van polarisator en analyseerenden nicol, ziet men de rudimentaire armen van het zwarte kruis, die de ringen doorsnijden, terwijl de vlakte binnen den binnensten ring helder en licht gekleurd is; wordt nu de stelling van de eerste hoofdsnede van het mica-plaatje en den polarisator evenwijdig gelaten en ook de nicol in den evenwijdigen stand gebragt, dan wordt, wanneer wij nu de meer

*) *Billet.* II, p. 474.

siteit en winst in phase van ieder dezer stralen te vinden, druk ik, naar de bekende formulen, de sinussen en cosinussen der veelvouden van α uit in de opvolgende magten van *cos* α, waarbij dan enkele vormen zullen voorkomen die nog met de eerste magt van *sin* α vermenigvuldigd zijn. P is hier 60°; dus

$$sin\,P = \tfrac{1}{2}\sqrt{3} \text{ en } cos\,P = \tfrac{1}{2},$$

hetgeen al terstond veel tot vereenvoudiging bijbrengt; ten slotte krijg ik dan de verlangde uitdrukking, waarin nog maar alleen *sin* α, *cos* α, *sin* A en *cos* A voorkomen. Hierin stel ik nu voor α, dat is het phase-verschil, opvolgende waarden, die ik eerst met 5° of 10° liet opklimmen om daaraan later bij het zoeken naar bijzondere gevallen nog andere toe te voegen. Hierdoor verkreeg ik alzoo de aanwinst in phase en de intensiteit der beide stralen alleen nog maar afhankelijk van het azimuth A van het polarisatie-vlak van den oorspronkelijk invallenden straal en ik stelde A nu achtereenvolgends

$$+\,45°, \;-\,45°, \;+\,30°, \;-\,30°, \;+\,60° \text{ en } -\,60°.$$

Zoodoende kon ik mij tafeltjes zamenstellen waaruit ik voor eenig gegeven phase-verschil dat door de zamenstellende micaplaatjes ieder voor zich in het leven werd geroepen, voor ieder van de zes genoemde azimuthen van den invallenden straal terstond de definitieve intensiteit en aanwinst in phase na den doorgang door het zesde plaatje kon opgeven. Natuurlijk heb ik bij deze en volgende berekeningen overal waar het mogt voorkomen van iedere phase-aanwinst grooter dan een geheelen omtrek, dien geheelen omtrek terstond weggelaten. Ik koos hierbij de azimuthen + 45° en — 45°, omdat ik mij voorstelde het primitieve licht volgens die azimuthen gepolariseerd te laten invallen; en de azimuthen 30° en 60° voegde ik daaraan toe, omdat de vlakken van polarisatie der uit het zesde plaatje komende lichtstralen, dat is de hoofdsnede van dit plaatje en het vlak daar loodregt op, in de azimuthen — 60° en + 30° ten aanzien van het zevende plaatje kwamen te liggen; omdat evenzoo de vlakken van polarisatie van het 12de plaatje weder hoeken van — 60° en 30° met de hoofdsnede van het 13de plaatje maakten; en eindelijk omdat nog eens het licht uit het

18de plaatje onder die azimuthen gepolariseerd in het 19de plaatje doordringt.

Uitgaande nu van licht dat in het azimuth + 45° gepolariseerd was, berekende ik dus de intensiteit en het phase-verschil der uit het zesde plaatje uitkomende en volgens de hoofdsnede en loodregt daarop gepolariseerde lichtstralen; deze waarden ontleende ik voortaan eenvoudig uit de tafeltjes. Ik verkreeg nu twee stralen van verschillende intensiteit en verschillende phase-aanwinst, van wier vlakken van polarisatie het eene in het azimuth — 60° en het andere in het azimuth + 30° ten aanzien der hoofdsnede van het zevende plaatje lagen. Ik behoefde nu de gegevens van mijne tafeltjes voor die beide azimuthen slechts te nemen en eenvoudig aan de amplitudo de zoo even gevonden waarden der wortels uit de intensiteiten, in plaats van de éénheid, toe te leggen, dan verkreeg ik terstond uit de ontbondenen de vier stralen waarmede ik na het 12de plaatje te doen had, namelijk twee gepolariseerd in de hoofdsnede en twee gepolariseerd in het vlak daar loodregt op; die paren stelde ik naar den bekenden regel ieder tot een enkelen zamen, door berekening der amplitudo en der phase-aanwinst van dezen. Ik stond dan hierdoor weder op hetzelfde standpunt als vóór het 7de plaatje, dat ik namelijk twee stralen had waarvan de eene in het azimuth — 60° en de andere in het azimuth + 30° van het 13de plaatje gepolariseerd was. Volkomen soortgelijke beschouwing bragt mij in eens dan weder van het 12de plaatje op het 18de en eindelijk na nog eens de soortgelijke berekening herhaald te hebben, kwam ik in eens van het 18de op het 24ste plaatje en vond daardoor het resultaat voor de beide stralen die de 24 plaatjes hadden doorloopen en volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en loodregt daarop gepolariseerd waren; dat is, ik vond hunne amplitudines en hunne aanwinst in phase en dus ook hun onderling phase-verschil.

Evenzoo maakte ik nu dezelfde berekening, uitgaande van een primitieven straal die in het azimuth — 45° gepolariseerd was. Wanneer ik den straal bij de eerste berekening verkregen *p* of *q* noem, al naardat hij in de hoofdsnede van het laatste of 24ste plaatje of wel daar loodregt op gepolariseerd is en dan hier van het azimuth — 45° uitgaande, dezelfde onderscheiding

maak door p' den straal te noemen die ten slotte in de hoofdsnede en q' dien, welke ten slotte daar loodregt op gepolariseerd is, dan bestaat deze eenvoudige wet die wel vooruit te zien is, dat de amplitudines van p en q' en die van q en p' gelijk zijn. De wet omtrent het verband der phasen-aanwinsten is zoo eenvoudig niet; maar wel die omtrent de phasen-verschillen voor de beide uitkomende stralen, want dit is eenvoudig met 180° toe- of afgenomen. De telkens bij deze berekeningen voorkomende phasen-aanwinsten zijn echter door regels verbonden die ik van zelf vond en die de berekening controleerden, maar waarmede ik u nu niet wil bezig houden.

6. Die formulen en berekeningen heb ik op vrij groote schaal opgezet; grooter welligt dan noodig was voor mijn bijzonder doel, namelijk de verklaring van de verschijnselen der wentel-trapjes van REUSCH. Maar zij hebben niet dat uiterst bijzondere karakter, dat hun hierdoor slechts zoude toekomen; zij gelden namelijk niet alleen voor den normalen doorgang door mica-blaadjes; maar zij gelden algemeen voor alle loodregt op een der hoofd-assen gesneden plaatjes van twee-assige kristallen en voor alle plaatjes uit één-assige kristallen, die evenwijdig aan de hoofd-as gesneden zijn; al zulk soort van plaatjes vinden, wanneer het phase-verschil, door ieder afzonderlijk tusschen de beide normaal doorgelaten stralen voortgebragt, bekend is, en wanneer de plaatjes maar regelmatig voort steeds 60° gedraaid worden, hun eind-resultaat hier reeds berekend aangegeven. Ik stel mij daarom voor, zoowel formulen als tabellen, regelmatig geordend in de Archiven van TEYLER te deponeren, waar zij eigenlijk te huis behooren.

Ik wil hier enkele bijzonderheden vermelden. Zoo lang de waarde van ieder plaatje, dat is het phase-verschil dat het voortbrengt, kleiner is dan $\frac{1}{8}\lambda$ of 45°, is voor het azimuth $+45°$ van den oorspronkelijk invallenden straal, de lichtstraal die uit het laatste der 24 plaatjes volgens de hoofdsnede gepolariseerd uittreedt, altijd zwakker dan die welke in het vlak loodregt daarop gepolariseerd is en het verschil in phase is door de verbinding van al die opvolgende plaatjes verminderd in plaats van vermeerderd; voor een oorspronkelijk in het azimuth $-45°$ gepolariseerden straal is de verhouding der intensiteiten natuur-

lijk omgekeerd en voor het phase-verschil is de eene straal 180° als het ware gedraaid, dat is, het is hier voor de beide uitkomende stralen gelijk 180° vermeerderd met het phase-verschil dat voor het azimuth + 45° gevonden werd. — Bepalen wij ons verder alleen tot dien in het azimuth + 45° gepolariseerden invallenden straal dan zullen, wanneer de waarde van ieder plaatje 46°7′ in phase bedraagt, de beide uit het 24ste plaatje uitkomende stralen precies dezelfde intensiteit, ½ namelijk, bezitten en de in de hoofdsnede gepolariseerde straal zal ook in phase precies 46°7′ op den anderen vooruit zijn. Van hier aan neemt de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal de overhand en is deze immer meer dan de waarde van een enkel plaatje in phase op den anderen, die met hem uit het 24ste plaatje te voorschijn komt, vooruit. Voor een oorspronkelijk phase-verschil van elk plaatje van 56°36′ reeds heeft de intensiteit van den in de hoofdsnede van het 24ste plaatje gepolariseerden straal haar maximum bereikt en is die straal juist 90° in phase op den anderen, die met hem uittreedt, vooruit. Voor eene waarde der plaatjes in phase van 70°55′ ongeveer, zijn de beide ten slotte uitkomende stralen weder gelijk in intensiteit en is die, welke in de laatste hoofdsnede gepolariseerd is, bereids 180° in phase op den anderen vooruit. Van hier af blijft de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal bij toenemende phase-waarde der zamenstellende plaatjes vooreerst afnemen. Het phase-verschil dezer uit de wenteltrapjes uittredende stralen bereikt een maximum van 188° bij omtrent 76°30′ phase-verschil der door een enkel plaatje doorgelaten stralen, in dien zin natuurlijk steeds te nemen dat voor beide gevallen de in de hoofdsnede gepolariseerde straal de snelste is en dus op den anderen vooruit komt. Het resulteerende phase-verschil gaat nu spoedig weer afnemen met steeds toenemende waarde der zamenstellende plaatjes; bij eene phase-waarde dezer plaatjes van 86° ongeveer bereikt de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal weder een minimum en is hij nog slechts 90° in phase op den anderen vooruit. Maar in deze streken, die mij voor het oogenblik minder belang inboezemden, heb ik het verloop van de uitkomsten voor als nog minder nauwkeurig onderzocht. Natuur-

lijk is de verhouding der intensiteiten voor licht, dat oorspronkelijk in — 45° gepolariseerd is, omgekeerd en zijn de phasen met 180° te vermeerderen.

7. Voor ieder willekeurig azimuth van polarisatie kan ik nu den invallenden lichtstraal ontbinden in twee anderen gepolariseerd in de azimuthen + 45° en — 45°, waarvoor mijne uitkomsten gelden. Op die wijze wordt alzoo het algemeene vraagstuk teruggebragt tot de behandeling van twee in de azimuthen + 45° en — 45° gepolariseerde stralen van ongelijke intensiteit. Dit is nu zeer eenvoudig uit te voeren door de amplitudines der stralen, die volgens de berekening uit eenen in het azimuth + 45° gepolariseerden straal resulteeren, te vermenigvuldigen met *cos* (A — 45°), wanneer A het azimuth van polarisatie van den invallenden straal is; en door de amplitudines der stralen die uit een in het azimuth — 45° gepolariseerden straal ontstaan evenzoo te vermenigvuldigen met *cos* (A + 45°). Zoo heb ik nu b.v. de rekening voor verschillende waarden van A uitgevoerd, in de vooronderstelling dat de waarde van ieder elementair-plaatje in phase-verschil eens 60° bedroeg. De beide eindstralen, die in de hoofdsnede van het laatste plaatje gepolariseerd zijn, worden tot een enkelen gereduceerd, waarvoor amplitudo en phase-winst berekend worden; de beide eindstralen die loodregt op die laatste hoofdsnede gepolariseerd zijn worden evenzoo tot een enkelen gereduceerd. Daar nu de phase-aanwinsten dier beide stralen al zeer toevallig aan elkander gelijk zouden zijn of precies 180° verschillen, is het eind-resultaat algemeen een elliptisch gepolariseerde lichtstraal. De vibraties staan nu wel is waar loodregt op de polarisatie-vlakken, maar wij kunnen daar ons geheel buiten houden, omdat wij van den te bezigen analyseur toch ook weer alleen op de rigting van het polarisatie vlak letten.

Wanneer ik alzoo spreek van trillingen, volgens het vlak x, bedoel ik daarmede eigenlijk zulke, wier vlak van polarisatie met het vlak xz zamenvalt; eveneens zijn trillingen volgens het vlak y eigenlijk trillingen wier vlak van polarisatie met het vlak yz zamenvalt. Dit doet niets ter zake wanneer wij ten slotte maar weder hetgeen omtrent de rigting der resulteerende trillingen blijkt, ook op haar vlak van polarisatie overdragen.

Wanneer nu A = 0° genomen wordt en tevens het phase-verschil van ieder plaatje $\varphi = 60°$, dan wordt vooreerst die invallende straal verdeeld in twee gelijke, die in de vlakken + 45° en — 45° gepolariseerd zijn; het slot van de berekening geeft eene ellips, op de nieuwe coördinaten-assen x' en y', die door de supplementaire as van veêrkracht van het laatste plaatje bepaald zijn. Naar den bekenden regel bepaal ik nu de rigting van de vlakken van polarisatie der assen van deze ellips en de waarden der assen; ik vind dan den hoek dien het vlak van polarisatie der groote as maakt met de coördinaten-as x' of liever met het vlak $x'z'$, dat is met de hoofdsnede van het laatste mica-plaatje; wanneer ik nu hier — 60° bijtel, die de hoek is, welken deze laatste hoofdsnede met het in het azimuth 0° gepolariseerde licht maakt, dan vind ik den hoek tusschen het vlak van polarisatie van de groote as der resulteerende ellips en het vlak van polarisatie van den invallenden straal. Die hoek geeft de draaijing, die het vlak van polarisatie van de groote as der ellips ondergaan heeft en, is dan de waarde der kleine as gering of niet te groot, dan geeft die hoek algemeen gesproken kortweg de draaijing die het vlak van polarisatie door het zamengestelde wenteltrapje ondervindt. De waarden van de beide assen der resulteerende ellips, die ter beoordeeling noodzakelijk zijn, worden volgens den bekenden regel gemakkelijk gevonden.

Blijkt het nu maar dat de kleine as steeds nul of bijna te verwaarloozen is, dan is het bewijs geleverd dat het mica-praeparaat eene draaijing van het vlak van polarisatie uitoefent gelijksoortig met die, welke loodregt op de as gesneden kwarts-plaatjes voortbrengen.

De intensiteit van den invallenden lichtstraal stel ik gelijk aan de éénheid; dan is de intensiteit van ieder der in de azimuthen + 45° en — 45° gepolariseerde ontbondenen $\frac{1}{2}$, en de berekening gaf mij voor de lichtstralen, die uit de eerste ontbondene ontstaan en volgens de hoofdsnede van het laatste mica-plaatje en daar loodregt op gepolariseerd zijn,

$A . \sqrt{\tfrac{1}{2}}\, sin\,(O + 24°17'5) \ldots I$ en $B . \sqrt{\tfrac{1}{2}}\, sin\,(O + 265°48',5) \ldots II$

en voor de lichtstralen die uit de in het azimuth — 45° gepolariseerde ontbondene ontstaan in dezelfde orde

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ *sin* (O + 94°11'5)...III en A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ *sin* (O + 155°42'5)...IV, waarin

$$log\, A = 9{,}965182 \text{ en } log\, B = 9{,}581282.$$

I en III te zamen geven den volgenden straal gepolariseerd in het vlak der laatste hoofdsnede, dat wij $x'\, z$ genoemd hebben:

$$\sqrt{0{,}62111}\, sin\, (O + 43°2')$$

en II en IV geven door gelijksoortige berekening voor resultante dezer in het vlak $y'\, z'$ gepolariseerde stralen

$$\sqrt{0{,}37889}\, sin\, (O + 180°0').$$

Deze twee geven nu eene ellips waarvan het vlak van polarisatie der groote as X ligt in het azimuth — 35°34',5, ten aanzien van de as x', dus in het azimuth — 95°34',5 ten aanzien van de oorspronkelijke coördinaten-as x van het eerste plaatje, waarmede het vlak van polarisatie van den invallenden straal samenvalt. Het vlak van polarisatie der groote as is dus 95°34',5 links gedraaid.

De vergelijking der ellips is $\frac{X^2}{0{,}875} + \frac{Y^2}{0{,}125} = 1$: dit licht is dus nog in belangrijke mate elliptisch; de beweging van het aether-deeltje in deze ellips is linksch. De zamenstellende vibratie volgens de groote as is $X = \sqrt{0{,}875}\, sin\, (O + 27°53')$ en volgens de kleine as $Y = \sqrt{0{,}125}\, sin\, (O + 117°58')$; het aetherdeeltje passeert het positieve deel der groote as, iedere maal dat (O + 27°53') met 2π is toegenomen. Men merke hierbij op, dat het azimuth der groote as 90° van het azimuth van haar vlak van polarisatie verschilt.

Is het vlak van polarisatie van den invallenden straal in het azimuth + 45° gelegen, dat is, wordt de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje en dus het geheele wenteltrapje 45° links of naar de linkerhand gedraaid, dan blijven alleen de lichtstralen

$$A.\, sin\, (O + 24°17',5) \text{ en } B.\, sin\, (O + 265°48',5)$$

over, die respectivelijk volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en daar loodregt op gepolariseerd zijn. Deze geven weder eene ellips waarvan het vlak van polarisatie der groote as nog 12°41' verder links ligt dan deze laatste hoofdsnede en dus in het azimuth — (12°41' + 105°) = — 117°41' van het oorspronkelijke vlak van polarisatie; de draaijing van

regts naar links bedraagt dus hier veel meer dan zoo even; de vergelijking der ellips op hare assen is $\frac{X^2}{0,892} + \frac{Y^2}{0,108} = 1$; het licht is dus een weinig minder elliptisch dan zoo even; de beweging van het aether-deeltje in zijne ellips is nu regtsch, dat is van de linker naar de regter hand; de zamenstellende vibratie volgens de groote positieve as is

$$X = \sqrt{0,892}\, sin\,(O + 28°44')$$

en die volgens de kleine positieve as dus

$$Y = \sqrt{0,108}\, sin\,(O + 298°44').$$

Is het vlak van polarisatie van den invallenden straal daarentegen in het azimuth — 45° gelegen, dat is, wordt de hoofdsnede van het 1ste mica-plaatje 45° regts of van de linker naar de regterhand gedraaid, dan blijven alleen de lichtstralen

$$B.\, sin\,(O + 94°11',5) \text{ en } A.\, sin\,(O + 155°42',5)$$

over als respectivelijk gepolariseerd volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en daar loodregt op. De resultante is weder eene ellips; het vlak van polarisatie der groote as X dezer ellips ligt in het azimuth + 77°19' van het vlak $x'z'$, dat is van de hoofdsnede van het 24ste plaatje en dus in het azimuth + (77°19'—15°) = + 62°19' van het oorspronkelijke vlak van polarisatie; dat is, het supplement nemende, in het azimuth — 117°41', juist als zoo even.

De vergelijking dezer ellips is weder:

$$\frac{X^2}{0,892} + \frac{Y^2}{0,108} = 1$$

en de zamenstellende vibraties in de rigtingen der groote en der kleine as zijn

$$X = \sqrt{0,892}\, sin(O + 151°14',5) \text{ en } Y = \sqrt{0,108}\, sin(O + 241°14',5);$$

het aether-deeltje loopt in deze ellips van de regter naar de linkerhand, dat is links.

Wordt het azimuth van het vlak van polarisatie van den invallenden straal + 30°, dan zijn de ontbondenen in de azimuthen + en — 45° gelijk *cos* 15° en *sin* 15°, die, na den doortogt door het laatste plaatje, geven:

$$A.\, cos\,15°\, sin\,(O + 24°17',5) \text{ en } B.\, cos\,15°\, sin\,(O + 265°48',5)$$

en

B. *sin* 15° *sin* (O + 94°11',5) en A. *sin* 15° *sin* (O + 155°42',5),

weder twee paren, waarvan de eersten in de hoofdsnede $x'z'$ en de laatsten daar loodregt op gepolariseerd zijn. Behoorlijk verbonden geven deze voor de resultanten die in het vlak $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerd zijn

$\sqrt{0,86765}$ *sin* (O + 30°0') en $\sqrt{0,13235}$ *sin* (O + 227°40')

dat is weder eene ellips, waarin het aether-deeltje van links naar regts rondloopt De eindvergelijking dezer ellips eischt weder eene draaijing in de rigting der zamenstellende vibraties. Het vlak van polarisatie der groote as ligt namelijk in het azimuth — 20°39' ten aanzien van $x'z$, dat is in het azimuth — 80°39' van het vlak xz en in het azimuth — 110°39' van het vlak van polarisatie van den invallenden straal. En de vergelijking van de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0,989} + \frac{Y^2}{0,011} = 1.$$

Wordt het azimuth van den invallenden straal — 30°, dan zijn de ontbondenen volgens de azimuthen + 45° en — 45° gelijk *sin* 15° en *cos* 15° en de resulteerende, volgens de laatste coördinaten-vlakken $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerde stralen voor de eerste ontbondene respectivelijk:

A. *sin* 15° *sin* (O + 24°17',5) en B. *sin* 15° *sin* (O + 265°48',5)

en voor de tweede:

B. *cos* 15° *sin* (O + 94°11',5) en A. *cos* 15° *sin* (O + 155°42',5)

dit geeft weder eene ellips; de zamenstellende vibraties volgens $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerd zijn:

$\sqrt{0,25345}$ *sin* (O + 67°41') en $\sqrt{0,74655}$ *sin* (O + 161°53');

dus eene waarin het aether-deeltje van regts naar links omloopt. Het vlak van polarisatie der groote as ligt in het azimuth + 93°40' ten aanzien van $x'z'$ dus in + 33°40' ten aanzien van xz, dus in + 63°40' met betrekking tot het oorspronkelijke polarisatie-vlak, waarvan het supplement is — 116°20 ; het is dus 116°20' links gedraaid; de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0,749} + \frac{Y^2}{0,251} = 1.$$

Wordt het azimuth van het vlak van polarisatie van den invallenden straal + 15°, dan zijn de ontbondenen volgens de azimuthen + 45° en — 45° gelijk aan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $\frac{1}{2}$. De resulteerenden, die volgens de laatste vlakken $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerd zijn, worden voor de eerste ontbondene:

$$A. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin(O + 24°17',5) \text{ en } B. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin(O + 265°48',5)$$

en voor de tweede:

$$B. \tfrac{1}{2}\, sin(O + 94°11',5) \text{ en } A. \tfrac{1}{2}\, sin(O + 155°42',5);$$

de resultanten hiervan zijn: volgens $x'z'$

$$\sqrt{0{,}78219}\, sin(O + 35°48')$$

en volgens $y'z'$

$$\sqrt{0{,}21781}\, sin(O + 197°22'),$$

te zamen dus eene ellips, waarin het aether-deeltje van regts naar links omloopt. Het vlak van polarisatie der groote as ligt 27°8' links van $x'z'$, dus in het azimuth — 102°8' van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal en de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0{,}983} + \frac{Y^2}{0{,}017} = 1.$$

Wanneer eindelijk het vlak van polarisatie van den invallenden straal in het azimuth — 15° ligt, zijn de ontbondenen in de azimuthen + 45° en — 45° gelijk $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}\sqrt{3}$; zij geven de volgens de vlakken $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerde vibraties:

$$A. \tfrac{1}{2}\, sin(O + 24°17',5) \text{ en } B. {}^{1}\, sin(O + 265°48',5)$$

en

$$B. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin(O + 94°11',5) \text{ en } A. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin(O + 155°42',5)$$

en als resulteerenden:

$$\sqrt{0{,}42759}\, sin(O + 52°36') \text{ en } \sqrt{0{,}57241}\, sin(O + 169°6')$$

dus eene ellips, waarin het deeltje van regts naar links loopt; het vlak van polarisatie der groote as ligt 54°5',5 links van $x'z'$, dus in het azimuth — (54°5',5 + 60°) = — 114°5',5 van het vlak xz en het is dus links 99°5',5 gedraaid ten aanzien van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal. De vergelijking der ellips is

$$\frac{X^2}{0{,}732} + \frac{Y^2}{0{,}268} = 1.$$

Om nu alles zamen te trekken, voor eene phase-waarde van elk plaatje gelijk 60°, wanneer wij de draaijing van het vlak van polarisatie van de groote as der slot-ellips als draaijing van het vlak van polarisatie door het wenteltrapje opvatten:

Wanneer de oorsponkelijke straal gepolariseerd is

in Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45° . .	— 117°41′ . .	$\frac{x^2}{0{,}892} + \frac{y^2}{0{,}108} = 1$ . .	↻
+ 30° . .	— 110°39′ . .	$\frac{x^2}{0{,}989} + \frac{y^2}{0{,}011} = 1$ . .	↻
+ 15° . .	— 102°8′ . .	$\frac{x^2}{0{,}983} + \frac{y^2}{0{,}017} = 1$ . .	↺
0° . .	— 95°34′,5 . .	$\frac{x^2}{0{,}875} + \frac{y^2}{0{,}125} = 1$ . .	↺
— 15° . .	— 99°5′,5 . .	$\frac{x^2}{0{,}732} + \frac{y^2}{0{,}268} = 1$ . .	↺
— 30° . .	— 116°20′ . .	$\frac{x^2}{0{,}749} + \frac{y^2}{0{,}251} = 1$ . .	↺
+ 45° . .	— 117°41′ . .	$\frac{x^2}{0{,}892} + \frac{y^2}{0{,}108} = 1$ . .	↺

Uit de beschouwing hiervan vloeit nu het volgende voort:

Wanneer het phase-verschil tusschen de beide door ieder plaatje doorgelaten stralen 60° bedraagt, is de groote as der resulteerende ellips, hier vertegenwoordigd door haar vlak van polarisatie, verschillend gedraaid naar gelang het azimuth van het polarisatie-vlak van den invallenden straal verschilt; voor het azimuth 0° vonden wij die draaijing het kleinst en voor de azimuthen + 45° en — 45° het grootst. Wanneer dus de analyseerende polariscoop, b.v. in het azimuth — 110° wordt gesteld, zoude hij, bij het draaijen van het mica-praeparaat in zijn eigen vlak, kleine voor- en achterwaartsche draaijingen moeten ondergaan om op het maximum van intensiteit te blijven; dit is een kenschetsend onderscheid tusschen dit wenteltrapje en loodregt op de as gesneden kwarts-plaatjes Mogt het ons nu blijken dat de minima en maxima van draaijing der polarisatie-vlakken van de groote as der ellips voor verschillende phase-waarden van de plaatjes, dat is dus voor verschillende

kleuren met een zelfde plaatje, niet al te ver uit elkander loopen, dan zal die verplaatsing der groote as, of beter gezegd, die schommeling, wanneer de analyseerende polariscoop stil blijft staan, niet zoo zeer eene verandering van kleur als wel eene verandering in de intensiteit van het doorgelaten licht ten gevolge hebben.

Reusch zegt in verband met eene andere opmerking: „evenzoo ondergaat de kleur bij parallel licht kleine veranderingen bij het draaijen van den nicol, echter meer in de intensiteit dan in den kleurtoon.” De draaijing van den nicol, zijn analyseerenden polariscoop, heeft hier, mijns inziens, geen zin, omdat door de draaijing daarvan het mica-toestelletje alle kleuren van het spectrum doorloopt. In verband met hetgeen voorafgaat is dit noodzakelijk eene drukfout en meent hij eene draaijing van het mica-praeparaat zelf. Dan bevestigt hetgeen hij zegt volkomen het zoo even gevonden resultaat mijner rekening, dat ik zelf bij waarneming ook alzoo bevond.

Men ziet verder dat de rigting der beweging in de ellips tusschen de azimuthen $+30°$ en $+15°$ van regts-loopend in links-loopend overslaat; de kleine assen der ellipsen zijn voor deze azimuthen reeds zeer klein, namelijk $\sqrt{0,017}$; daartusschen ligt dus zeker een azimuth waarin de kleine as nul en dus het resulteerende licht regtlijnig gepolariseerd is. Dat azimuth zal derhalve dien stand van het wentel-trapje ten aanzien van het polarisatie-vlak van den invallenden straal aanwijzen, die het voordeeligst is en waarbij de intensiteit van het doorgelaten licht gelijk aan die van het opvallende is; de draaijing van het vlak van polarisatie mag dan ongeveer $105°$ zijn en de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje zal dan zoo omtrent in het azimuth $-20°$, dat is $20°$ links, van het vlak van polarisatie van dien invallenden straal liggen. Inderdaad werd ik ook steeds bij mijne proeven om dien kleurloozen stand, waarvan ik boven sprak, voor den nicol te bereiken, waarbij ik het wenteltrapje links en regts draaide, op eene draaijing van $105°$ tot $114°$ gebragt, zonder juist het minimum van $95°$ ooit te bereiken.

8. Ik wil nu niet verder gaan om het onderwerp op deze uitgebreide wijze te behandelen; ik laat alleen nog de uitkomsten volgen voor de phase-verschillen $65°$, $67°30'$ en $70°54'$

van ieder zamenstellend plaatje, waarvan het laatste belangrijk is, omdat daarbij de in het azimuth + 45° en — 45° ingevallen gepolariseerde stralen ten slotte twee stralen geven waarvan de een 180° of 0° op den anderen vooruit is.

Ik vond voor 65°:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45°	132°46′	$\frac{x^2}{0{,}971} + \frac{y^2}{0{,}029} = 1$	↻
+ 30°	125°20′	$\frac{x^2}{0{,}997} + \frac{y^2}{0{,}003} = 1$	↺
+ 15°	118°33′	$\frac{x^2}{0{,}872} + \frac{y^2}{0{,}128} = 1$	↺
0°	118°11′	$\frac{x^2}{0{,}797} + \frac{y^2}{0{,}203} = 1$	↺
— 15°	130°47′	$\frac{x^2}{0{,}750} + \frac{y^2}{0{,}250} = 1$	↺
— 30°	137°11′	$\frac{x^2}{0{,}859} + \frac{y^2}{0{,}141} = 1$	↻
— 45°	132°48′	$\frac{x^2}{0{,}970} + \frac{y^2}{0{,}030} = 1$	↻

Voor 67°30′:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45°	139°48′	$\frac{x^2}{0{,}992} + \frac{y^2}{0{,}008} = 1$	↻
+ 30°	132°5′,5	$\frac{x^2}{0{,}985} + \frac{y^2}{0{,}015} = 1$	↺
+ 15°	129°11′	$\frac{x^2}{0{,}899} + \frac{y^2}{0{,}101} = 1$	↺
+ 0°	132°43′	$\frac{x^2}{0{,}800} + \frac{y^2}{0{,}200} = 1$	↺
— 15°	142°43′	$\frac{x^2}{0{,}808} + \frac{y^2}{0{,}192} = 1$	↺
— 30°	141°5′	$\frac{x^2}{0{,}896} + \frac{y^2}{0{,}104} = 1$	↺
— 45°	139°48′	$\frac{x^2}{0{,}992} + \frac{y^2}{0{,}008} = 1$	↺

Voor 70°54′:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
$+45°$	149°56′,5	regtlijnig gepolariseerd.	
$+30°$	146°56′	$\frac{x^2}{0,938}+\frac{y^2}{0,062}=1$	↻
$+15°$	145°8′	$\frac{x^2}{0,896}+\frac{y^2}{0,104}=1$	↻
$+\ 0°$	149°54′	$\frac{x^2}{0,855}+\frac{y^2}{0,145}=1$	↻
$-15°$	155°31′	$\frac{x^2}{0,896}+\frac{y^2}{0,104}=1$	↻
$-30°$	152°51′,5	$\frac{x^2}{0,934}+\frac{y^2}{0,066}=1$	↻
$+45°$	149°56′,5	regtlijnig.	

Hiermede heb ik voor het oogenblik uitkomsten en getallen genoeg gegeven; ik heb nog een grooten voorraad uitkomsten, maar het zonderling verloop der uitkomsten voor de draaijing van het vlak van polarisatie der groote as, bij een zelfde phaseverschil doch verschillende azimuthen van polarisatie van den invallenden straal, houdt mij van verdere mededeeling terug. Vooralsnog heb ik geen regel in den gang der bedoelde getallen kunnen ontdekken en ik wil daarom mijne berekeningen eerst nog eens herzien, of er soms fouten in zijn geslopen. Later kom ik dan daarop nog eenmaal terug. Hier zoude het nu de plaats zijn om de zamengestelde kleur voor verschillende standen van het polarisatie-vlak van den analyseerenden polariscoop te gaan behandelen: maar ik heb daarvan nog niets berekend; bij eene volgende gelegenheid kan ik ook daarop terug komen.

9. Ik herhaal ten slotte dat ik in dit onderwerp van lieverlede meer ben begonnen te zien, dan de oplossing van een speciaal geval. Niet dat ik geloof, dat het blijken zal dat een kwarts-kristal, om het een weinig sterk uit te drukken, ten slotte geacht mag worden optisch overeen te komen met zulk een wenteltrap van dunne plaatjes; verre van daar. Maar omdat ik hoop dat mijne uitkomsten eene meer algemeene waarde

zullen hebben dan alleen voor dit zamenstel van mica blaadjes en omdat mijne methode van bewerking, zoo zij iets nieuws mogt bevatten, mogelijk wel in ruimeren zin kan worden toegepast; en eindelijk omdat ik vertrouw dat dit onderzoek voor mij de aanleiding zal worden om ter afwisseling eens de studie en bewerking der chromatische polarisatie ter hand te nemen, waarin nog werks genoeg te vinden is en waarin ik geloof dat na JOHN HERSCHELL niet veel meer gearbeid is.

Bereids ben ik een eind op weg met de berekening der verschijnselen voor het mica-wenteltrapje in convergent licht. Bij den aanvang scheen mij dit probleem hoogst ingewikkeld; en ik wil wel bekennen, dat ik er niet veel lust in gevoelde en nu gaarne tot verpoozing ook nog mij wel met iets anders bezig houd. Gelukkig echter kwam ik op den inval, dat het eigenlijk niet noodig is, om zes blaadjes achtereenvolgens te nemen en tot een geheel te vereenigen; hierin lag juist de reden van de groote complicatie der formulen. Men kan met eene eenvoudiger voorstelling volstaan. Immers, eene der soorten van trappen welke REUSCH opstapelt, bestaat uit eene reeks van opvolgende treden, waarin op een eerste plaatje een tweede onder een zekeren hoek gelegd wordt en dan eene geheele reeks zulke treden op elkander worden gestapeld. Welnu, de golvenvlakte is geheel symmetrisch en laat zich, wanneer wij alleen op de eene helft letten, die door onze brekende vlakte wordt afgesneden, door hare twee voorname vlakken in vier volkomen gelijke deelen verdeelen; daarom zijn onze regtsche wenteltrapjes b. v. eenvoudig seriën van combinaties door drie plaatjes gevormd, namelijk een eerste plaatje, een tweede een hoek van 60° regts met dit eerste makende en een derde dat een hoek van 60° links met het eerste plaatje maakt; het vierde valt weêr op het eerste; het vijfde op het tweede en het zesde of laatste op het derde, (evenzoo gaat het met de linksche). De onderhavige wenteltrapjes bestaan dus uit zulke stapeltjes van drie blaadjes, even als de eerste soort van trappen uit verbindingen van twee plaatjes; bereken ik dan den invloed van het eerste stapeltje van drie op een paar willekeurige stralen volgens de hoofdsnede $x\,z$ en het vlak $y\,z$ daar loodregt op gepolariseerd en herhaal ik die berekening acht maal achter elkander, wanneer ik telkens de

twee stralen, die uit het vorige stapeltje voor den dag komen, voor invallende stralen op het nieuwe stapeltje neem, dan heb ik ten slotte den invloed van den geheelen wenteltrap, en ik hoop nog immer daarvoor bekorte of althans symmetrische formulen te vinden. Deze wijze van beschouwen heeft ook dit vóór, dat de hoeken waaronder de plaatjes worden opgestapeld geene evenredige deelen van den omtrek behoeven te zijn; immers, die hoeken kunnen dan links en regts b.v. even goed 58° als 60° zijn en de formulen die ik dus ga toepassen zijn in dit opzigt algemeen.

Haarlem, 29 Dec. 1871.

ONTLEEDKUNDIG ONDERZOEK

VAN

DE VERKALKING DER NIERPYRAMIDEN.

DOOR

W. KOSTER.

Eenige jaren geleden was ik in de gelegenheid cystoïd ontaarde nieren te onderzoeken. De aanwezigheid van enkele verkalkte plekken in de niertepels, bij dat geval, gaf mij aanleiding, het ontstaan dier verkalking na te gaan, en het vraagstuk van den samenhang tusschen verkalking in de pyramiden en de aanwezigheid van cysten in de corticale stof der nier te behandelen. In die verhandeling, opgenomen in het *Nederl. Archief voor Genees- en Natuurkunde*, door DONDERS en KOSTER, Dl. I, blz. 207, werd de meening verdedigd, dat de kalkzouten ook in het interstitiëele weefsel tusschen de nierbuisjes zijn afgezet. Volgens de heerschende meening bevinden zich de kalkzouten (phosphorzure en koolzure kalk) in de nierbuisjes, waarop de gebruikelijke naam van „Kalkinfarct" verstopping der buisjes door kalk, berust. Meer bepaald had HENLE *) toen hij zijne ontdekking der lisvormige nierbuisjes bekend maakte, deze laatste ook als de primaire zitplaats van het kalkinfarct aangewezen, terwijl eerst bij verdere ziekelijke veranderingen van zulke plaatsen, de kalkzouten zich ook in het weefsel tusschen de buisjes afzetten, en met de kalk in de buisjes tot grootere klompjes samenvloeien zouden.

Het ontbrak mij, bij het boven vermelde onderzoek, aan ge-

*) *Zur Anatomie der Niere.* Göttingen. 1862, blz. 8.

noegzamen voorraad van ziekelijk veranderde nierplekken, om de zaak meer in het bijzonder na te gaan Ik kon niet door dwarse doorsneden van plaatsen, waar de eerste tijdperken der ziekelijke verandering bestonden, met zekerheid aantoonen, dat de gang van zaken bij de verkalking der nierpyramiden omgekeerd is: eerst ziekelijke verandering en verkalking van het interstitiëele weefsel, en, als einde van het proces, geheele verandering van het nierweefsel in kalkklompjes (met organische stof) waarbij ook de nierbuisjes verdwenen zijn. Wel had ik genoeg gezien, om die meening voor zeer waarschijnlijk te houden.

Na dien tijd ben ik in staat geweest herhaaldelijk verkalkte plekken in de nierpyramiden te onderzoeken, vooral ontleend aan lijken van oude personen, waarbij die verkalking, zooals bekend is, bijna uitsluitend gevonden wordt, al of niet in verband met andere ziekelijke veranderingen der nieren. Het is mijn doel niet hier de pathologische beteekenis dier verkalking, haar samenhang met andere nierziekten, of ziektetoestanden van het overige lichaam, uitvoerig te behandelen. Ik wil alleen kort vermelden wat het ontleedkundig onderzoek van beginnende verkalking der nierpyramiden heeft opgeleverd.

Men vindt nu en dan in de nieren van bejaarde personen, aan de toppen der pyramiden, en iets hooger tot 1 à 2 centimeters naar boven zich uitstrekkende, witte plekken, welke den ganschen top der pyramide, of slechts kleine gedeelten daarvan innemen. Naar boven breidt zich de witte plek niet gelijkmatig uit, maar in den vorm van strepen of strengen, waarvan dan somtijds enkele, divergeerend, tot twee centimeters, naar de basis der pyramide, zeer dun uitloopen. In de ergste gevallen is het gansche onderste derde gedeelte der nierpyramide in een witte massa veranderd, waarvan dan rondom nog stralen naar boven zich voortzetten. Reeds bij betasting en het insnijden van zulke plekken bemerkt men dat er verkalking bestaat. Men voelt een gruisachtige, steenachtige massa, en het mes krast, als men groote plekken doorsnijdt. De nierpyramiden hebben geen merkbare verandering in omvang ondergaan.

Dikwijls heeft men die verkalking aangetroffen, tegelijk met cysten aan de oppervlakte, of met andere ziekelijke veranderin-

gen der nieren (chronische ontsteking, fibreuse degeneratie). Niet zelden vindt men ook kleine witte verkalkte plekken en strepen bij de toppen der pyramiden in schijnbaar overigens normale nieren van oude personen. De gevallen welke ik in den laatsten tijd kon onderzoeken, waren allen van de laatste soort. Slechts éénmaal stond er een chronische ontsteking der nieren, bij een oud man, en waarschijnlijk de anders onverklaarbare dood, mede in verband. Over die verdere veranderingen zal ik thans echter niet, maar alleen over het onderzoek der verkalkte plekken, handelen

Wanneer men doorsneden van de ergst veranderde plekken bij den top der pyramide onder het mikroskoop brengt, is van de normale nierstructuur bijna niets meer te herkennen. Slechts de openingen van sommige der grootste nierbuisjes zijn dan nog te zien, terwijl het tusschenliggende weefsel een ondoorschijnende, donkere massa van grootere en kleinere kalkkorrels vormt. Voegt men verdund zwavelzuur bij het praeparaat, dan ontstaat sterke opbruisching, en later vindt men naalden van zwavelzuren kalk in het veld. Het overgebleven weefsel is dan weder half doorschijnend geworden, en vormt een troebele, licht korrelige massa (veranderd bindweefsel) waarin ook nu van de wanden der vroegere nierbuisjes slechts weinig is waar te nemen.

Aan zulke plekken is van de zitplaats der verkalking en hare wijze van ontstaan weinig te zien. Het geheele nierweefsel is tot ééne verkalkte massa geworden. Slechts blijkt het dat sommige der grootste, op den top der pyramide uitmondende nierbuisjes open zijn gebleven. Het epithelium is daarin niet meer aanwezig, evenmin als gewoonlijk in normale nieren, wanneer die vele uren na den dood uit het lijk genomen zijn.

Dit geldt van dwarse doorsneden dicht bij den top der pyramide, waar vooral de verkalking voorkomt. Maakt men overlangsche doorsneden, in de richting der strepen welke zich naar boven voortzetten, dan is op de ergst aangedane plaatsen het beeld ook dat van geheel door verkalking onkenbaar geworden nierweefsel. Op plaatsen echter, waar tusschen niet verkalkte plekken, slechts enkele kalkstrepen voorkomen, neemt men nu een beeld waar, dat bij den eersten indruk tot de meening moet voeren, dat de nierbuisjes zelve door de kalkmassa zijn gevuld.

Dikwijls krijgt men ook lisvormig gebogen verkalkte strepen te zien, welke de meening van HENLE verklaren, dat het zoogenoemde kalkinfarct vooral in de door hem ontdekte lisvormige buisjes zit.

Nauwkeuriger onderzoek van dwarse doorsneden op zulke plaatsen leert echter dat de lumina, ook der nauwe nierbuisjes, nog geheel open zijn, en door ringen van verkalkt interstitiëel weefsel worden omgeven. De kalkkorreltjes liggen verspreid tusschen de nierbuisjes, en dicht daartegen aan. Blijkbaar moet op overlangsche doorsneden daardoor de indruk ontstaan alsof het buisje met kalk gevuld is. Het wordt door een manteltje van verkalkt weefsel omgeven. In de plekken, welke nog weinig veranderd zijn — en dat zijn de eenige welke voor het onderzoek dienen kunnen — ziet men tusschen de naast elkander liggende gewone buisjes, zwarte strepen, somtijds lisvormig ombuigende, en het is niet uit te maken of binnen die zwarte strepen nog de wand en het open lumen der nierbuisjes bestaan; dan of die zwarte strepen van vulling der buisjes met kalk afhangen. Erger veranderde plekken geven weder een niet te ontwarren beeld, een geheel met kalkkorrels doorzaaid en daardoor ondoorschijnend veld. Dwarse doorsneden geven echter zekerheid (fig. 1) en ook op overlangsche doorsneden treft men niet zelden plaatsen aan, waar nierbuisjes, schuins doorgesneden, door kalkringen omgeven liggen naast schijnbaar met kalkzouten gevulde buisjes (fig. 2).

Op dwarse doorsneden verkrijgt men den indruk dat de kalkzouten geheel overeenkomstig den loop der bloedvaten worden afgezet. Rondom de groote buizen ligt dikwijls een ringetje geheel beantwoordende aan de afbeelding der bloedvaten in HENLE's verhandeling.

Eigenaardig is het voorkomen der kalkkorreltjes in het begin der verkalking, wanneer zij nog niet het bindweefsel geheel ondoorschijnend gemaakt hebben. Het praeparaat is bij den eersten blik met zwarte zeer kleine korreltjes doorzaaid, en daardoor ondoorschijnend. Let men echter, bij verplaatsing van het focus, nauwkeuriger op, dan ziet men dat de korreltjes, op zich zelf, geelachtige, half doorschijnende bolletjes zijn, wanneer zij scherp worden gezien, terwijl zij iets hooger of

lager geplaatst, en in meerdere lagen uit den aard der zaak, de plek donker, zwart, maken. Een zeer dunne doorsnede kan daardoor den indruk maken van met vetbolletjes doorzaaid weefsel. Daarnaast liggen dan echter weder donker zwarte plekken, welke met aether niet verdwijnen, en met verdund zwavelzuur opbruischen.

Blijkbaar hebben wij met een verbinding van kalkzouten met organische stof te doen. Het is bekend dat de koolzure kalk met organische stof allerlei vormen kan aannemen, maar vooral den sphaerischen. De lichaampjes maken een geheel anderen indruk dan gewone kalkkorrels. Dat in de verkalkte nierplekken koolzure kalk voorkomt is reeds gebleken. Waarschijnlijk komt er echter ook phosphorzure kalk in voor. Dit is in die mikroskopische hoeveelheden, en in een mengsel van allerlei stoffen, moeielijk aan te toonen, maar waarschijnlijk omdat altijd bij verkalking van weefsels in ziekelijken toestand, evenals bij de de verkalking van normaal beenweefsel, phosphorzure en koolzure kalk vereenigd voorkomen. De kalkbolletjes hebben een middellijn van $^1/_{600}$—$^1/_{200}$ millimeter, daar waar zij op zich zelf in het weefsel kunnen onderscheiden worden. In de erger veranderde ziekelijke plekken treft men grootere klompjes van verschillende grootte aan, maar geen eigentlijke kristalvormen.

Bij beschouwing van plekken waar de verkalking pas begint, op dwarse doorsneden, valt het in het oog, dat het interstitiëele weefsel veel omvangrijker is dan in normale nieren, terwijl de nierbuisjes, daardoor verder van elkander verwijderd liggen, en blijkbaar samengedrukt, vernauwd, zijn. Die betrekkelijke vermeerdering van het interstitiëele bindweefsel valt reeds in het oog op plaatsen waar nog geen kalkbolletjes zijn waar te nemen. Het vergroote bindweefsel ziet er troebel uit, en de nierbuisjes missen den ronden vorm met scherpe omtrekken, zooals zij in normale nieren gezien worden. Het epithelium ontbrak in de meeste nierbuisjes op dwarse doorsneden, zooals bijna altijd het geval is, wanneer menschelijke nieren, vele uren na den dood uit het lijk genomen en in spiritus bewaard zijn. Enkele praeparaten verkreeg ik waarin het epithelium nog geheel of gedeeltelijk bestond. In de wijdere

buisjes vormde het dan licht korrelige opeenhoopingen van cellen zonder duidelijke omtrekken, slechts hier en daar kon nog een epithelium-bekleeding der wanden worden waargenomen. Wat hierbij als wezenlijk ziekelijke verandering, wat als gevolg van de veranderingen na den dood beschouwd moet worden is niet met zekerheid te zeggen Dit alleen bleek mij van sommige praeparaten, dat reeds vroeg, terwijl nog nauwelijks kalkafzetting heeft plaats gehad, het epithelium ziekelijke veranderingen heeft ondergaan. Ik verkreeg een paar praeparaten, waarin donkere ringen van een korrelige epitheliumlaag wier afzonderlijke cellen niet meer te herkennen waren, in een gansche groep van nierbuisjes naast elkander voorkwamen. Hier was in het interstitiëele weefsel nog slechts een spoor van verkalking, en die donkere ringen konden den indruk maken van kalkafzetting primair in de buisjes. Er was echter nog een zeer ruim lumen binnen die ringen vrij, en hun voorkomen verschilde zeer van een door kalkafzetting veranderd weefsel. De eigenaardige bolletjes, zooals in het interstitiëele weefsel daarnaast voorkwamen, ontbraken. De ondoorschijnendheid van de ineengeschrompelde epitheliumlaag hing van een geheel andere korrelige metamorphose af. Daarnaast lagen dan weder groepen van nierbuisjes, welke geheel ledig, en door donkere kalkringen omgeven waren.

De betrekkelijke toename van het verkalkte interstitiëele bindweefsel, en de verdringing der nierbuisjes kan uit den aard der zaak moeielijk door groote verschillen in de afmetingen der buisjes en interstitia blijken. Ik heb de afmetingen van een dwarse doorsnede van een normale nierpyramide op dezelfde hoogte ($^1/_2$ centimeter) boven de papilla renis met die eener verkalkte pyramide vergeleken. Op die hoogte is de hoeveelheid interstitiëel weefsel in een normale nier gering. De afstanden tusschen de nierbuisjes bedragen $^1/_{280}$—$^3/_{280}$—$^5/_{280}$ millimeter. De middellijn der grootste nierbuisjes bedraagt $^1/_{28}$—$^1/_{24}$—$^1/_{14}$, die der kleinere en kleinste $^1/_{40}$—$^1/_{60}$ millimeter.

Daarenboven zijn dan de omtrekken der nierbuisjes cirkelrond en scherp begrensd. Aan de verkalkte nierpyramiden bedragen de afstanden tusschen de buisjes $^3/_{280}$—$^5/_{280}$—$^9/_{280}$ millimeter. De groote, verzamelende, buisjes zijn het minst veranderd. De

kleinere hebben een onregelmatigen vorm en de membrana propria is bij velen onduidelijk geworden. Hunne middellijnen bedroegen voor de kleinere en kleinste $^1/_{70}$—$^1/_{80}$—$^1/_{90}$ millimeter.

Op grond van alles wat het onderzoek der verkalkte plekken in de nierpyramiden heeft opgeleverd, lijdt het geen twijfel, of er bestaat een ziekelijke verandering van het interstitiëele bindweefsel als grondslag der verkalking. De ziekelijke voeding in het bindweefsel heeft ook op het epithelium der nierbuisjes invloed; het wordt secundair atrophisch en korrelig veranderd, en uitgestooten. Neemt de ziekelijke verandering, met name de verkalking van het bindweefsel toe, dan worden de nierbuisjes geheel verdrongen. Men kan plekken van meer dan een vierkanten millimeter aantreffen, waar geen nierstructuur meer te herkennen is, maar slechts een verkalkte bindweefselmassa bestaat, welke na het oplossen der kalkzouten als een troebele, fijnkorrelige, niet duidelijk vezelige massa overblijft.
Het ziekteproces komt in de hoofdzaak overeen met de bindweefsel-veranderingen (hypertrophie, later atrophie en dikwijls verkalking), welke ook in andere organen, in den hoogen leeftijd, zoo vaak voorkomen. Het verschilt geheel van een eigentlijk infarct, welken naam men er aan gegeven heeft, op grond van de vermeende overeenkomst met de verstopping der nierbuisjes, weder in de pyramiden, door acidum uricum en uraten, die bij pasgeboren kinderen voorkomt (piszuur-infarct). Ook bij dat piszuur-infarct zou men op overlangsche doorsneden niet met volkomen zekerheid de zitplaats van de ondoorschijnende strepen kunnen herkennen, ofschoon toch het voorkomen van zulk een doorsnede een geheel anderen indruk maakt dan die van een overeenkomstige bij het zoogenoemde kalkinfarct. Het regelmatige divergeerende verloop der dunne streepjes bij het eerste verschilt zeer van de onregelmatiger zich verbreidende donkere strepen in verkalkte nierpyramiden. Dwarse doorsneden geven terstond zekerheid omtrent den zetel van het piszure infarct; ik meen dat een nauwkeuriger onderzoek van dwarse doorsneden der verkalkte nierpyramiden thans ook de zekerheid heeft gegeven, dat daarbij de kalkzouten niet primair in de nierbuisjes zijn afgezet.

Ik meen aan de uitkomst van dit onderzoek eenig gewicht te

mogen hechten, omdat zij van invloed is op onze voorstelling van den aard en de ontwikkeling van het ziekteproces in de nieren, en het veelbesproken verband tusschen verkalking der nierpyramiden en het ontstaan van niercysten kan ophelderen. Het is hier de plaats niet om het laatste punt uitvoeriger te behandelen Ik merk daaromtrent alleen op dat bij mijne opvatting van het ontstaan der niercysten een interstitiëele nephritis der pyramiden vooraf gaat, waarmede, zooals overal met chronische bindweefselziekten in den hoogen leeftijd, verkalking nu eens wel, dan eens niet, gepaard kan gaan. Neemt men daarentegen een verstopping der nierbuisjes door „kalkinfarct" aan, dan zou het geheel onbegrijpelijk zijn dat het laatste bij het niercystoïd nu eens wel, dan eens niet gevonden wordt. Vandaar de weifeling omtrent de pathogenie van het niercystoïd bij VIRCHOW, FÖRSTER e. a.

De aard en de ontwikkeling der verkalking in de nierpyramiden stelt dit ziekteproces dus op één lijn met de veranderingen van vele organen in den ouderdom door ziekelijke voeding in het interstitiëele bindweefsel, zooals zij bij voorbeeld in de lever tot de zoogenoemde *cirrhosis* voert. Geheel anders zouden de denkbeelden omtrent de verkalking der nierpyramiden moeten zijn, wanneer men een „infarct" aanneemt. Men kan zich daarbij voorstellen een primaire ziekelijke verandering van het nierepithelium, gelijk zij voorkomen, en waarbij dan (uit de urine of uit het bloed?) kalkafzetting in de epitheliumcellen volgt. Zulk een verkalking in parenchymcellen komt echter nergens elders voor. Overal gaat verkalking uit van veranderingen in het bindweefsel. Verder pleit zeer tegen die meening, dat bij de zoo vaak voorkomende ziekelijke veranderingen van het epithelium der nieren, in de zoogenoemde Brightsche ziekte, die kalkafzetting niet wordt waargenomen.

Men kan echter ook denken aan een abnormalen chemischen toestand der urine, evenals bij het „piszuur-infarct" waar een overlading der urine met acidum uricum en uraten bestaat. Aan zulk eene afzetting van kalkzouten uit de urine hebben zeker de meeste pathologen gedacht, en het feit, dat in hoogst zeldzame gevallen kalkafzetting in de nierbuisjes, tegelijk met een sediment van kalkzouten in de gedurende het leven ge-

loosde urine, is aangetroffen, schijnt zulk een voorstelling te steunen. Bij uitgebreide verwoesting vau beenweefsel door kanker, en in de osteomalacie is zulk een kalksediment in de urine waargenomen, en heeft men ook kalkafzetting in de maagwanden en de longen aangetroffen. Zulke toestanden van verstopping der nierbuisjes door kalkzouten verschillen stellig geheel van hetgeen men steeds als „kalkinfarct" heeft beschreven, en waarbij VIRCHOW *) spreekt van verstopping der rechte nierbuisjes, terwijl HENLE een vulling der lisvormige kanaaltjes met kalkzouten aanneemt. Dat geen van beiden met werkelijke afzetting van kalkzouten in de nierbuisjes hebben te doen gehad, is, na hetgeen ik boven heb medegedeeld, waarschijnlijk. Dat HENLE het „kalkinfarct" in de lisvormige kanaaltjes plaatste is niet in overeenstemming met het feit dat de verkalking het meest vlak aan de toppen der pyramiden voorkomt. Het vindt echter zijne opheldering in het werkelijk zeer dikwijls voorkomen van lisvormig gebogen kalkstrepen op overlangsche doorsneden, en het liggen der kalkringen rondom de wijde nierbuisjes dicht bij de papilla renis, zoo als HENLE den loop der lisvormige kanaaltjes beschreef. Het is echter duidelijk dat de interstitiëele kalkafzetting langs de bloedvaten overeenkomstige beelden moet teweeg brengen.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

Fig. 1. Dwarse doorsnede eener verkalkte plek in een nierpyramide, ongeveer $^1/_2$ centimeter boven den top. Kalkringen rondom de nierbuisjes.

Fig. 2. Overlangsche doorsnede eener verkalkte plek in een nierpyramide, ongeveer $^1/_2$ centimeter boven den top.

---

*) Nach meinen Beobachtungen findet in den meisten Fällen von einfachen Nierencysten eine Obstruction der geraden Harnkanälchen durch kohlensaure oder phosphorsaure Kalksalze statt. (*Gesammelte Abhandl.* S. 840 en 84).

Utrecht, 30 Sept. 1871.

EEN WOORD

OVER

EENIGE DIEPE PUTBORINGEN TE UTRECHT.

DOOR

P. HARTING.

Voorgedragen in de gewone vergadering van 27 Jan. 1872.

In den loop der laatste jaren zijn te Utrecht eenige diepe putten geboord: een op het Vreeburg tot eene diepte van ruim 42 meters, een tweede in het Krankzinnigen-gesticht aldaar tot eene diepte van 53 meters, een derde op het Jacobi-kerkhof, tot de diepte van 72,5 meters, eindelijk een vierde, in het middengedeelte der stad, op de Neude, tot de aanmerkelijke diepte van 152 meters. De bij de laatste dezer putboringen verkregen gronden zijn verzameld door den Heer Jhr. Mr. A. D. VAN RIEMSDIJK en door hem beschreven in eene aan de gezondheids-commissie der stad Utrecht ingediende Memorie, getiteld: *Drinkwater en Grondboringen te Utrecht in* 1872. Het strekt mij tot een waar genoegen, namens den schrijver, een exemplaar van dit zeer verdienstelijk geschrift aan de Akademie voor hare bibliotheek aan te bieden. Maar dit doende, mag ik niet nalaten er zelf op te wijzen, dat de kennis die deze putboringen ons van den dieperen Utrechtschen bodem verschaft hebben, er toe leiden om de denkbeelden, welke ik voor twintig jaar in mijne Verhandeling over *den Bodem onder Amsterdam* (Verh. der eerste klasse van het Kon. Ned. Instituut, 3de Reeks, Dl. V) aangaande de zamenstelling van dit gedeelte van onzen vaderlandschen bodem ontwikkeld heb, aanmerkelijk te wijzigen.

Het zij mij veroorloofd dit hier zeer in het kort aan te wijzen. Uit het onderzoek der gronden opgebragt bij de verschillende diepe putboringen te Amsterdam was gebleken, dat deze

tot op eene diepte, welke op de onderscheidene punten verschilde van 38 tot 61 meters, uit afwisselende klei- en zandlagen is zamengesteld, die, blijkens de daarin gevonden organische overblijfselen, in zeewater zijn afgezet. Beneden die diepte komt men in eene fossilenvrije zandlaag, welke op de grootste diepte, door eene der boringen bereikt, namelijk van 174 meters, nog niet doorboord was.

Te Zeist nu werd bij eene boring tot op eene diepte van 161 meters alleen zand gevonden, dat mede geene fossilen bevatte, dan welligt een fragment eener *Corbula*, omtrent hetwelk ik mij echter geene zekerheid heb kunnen verschaffen.

Als middellid tusschen die beide magtige fossilenvrije zandvormingen, waarvan de eene zich tot boven de zee verheft, terwijl de andere daar diep onder nederdaalt, vertoonde zich nu de zandlaag, waarin de Utrechtsche welputten geboord zijn, en die op weinige meters diepte onder den beganen grond gelegen is. Ook in die zandlaag komen geene fossilen voor. En zoo bestond er inderdaad grond om aan te nemen, dat die verschillende zandbeddingen, welke ook door hare mineralogische bestanddeelen, geen belangrijke verschillen aanboden, deelen van eene en dezelfde groote zandvorming waren, namelijk van het diluviale zand onzer heidevelden, dat aldaar onbedekt is, maar waarop zich in de westelijk en noordelijk van onze stad gelegen streken, de alluviale lagen hebben afgezet, die derhalve doorboord moeten worden om dien dieperen, diluvialen zandbodem te bereiken.

In de genoemde Verhandeling gaf ik de figuur eener denkbeeldige doorsnede van den bodem tusschen Zeist, Utrecht en Amsterdam, welke de wijze voorstelde, waarop, naar mijne toenmalige meening, de uit zeewater bezonken alluviale lagen onder Amsterdam zich tegen het daarheen afdalend diluviale zand aansluiten.

Tegen de juistheid dier voorstelling rees echter reeds groot bedenken door den uitslag eener putboring te Vinkeveen, in 1868 uitgevoerd, op voorstel der Commissie, benoemd bij Zijner Majesteits besluit van 16 Julij 1866, tot onderzoek van het drinkwater in ons vaderland, van welke Commissie ik de eer had lid te zijn. Deze putboring werd voortgezet tot eene diepte van 64 meters. Ware mijne voorstelling geheel juist

geweest, dan had men op die plaats op geringe diepte onder den grond eenige lagen van zee-alluvium en vervolgens op eene diepte van omstreeks 20—30 meters het diluviale zand aangetroffen. In de plaats daarvan bleek het, dat zich tot op eene diepte van 60 meters eene bedding van rivierzand uitstrekt, een ontwijfelbaar zoetwater-alluvium. Eerst op die diepte verandert de aard der bedding genoegzaam om het voor mogelijk aan te nemen, dat toen het diluvium bereikt was. (Zie het *Rapport der Commissie*, bl. 344).

Nog duidelijker nu is de onjuistheid dier vroegere voorstelling gebleken uit de gronden, opgebragt bij de boven vermelde diepe boringen in den bodem onder Utrecht. Ik heb gelegenheid gehad die der putboringen in het Krankzinnigen-gesticht en op het Jacobi-kerkhof alle, en ook een goed deel van die verkregen bij de putboring op de Neude te onderzoeken, maar zal thans geen uitvoerig verslag van dit onderzoek geven; te minder omdat de Heer VAN RIEMSDIJK dit door zijn geschrift tamelijk overbodig heeft gemaakt. Het zij derhalve voldoende hier de algemeene uitkomst van dit onderzoek mede te deelen. De bodem onder Utrecht bestaat tot op eene zeer aanmerkelijke diepte, welke bij de eerstgenoemde putboringen zelfs niet bereikt is, uit afwisselende lagen klei, kleimergel en zand, die vermoedelijk enkel zoetwater-alluvia zijn. Er is althans geen spoor van zee-organismen in gevonden, en daarentegen duidt zoowel de aard der minerale bestanddeelen, als de hier en daar voorkomende gehumifiëerde plantenoverblijfsels eenen duidelijken zoetwater-oorsprong aan. Bij de putboring op de Neude heeft men echter op de diepte van 96 meters eene zandbedding bereikt, die zich van de hooger gelegene merkelijk onderscheidt en waarvan men met eenigen grond vermoeden mag, dat zij eene voortzetting is derzelfde magtige zandbedding die te Amsterdam op omstreeks 38—61 meters diepte een aanvang neemt, welligt ook van die welke te Gorinchem tot eene diepte van 117 meters onder A. P. afdaalt (zie mijne Verhandeling: *De bodem onder Gorinchem*, I[e] Deel der Verh. uitgeg. door de Commissie voor de Geologische Beschrijving en Kaart van Nederland), en aldaar op eene zee-formatie rust, welke tot het jongste tertiaire tijdvak behoort.

Ook te Utrecht begint op 142 meters diepte eene ontwijfelbare zee-formatie, herkenbaar aan de overblijfselen van schelpdieren, waaronder soorten zijn die nog tot onze gewone strandschelpen behooren. Toch houd ik het voor geenszins onwaarschijnlijk, dat die zeevorming tot hetzelfde tijdperk behoort als die welke te Gorinchem wordt aangetroffen. Is dit zoo, en is tevens de daarboven gelegen magtige fossilen-vrije zandlaag in zamenhang met het diluviale zand onzer heiden en met de groote zandbedding onder Amsterdam, dan zoude bij diepere boring door deze beide laatsten eindelijk ook op eene dergelijke tertiaire zeewater-vorming moeten gestooten worden. Misschien is de bovengenoemde *Corbula*, die in de diepte van den Zeister put zoude gevonden zijn, een bewijs daarvoor.

Doch ik onthoud mij van verdere gissingen, die, gelijk nu weder gebleken is, op dit gebied zoo ligt gelogenstraft worden, wanneer nieuwe feiten aan het licht treden, welke met vroeger gekoesterde voorstellingen in strijd zijn.

IETS OVER QUADRATUUR BIJ BENADERING.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Aangeboden in de Gewone Vergadering van 27 Jan. 1872.

1. Zoo als men genoeg weet, zijn er reeds onderscheidene formulen bekend, die tot doel hebben het bepalen bij benadering van den inhoud eener vlakke kromme lijn. Die formulen kunnen alle uit het theorema van TAYLOR worden afgeleid, en zijn ook daarom van gewicht, omdat zij dikwerf van groot nut zijn bij het sommeeren van reeksen, en bij het berekenen der waarde van bepaalde integralen. Het is daarbij altijd van het grootste belang om de fout te leeren bepalen, die men telkens begaat, althans daarvan de grootste waarde aan te geven

Om tot dit doel te geraken, zal in dit opstel het verschil $f(x+h)-f(x)$ eerst worden bepaald, hetzij door de verschillen, hetzij door de sommen van de gelijknamige afgeleiden van $f(x+h)$ en $f(x)$.

2. Het theorema van TAYLOR levert ons

$$f(x+h)-f(x)=hf^{\mathrm{I}}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{\mathrm{II}}(x)+\frac{1}{6}h^3f^{\mathrm{III}}(x)+\frac{1}{24}h^4f^{\mathrm{IV}}(x)+$$

$$+\frac{1}{120}h^5f^{\mathrm{V}}(x)+\frac{1}{720}h^6f^{\mathrm{VI}}(x)+\frac{1}{5040}\;h^7f^{\mathrm{VII}}(x)+$$

$$+\frac{1}{40320}h^8f^{\mathrm{VIII}}(x)+\frac{1}{362880}h^9f^{\mathrm{IX}}(x)+\frac{1}{3628800}h^{10}f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k/1}}h^{2k}f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k+1/1}}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots+\mathrm{R}\ldots(\mathrm{A}).$$

Schrijven wij nu hierin $f^{\mathrm{I}}(z)$ voor $f(z)$ en stellen wij de gelijknamige afgeleiden in de tweede leden onder elkander, dan is

$$
\begin{aligned}
f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x) = \quad & h f^{\mathrm{II}}(x)+\frac{1}{2}h^2 f^{\mathrm{III}}(x)+\frac{1}{6}h^3 f^{\mathrm{IV}}(x)+\\
&+\frac{1}{24}h^4 f^{\mathrm{V}}(x)+\frac{1}{120}h^5 f^{\mathrm{VI}}(x)+\frac{1}{720}h^6 f^{\mathrm{VII}}(x)+\\
&+\frac{1}{5040}h^7 f^{\mathrm{VIII}}(x)+\frac{1}{40320}h^8 f^{\mathrm{IX}}(x)+\frac{1}{362880}h^9 f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots\\
&+\frac{1}{1^{2k-1/1}}h^{2k-1/1} f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k/1}}h^{2k} f^{2k+1}(x)+\ldots \quad (\mathrm{A}_1).
\end{aligned}
$$

Men kan nu in de tweede leden de $f^{\mathrm{II}}(x)$ elimineeren, door (A_1) met $\frac{1}{2}h$ te vermenigvuldigen en dit produkt van (A) af te trekken; alzoo komt er

$$
\begin{aligned}
\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\} = & \, h f^{\mathrm{I}}(x)-\frac{1}{12}h^3 f^{\mathrm{III}}(x)-\\
&-\frac{1}{24}h^4 f^{\mathrm{IV}}(x)-\frac{1}{80}h^5 f^{\mathrm{V}}(x)-\frac{1}{720}h^6 f^{\mathrm{VI}}(x)-\frac{1}{2016}h^7 f^{\mathrm{VII}}(x)-\\
&-\frac{1}{13440}h^8 f^{\mathrm{VIII}}(x)-\frac{1}{103680}h^9 f^{\mathrm{IX}}(x)-\frac{1}{907200}h^{10} f^{\mathrm{X}}(x)-\ldots\\
&-\frac{k-1}{1^{2k/1}}h^{2k} f^{2k}(x)-\frac{k-\frac{1}{2}}{1^{2k+1/1}}h^{2k+1} f^{2k+1}(x)-\ldots \quad (1).
\end{aligned}
$$

Evenzoo kan men in de reeks van TAYLOR (A) voor $f(z)$ nemen $f^{\mathrm{II}}(z)$ en dan wederom in het tweede lid de gelijknamige afgeleiden onder die der vorige uitkomst schrijven, aldus

$$
\begin{aligned}
f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x) = \quad & h f^{\mathrm{III}}(x)+\\
&+\frac{1}{2}h^2 f^{\mathrm{IV}}(x)+\frac{1}{6}h^3 f^{\mathrm{V}}(x)+\frac{1}{24}h^4 f^{\mathrm{VI}}(x)+\frac{1}{120}h^5 f^{\mathrm{VII}}(x)+\\
&+\frac{1}{720}h^6 f^{\mathrm{VIII}}(x)+\frac{1}{5040}h^7 f^{\mathrm{IX}}(x)+\frac{1}{40320}h^8 f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots\\
&+\frac{1}{1^{2k-2/1}}h^{2k-2} f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k-1/1}}h^{2k-1} f^{2k+1}(x)+\ldots \quad (\mathrm{A}_2).
\end{aligned}
$$

Ten einde nu door deze (A_2) de $f^{III}(x)$ uit (1) te elimineeren, moet men (A_2) met $\frac{1}{12}h^2$ vermenigvuldigen, en het produkt bij (1) bijtellen: maar daarbij ziet men dadelijk, dat ook $f^{IV}(x)$ geëlimineerd wordt. Dit geeft tot uitkomst

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}=$$

$$=hf^{I}(x) \quad +\frac{1}{720}h^5f^{V}(x)+\frac{1}{1440}h^6f^{VI}(x)+$$

$$+\frac{1}{5040}h^7f^{VII}(x)+\frac{1}{24192}h^8f^{VIII}(x)+\frac{1}{145152}h^9f^{IX}(x)+$$

$$+\frac{1}{1036800}h^{10}f^{X}(x)+\ldots.$$

$$+\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2)}{1^{2k}/1.3}h^{2k}f^{2k}(x)+\frac{(k-1)(k-1\frac{1}{2})}{1^{2k+1}/1.3}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots(2).$$

Om nu op dezelfde wijze voort te gaan, kan men weder de reeks van TAYLOR (A) bezigen, maar nu moet men de $f(z)$ door $f^{IV}(z)$ vervangen. Blijft men daarbij altijd de gelijknamige afgeleiden onder elkander schrijven, zoo geeft dit

$$f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)= \qquad hf^{V}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{VI}(x)+$$

$$+\frac{1}{6}h^3f^{VII}(x)+\frac{1}{24}h^4f^{VIII}(x)+\frac{1}{120}h^5f^{IX}(x)+$$

$$+\frac{1}{720}h^6f^{X}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-4}/1}h^{2k-4}f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k-3}/1}h^{2k-3}f^{2k+1}(x)+\ldots(A_3).$$

En werkelijk kan men nu de $f^{V}(x)$ elimineeren door deze uitkomst met $\frac{1}{720}h^4$ te vermenigvuldigen en het produkt van (2) af te trekken. Dan ook hier doet zich de bijzonderheid voor, dat alsdan tegelijker tijd de $f^{VI}(x)$ verdwijnt; men houdt dan over

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}=hf^{\mathrm{I}}(x)-\frac{1}{30240}h^7f^{\mathrm{VII}}(x)-$$

$$-\frac{1}{60480}h^8f^{\mathrm{VIII}}(x)-\frac{17}{3628800}h^9f^{\mathrm{IX}}(x)-\frac{1}{1036800}h^{10}f^{\mathrm{X}}(x)-\ldots$$

$$-\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2\frac{1}{2})(k-3)(k+4)}{1^{2k/1}.\,3\ 5.\ 3}h^{2k}f^{2k}(x)-$$

$$-\frac{(k-1)(k-2)(k-2\frac{1}{2})(k+4\frac{1}{2})}{1^{2k+1/1}.\,3.\ 5.\ 3}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)-\ \ldots.(3).$$

Vervang weder in (A) $f(x)$ door $f^{\mathrm{VI}}(x)$, zoo is

$$f^{\mathrm{VI}}(k+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)=\qquad hf^{\mathrm{VII}}(x)$$

$$+\frac{1}{2}h^2f^{\mathrm{VIII}}(x)+\frac{1}{6}h^3f^{\mathrm{IX}}(x)+\frac{1}{24}h^4f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-6/1}}h^{2k-6}f^{2k}(x)\qquad+$$

$$+\frac{1}{1^{2k-5/1}}h^{2k-5}f^{2k+1}(x)+\ldots\ldots\ldots\ldots(A_4).$$

Wanneer men deze met $\frac{1}{30240}h^6$ vermenigvuldigt, ten einde na de optelling van het produkt bij (3) de $f^{\mathrm{VII}}(x)$ te elimineeren, ziet men dat ook hier tevens de $f^{\mathrm{VIII}}(x)$ wegvalt.

Er komt dan

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}=$$

$$=hf^{\mathrm{I}}(x)+\frac{1}{1209600}h^9f^{\mathrm{IX}}(x)+\frac{1}{2419200}h^{10}f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots$$

$$+\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2\frac{1}{2})(k-3\frac{1}{2})(k-4)(k^2+4k+9)}{1^{2k/1}.\,3.\ 5.\ 7.\ 3.\ 4\frac{1}{2}}h^{2k}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{(k-1)(k-2)(k-3)(k-3\frac{1}{2})(k^2+5k+11\frac{1}{4})}{1^{2k+1/1}.\,3.\ 5.\ 7.\ 3.\ 4\frac{1}{2}}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots(4).$$

Ten slotte stelle men in (A) $f^{\mathrm{VIII}}(z)$ voor $f(z)$ in de plaats, dat is

$$f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)= \quad hf^{\mathrm{IX}}(x) \quad +\frac{1}{2}h^2f^{\mathrm{X}}(x)+\dots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-8/1}}h^{2k-8}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{1}{1^{2k-7/1}}h^{2k-7}f^{2k+1}(x)+\dots\dots\dots\dots \quad (A_5).$$

Deze kan wederom dienen om uit de vergelijking (4) de $f^{\mathrm{IX}}(x)$ te elimineeren; dit geschiedt, als men (A_5) vermenigvuldigt met $\frac{1}{1209600}h^8$ en het komende produkt van (4) aftrekt. Bij deze bewerking wordt wederom de $f^{\mathrm{X}}(x)$ tegelijk geëlimineerd en men verkrijgt

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}=hf^{\mathrm{I}}(x)+f^{\mathrm{XI}}(x)\dots+\dots$$

$$+\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2\frac{1}{2})(k-3\frac{1}{2})(k-4\frac{1}{2})(k-5)(k+2)(k^2+k+8)}{1^{2k/1}\ 3.\ 5.\ 7.\ 9.\ \ 5}h^{2k}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-4\frac{1}{2})(k+2\frac{1}{2})(k^2+2k+8\frac{3}{4})}{1^{2k+1/1}\ 3.\ 5.\ 7.\ 9.\ \ 5}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\dots(5).$$

3. Uit deze laatste uitkomst kan men nu $f(x+h)-f(x)$ oplossen, en daarbij de termen, die h tot coefficiënt hebben, bijeenvoegen; op die wijze komt er

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}=-\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}+$$

$$+\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}-\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}-\dots\dots \quad (6).$$

Nu bestaat de eerste term van het tweede lid dezer vergelijking uit de som van de eerste afgeleiden van $f(x+h)$ en $f(x)$. Naar dezelfde methode als in N°. 2, kan men ook hier de verschillen van gelijknamige afgeleiden herleiden tot de som van andere gelijknamige afgeleiden. Daartoe stelle men vooreerst in de vorige formule $f^{\text{II}}(z)$ voor $f(z)$ in de plaats, en vermenigvuldige de uitkomst met $\frac{1}{12}h^2$: dit produkt trekke men van de vergelijking (6) af. Alzoo verkrijgt men

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\,\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{120}h^4\{f^{\text{IV}}(x+h)-f^{\text{IV}}(x)\}-\frac{1}{6720}h^6\{f^{\text{VI}}(x+h)-f^{\text{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{13}{3628800}h^8\,\{f^{\text{VIII}}(x+h)-f^{\text{VIII}}(x)\}-\ldots\ldots \quad (7).$$

Vervolgens verandere men in (6) $f(z)$ in $f^{\text{IV}}(z)$, vermenigvuldige dan met $\frac{1}{120}h^4$ en telle het produkt bij de (7) op; dit zal geven

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(x+h)+f^{\text{V}}(x)\}=-\frac{17}{20160}h^6\{f^{\text{VI}}(x+h)-f^{\text{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{11}{725760}h^8\,\{f^{\text{VIII}}(x+h)-f^{\text{VIII}}(x)\}-\ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Op dezelfde manier schrijve men eerst $f^{\text{VI}}(z)$ voor $f(z)$ in de vergelijking (6), vermenigvuldige dan de uitkomst met $\frac{17}{20160}h^6$ en trekke dit produkt van de vergelijking (8) af; dan houdt men over

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(x+h)+f^{\text{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\text{VII}}(x+h)+f^{\text{VII}}(x)\}=$$

$$=+\frac{31}{362880}h^8\{f^{\text{VIII}}(x+h)-f^{\text{VIII}}(x)\}-\;.\;.\;.\;.\;.\;(9).$$

Eindelijk vervange men in de vergelijking (6) $f(z)$ door $f^{\text{VIII}}(z)$, vermenigvuldig dan met $\frac{31}{362880}h^8$ en telle de uitkomst bij (9) op; deze som zal geven

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(x+h)+f^{\text{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\text{VII}}(x+h)+f^{\text{VII}}(x)\}-$$

$$-\frac{31}{725760}h^9\{f^{\text{IX}}(x+h)+f^{\text{IX}}(x\}=-\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(10).$$

Wanneer men deze uitkomsten vergelijkt met die van N°. 2, ziet men, dat zij in de volgende opzichten verschillen.

Houdt men den term $\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)-f^{\text{I}}(x)\}$ buiten beschouwing, dan hebben in N°. 2 alle volgende termen eene evene macht van h en een verschil van gelijknamige afgeleiden van evene orde tot factoren: terwijl daarentegen in de laatste vergelijking (10) alle termen eene onevene macht van h en eene som van gelijknamige afgeleiden van oneven orde tot factoren hebben.

4. Bij de toepassing gebruikt men van de vergelijkingen (1) tot (5) behalve de eerste leden slechts den eersten term in het tweede lid, namelijk $hf^{\text{I}}(x)$. Doch alzoo begaat men eene fout door het overige te verwaarloozen; die fout moet echter nagegaan worden.

Om deze verbetering te bepalen, schrijve men het theorema van TAYLOR onder den vorm

$$f(x+h)-f(x)=hf^{\text{I}}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{\text{II}}(x)+\frac{1}{2.3}h^3f^{\text{III}}(x)+\ldots+$$

$$+\frac{1}{1^{k|1}}h^kf^k(x)+\frac{1}{1^{k|1}}\int_0^h f^{k+1}(x+u)\,(h-u)^k du\;;\;.\;.\;.\;.\;.\;(B)$$

en met dezen vorm kan men nu de herleidingen van N°. 2 herhalen.

Hierbij wordt de verbetering voorgesteld in den vorm eener bepaalde integraal

$$\int_0^h f^{k+1}(x+u)\,\varphi\,(h-u)\,du \,\ldots\ldots\ldots\; (a).$$

Indien de $\varphi\,(h-u)$ voor alle waarden van u tusschen de grenzen der integratie, $0 < u < h$, steeds hetzelfde teeken behoudt, kan men, zooals bekend is, eene middelwaarde van die $\varphi(h-u)$ als factor voor het integraalteeken brengen, dat is voor de verbetering (a) schrijven

$$M[\varphi(h-u)]\int_0^h f^{k+1}(x+u)du = M[\varphi(h-u)]\,\{f^k(x+h)-f^k(x)\}\;.\;(b).$$

Deze middelwaarde kan men vinden door eerst uit de afgeleide vergelijking

$$\varphi'(h-u) = 0 \,\ldots\ldots\ldots\ldots\; (c)$$

de waarden van u te zoeken, die de functie $\varphi\,(h-u)$ tot een maximum maken; dan dat maximum te berekenen; en deze uitkomst met θ te vermenigvuldigen $(0 < \theta < 1)$.

Indien men daarentegen aanneemt, dat $f^{k+1}(x+u)$ tusschen de grenzen 0 en h van u steeds hetzelfde teeken behoudt, kan men evenzoo (a) vervangen door

$$f^{k+1}(u+\theta h)\int_0^h \varphi\,(h-u)\,du\;;\ldots\ldots\; (d)$$

en heeft men in dat geval de laatste integraal te zoeken.

Langs dien weg verkrijgt men in de plaats der vergelijking (1)

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}\,h\,\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}-h\,f^{\mathrm{I}}(x) =$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^h \{(h-u)-h\}\,(h-u)\,f^{\mathrm{III}}(x+u)\,du \,\ldots\ldots\; (1^a)$$

dat is, — omdat hier

$$\varphi(h-u) = \{(h-u)-h\}(h-u) = -u(h-u)$$

altijd negatief is, en men voor het maximum als voorwaarde heeft

$$\varphi'(h-u) = 2(h-u)-h = 0 = h-2u, \text{ of } u = \tfrac{1}{2}h,$$

dus voor het maximum zelf

$$-\tfrac{1}{2}h \cdot \tfrac{1}{2}h = -\tfrac{1}{4}h^2; -$$

naar (b), als $0 < \theta < 1$ is,

$$= -\tfrac{1}{8}h^2\theta\{f^{II}(x+h) - f^{II}(x)\}; \quad . \quad . \quad . \quad (1b)$$

of evenzoo naar (d)

$$= \frac{1}{2}f^{III}(x+\theta h)\int_0^h \{(h-u)^2 - h(h-u)\}\,du =$$

$$= \frac{1}{2}f^{III}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{3}(h-u)^3 + \frac{1}{2}h(h-u)^2\right\}_0^h =$$

$$= -\frac{1}{12}h^3 f^{III}(x+\theta h) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (1^c).$$

Evenzoo leidt men voor (2) hier af

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}-hf^{I}(x)=$$

$$=\frac{1}{24}\int_0^h\{(h-u)^2-4\cdot\frac{1}{2}(h-u)h+h^2)\}(h-u)^2 f^{V}(x+u)du\,. \quad (2^a).$$

Hier is

$$\varphi(h-u) = (h-u-h)^2(h-u)^2 = \{u(h-u)\}^2,$$

altijd positief; men heeft dus ook hier voor $u = \frac{1}{2}h$ het maximum

$$\left(-\frac{1}{4}h^2\right)^2 = \frac{1}{16}h^4.$$

Dus wordt het laatste lid naar (b)

$$=\frac{1}{24}\cdot\frac{1}{16}\theta h^4\int_0^h f^{V}(x+u)\,du = \frac{1}{384}h^4\theta\{f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)\};(2b)$$

en nog naar (*d*)

$$=\frac{1}{24}f^{V}(x+\theta h)\int_0^h\{(h-u)^4-2(h-u)^3h+(h-u)^2h^2\}du=$$

$$=\frac{1}{24}f^{V}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{5}(h-u)^5+2\frac{1}{4}(h-u)^4h-\frac{1}{3}(h-u)^3h^2\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{24}f^{V}(x+\theta h)\frac{1}{30}h^5=\frac{1}{720}h^5f^{V}(x+\theta h)\quad\ldots\quad(2^c).$$

In plaats van de volgende vergelijking (3) vindt men

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)\}-hf^{I}(x)=$$

$$=\frac{1}{720}\int_0^h\{(h-u)^4-6\cdot\frac{1}{2}(h-u)^3h+6\cdot5\cdot\frac{1}{12}(h-u)^2h^2-\frac{1}{2}h^4\}$$

$$(h-u)^2f^{VII}(x+u)\,du\quad\ldots\ldots\ldots\quad(3^a).$$

De functie $\varphi(h-u)$ wordt hier

$$\varphi(h-u)=-\frac{1}{2}\{u(h-u)\}^2\{2(h-u)u+h^2\},$$

dus altijd negatief. Voor het maximum wordt

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\,\{3(h-u)u+h^2\};$$

de eenige factor, die nul kan worden tusschen de grenzen 0 en h van u is $h-2u=0$, dus weder $u=\frac{1}{2}h$; en daarvoor wordt het maximum

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\left(h\cdot\frac{1}{2}h+h^2\right)=-\frac{3}{64}h^6;$$

dus wordt het tweede lid naar (*b*)

$$=-\frac{1}{720}\,\frac{3}{64}h^6\theta\int_0^h f^{VII}(x+u\,du=-\frac{1}{15360}h^6\theta\{f^{VI}(x+h)-f^{VI}(x)\}\,;.(3^b)$$

of ook naar (d)

$$=\frac{1}{720}f^{\text{VII}}(x+\theta h)\int_0^h\left\{(h-u)^6-3(h-u)^5h+\frac{5}{2}(h-u)^4h^2-\frac{1}{2}(h-u)^2h^4\right\}du=$$

$$=\frac{1}{720}f^{\text{VII}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{7}(h-u)^7+\frac{1}{2}(h-u)^6h-\frac{1}{2}(h-u)^5h^2+\frac{1}{6}(h-u)^3h^4\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{720}f^{\text{VII}}(x+\theta h)\left(-\frac{1}{42}h^7\right)=$$

$$=-\frac{1}{30240}h^7f^{\text{VII}}(x+\theta h)\quad.\;.\;.\;.\;.\;(3^c).$$

Ook de vergelijking (4) kan men door de volgende vervangen

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)-f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\text{II}}(x+h)-f^{\text{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\text{IV}}(x+h)-f^{\text{IV}}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{\text{VI}}(x+h)-f^{\text{VI}}(x)\}-$$

$$-hf^{\text{I}}(x)=\frac{1}{40320}\int_0^h\left\{(h-u)^6-8\cdot\frac{1}{2}(h-u)^5h+8\cdot7\cdot\frac{1}{12}(h-u)^4h^2-\right.$$

$$\left.-8\cdot7\cdot6\cdot5\frac{1}{720}(h-u)^2h^4+\frac{2}{3}h^6\right\}(h-u)^2f^{\text{IX}}(x+u)\,du\quad.\;.\;(4^a).$$

Men heeft hier

$$\varphi(h-u)=\frac{1}{3}\{u(h-u)\}^2\{3(h-u)^2u^2+4h^2u(h-u)+2h^4\},$$

en deze blijft altijd positief tusschen de grenzen 0 en h van u. Verder heeft men voor het maximum

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\{3(h-u)^2u^2+h^4\},$$

waarvan tusschen die grenzen alleen de factor $h-2u$ nul kan worden, dat is $u=\frac{1}{2}h$; deze waarde geeft voor het maximum

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\left\{3\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2+4h^2\cdot\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h+2h^4\right\}=\frac{17}{256}h^8.$$

Het tweede lid wordt dus naar (b)

$$= \frac{1}{40320} \cdot \frac{17}{256} h^8 \theta \int_0^h f^{\mathrm{IX}}(h+u)\,du =$$

$$= \frac{17}{10321920} h^8 \theta \left\{ f^{\mathrm{VIII}}(x+h) - f^{\mathrm{VIII}}(x) \right\}; \quad . . . (4^b)$$

of ook naar (d)

$$= \frac{1}{40320} f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h) \int_0^h \left\{ (h-u)^8 - 4(h-u)^7 h + \frac{14}{3}(h-u)^6 h^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{7}{3}(h-u)^4 h^4 + \frac{2}{3}(h-u)^2 h^6 \right\} du =$$

$$= \frac{1}{40320} f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h) \cdot \left\{ -\frac{1}{9}(h-u)^9 + \frac{1}{2} h (h-u)^8 - \frac{2}{3} h^2 (h-u)^7 + \right.$$

$$\left. + \frac{7}{15} h^4 (h-u)^5 - \frac{2}{9} h^6 (h-u)^3 \right\}_0^h = \frac{1}{40320} f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h) \left(\frac{1}{30} h^9 \right) =$$

$$= \frac{1}{1209600} h^9 f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h) \quad . . . (4^c).$$

Eindelijk verkrijgt de vergelijking (5) hier den vorm

$$\left\{ f(x+h) - f(x) \right\} - \frac{1}{2} h \left\{ f^{\mathrm{I}}(x+h) - f^{\mathrm{I}}(x) \right\} + \frac{1}{12} h^2 \left\{ f^{\mathrm{II}}(x+h) - f^{\mathrm{II}}(x) \right\} -$$

$$- \frac{1}{720} h^4 \left\{ f^{\mathrm{IV}}(x+h) - f^{\mathrm{IV}}(x) \right\} + \frac{1}{30240} h^6 \left\{ f^{\mathrm{VI}}(x+h) - f^{\mathrm{VI}}(x) \right\} -$$

$$- \frac{1}{1209600} h^8 \left\{ f^{\mathrm{VIII}}(x+h) - f^{\mathrm{VIII}}(x) \right\} - h f^{\mathrm{I}}(x) =$$

$$= \frac{1}{3628800} \int_0^h \left\{ (h-u)^8 - 10 \cdot \frac{1}{2}(h-u)^7 h + 10 \cdot 9 \cdot \frac{1}{12}(h-u)^6 h^2 - \right.$$

$$- 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \frac{1}{720}(h-u)^4 h^4 + 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{1}{30240}(h-u)^2 h^6 -$$

$$\left. - \frac{3}{2} h^8 \right\} (h-u)^2 f^{\mathrm{XI}}(x+u)\,du. \quad . . . (5^a).$$

In ons geval heeft men

$$\varphi(h-u) = -\tfrac{1}{2} \left\{ u(h-u) \right\}^2 \left\{ 2(h-u)^3 u^3 + 5(h-u)^2 h^2 u^2 + 6(h-u) h^4 u + 3h^6 \right\},$$

een vorm, die tusschen de grenzen der integratie altijd negatief blijft. Om daarvan het maximum te bepalen, zij weder

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\,\{5\,(h-u)^3\,u^3+10\,(h-u)^2\,h^2\,u^2+$$
$$+\;9\,(h-u)\,h^4\,u+3\,h^6\}=0.$$

De eenige factor, tusschen de grenzen 0 en h van u, die hier nul kan worden, is $h-2\,u$; en deze geeft wederom $u=\frac{1}{2}\,h$, zoodat het maximum zelf wordt

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\left(\frac{2}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3+\frac{5}{4}h^2\cdot h^2\cdot\frac{1}{4}h^2+\frac{6}{2}h\cdot h^4\cdot\frac{1}{2}h+3h^6\right)=-\frac{155}{1024}h^{10}.$$

Dientengevolge wordt het tweede lid naar (b)

$$-\frac{1}{3628800}\cdot\frac{155}{1024}\,h^{10}\,\theta\int_0^h f^{\text{XI}}(x+u)\,du=$$
$$=-\frac{31}{748178240}\,h^{10}\,\theta\,\{f^{\text{X}}(x+h)-f^{\text{X}}(x)\};\;.\;.\;.\;(5^b)$$

en nog naar (d)

$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\int_0^h\{(h-u)^{10}-5(h-u)^9 h+\frac{15}{2}(h-u)^8 h^2-$$
$$-\,7\,(h-u)^6\,h^4+5\,(h-u)^4\,h^6-\frac{3}{2}(h-u)^2\,h^8\}\,du=$$
$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{11}(h-u)^{11}+\frac{1}{2}(h-u)^{10}h-\frac{5}{6}(h-u)^9h^2+\right.$$
$$\left.+\,(h-u)^7h^4-(h-u)^5\,h^6+\frac{1}{2}(h-u)^3\,h^8\right\}_0^h=$$
$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}x+\theta h\left(-\frac{5}{66}\,h^{11}\right)=$$
$$=-\frac{1}{47900160}h^{11}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\;.\;.(5^c).$$

Men lette hierbij op de voorwaarde, dat (1^c), (2^c), (3^c), (4^c), (5^c) de verbeteringen der vergelijkingen (1) tot (5) voorstellen, alleen in de onderstelling, dat de afgeleiden van $f(x+u)$, tus-

schen de grenzen 0 en h van u, niet van teeken veranderen; de verbeteringen (1^b), (2^b), (3^b), (4^b), (5^b) gelden altijd.

5. Hetzelfde zal men nu ook kunnen doen bij de vergelijkingen (6) tot (10); wanneer men slechts opmerkt, dat men bij de herleiding wel gebruik gemaakt heeft van de enkele vergelijking (5), maar even goed telkens eene vroegere vergelijking (4), (3), (2) of (1) had kunnen bezigen.

Wat de vergelijking (6) betreft, deze is niets anders in haar eerste lid, dan eene gewone herleiding van de vergelijking (1); en dus gelden hier ook de verbeteringen (1^a), (1^b), (1^c), dat is

$$\{f(x+h)-f(x)\} - \frac{1}{2} h \{f^{\text{I}}(x+h) + f^{\text{I}}(x)\} =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^h \{(h-u)-h\}\,(h-u)\,f^{\text{III}}(x+u)\,du \ldots (6^a)$$

$$= -\frac{1}{8} h^2 \theta \{f^{\text{II}}(x+h)-f^{\text{II}}(x)\} \ldots (6^b) = -\frac{1}{12} h^3 f^{\text{III}}(x+h\theta) \ldots (6^c).$$

Voor de verbetering van de formulen (7) vermindere men nu de (2^a) met het produkt van $\frac{1}{12} h^2$ met de (6^a), als men daarin eerst de $f(z)$ door $f^{\text{II}}(z)$ heeft vervangen; dan komt er

$$\{f(x+h)-f(x)\} - \frac{1}{2} h \{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\} + \frac{1}{24} h^3 \{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\} =$$

$$= \frac{1}{24}\int_0^h (h-u) f^{\text{V}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^3 - 2(h-u)^2 h + (h-u) h^2$$

$$-(h-u)h^2 + h^3\} =$$

$$= \frac{1}{24}\int_0^h (h-u) f^{\text{V}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^3 - 2(h-u)^2 h + h^3\} \quad . \; . \; (7^a).$$

Hier is

$$\varphi(h-u) = u(h-u)\,\{(h-u)\,u + h^2\}$$

altijd positief. Verder voor het maximum

$$\varphi'(h-u) = -(h-2u)\,\{2(h-u)\,u + h^2\};$$

deze verdwijnt tusschen de grenzen 0 en h alleen voor $u = \frac{1}{2} h$; daarvoor wordt het maximum zelf

$$\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\left\{\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h+h^2\right\}=\frac{5}{16}h^4;$$

derhalve wordt het tweede lid naar (b)

$$=\frac{1}{24}\cdot\frac{5}{16}h^4\,\theta\int_0^h f^{\text{V}}(x+u)du=\frac{5}{384}\theta h^4\left\{f^{\text{IV}}(x+h)-f^{\text{IV}}(x)\right\};\ldots(7^b)$$

of ook naar (d)

$$=\frac{1}{24}f^{\text{V}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{5}(h-u)^5+\frac{1}{2}(h-u)^2h^3\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{24}f^{\text{V}}(x+\theta h)\left\{\frac{1}{5}h^5\right\}=\frac{1}{120}h^5f^{\text{V}}(x+\theta h)\ \ldots\ (7^c).$$

Om evenzeer de verbetering te vinden van de formule (8) verminderere men de (3^a) met $\frac{1}{12}h^2$ maal (2^a), nadat men daarin $f(z)$ in $f^{\text{II}}(z)$ heeft veranderd; en vermeerdere dit verschil met $\frac{1}{120}h^4$ maal de (6^a), nadat men ook hierin de $f(z)$ in $f^{\text{IV}}(z)$ veranderd heeft. Alsdan is

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(x+h)+f^{\text{V}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{720}\int_0^h(h-u)f^{\text{VII}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^5-3(h-u)^4h+$$

$$+\frac{5}{2}(h-u)^3h^2\qquad\qquad-\frac{1}{2}(h-u)h^4$$

$$-\frac{5}{2}(h-u)^3h^2+5(h-u)^2h^3-\frac{5}{2}(h-u)h^4$$

$$+3(h-u)h^4-3h^5\}$$

$$=\frac{1}{720}\int_0^h(h-u)f^{\text{VII}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^5-3(h-u)^4h+$$

$$+5(h-u)^2h^3-3h^5\}\ \ldots\ldots\ (8^a).$$

Nu is

$$\varphi(h-u) = -u(h-u)\left\{(h-u)^2 u^2 + 3(h-u)uh^2 + 3h^4\right\},$$

die altijd negatief blijft: men kan dus weder het maximum gaan zoeken, waartoe

$$\varphi'(h-u) = 3(h-2u)\left\{(h-u)^2 u^2 + 2(h-u)uh^2 + h^4\right\} = 0$$

alleen $u = \frac{1}{2}h$ tot wortel geeft, die hier kan gelden. Daarmede verkrijgt men het maximum

$$-\frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{2}h \cdot \left\{\frac{1}{4}h^2 \cdot \frac{1}{4}h^2 + \frac{3}{2}h \cdot \frac{1}{2}h \cdot h^2 + 3h^4\right\} = -\frac{61}{64}h^6.$$

En hiermede wordt het tweede lid naar (b)

$$= \frac{1}{720} \cdot \frac{-61}{64} h^6 \,\theta \int_0^h f^{VII}(x+u)\,du =$$

$$= -\frac{61}{46080} h^6 \,\theta \left\{f^{VI}(x+h) - f^{VI}(x)\right\}; \quad . \; . \; . \quad (8^b).$$

of naar (d)

$$= \frac{1}{720} f^{VII}(x+\theta h) \cdot \left\{-\frac{1}{7}(h-u)^7 + \frac{1}{2}(h-u)^6 h - \frac{5}{4}(h-u)^4 h^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{2}(h-u)^2 h^5\right\}_0^h = \frac{1}{720} f^{VII}(x+\theta h)\left\{-\frac{17}{28}h^7\right\} =$$

$$= -\frac{17}{20160} h^7 f^{VII}(x+\theta h) \quad . \; . \quad (8^c).$$

Voor de verbetering van de vergelijking (9) telle men bij de (4^a) het produkt van (3^a) met $-\frac{1}{12}h^2$, dat van (2^a) met $\frac{1}{120}h^4$, en dat van (6^a) met $\frac{-17}{20160}h^6$, nadat men namelijk de $f(z)$ in de vergelijking (3^a) door $f^{II}(z)$, in de (2^a) door $f^{IV}(z)$ en in de (6^a) door $f^{VI}(z)$ vervangen heeft. Dan is

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(x+h)+f^{\text{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\text{VII}}(x+h)+f^{\text{VII}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{40320}\int_0^h (h-u)\, f^{\text{IX}}(x+u)\,du\,\Big\{(h-u)^7-4(h-u)^6h+$$

$$+\frac{14}{3}(h-u)^5h^2 \qquad -\frac{7}{3}(h-u)^3h^4 \qquad +\frac{2}{3}(h-u)h^6$$

$$-\frac{14}{3}(h-u)^5h^2+14(h-u)^4h^3-\frac{35}{3}(h-u)^3h^4 \qquad +\frac{7}{3}(h-u)h^6$$

$$+6(h-u)^3h^4-28(h-u)^2h^5+14(h-u)h^6$$

$$-17(h-u)h^6+17h^7\Big\}$$

$$=\frac{1}{40320}\int_0^h (h-u)\, f^{\text{IX}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^7-4(h-u)^6h+$$

$$+14(h-u)^4h^3-28(h-u)^2h^5+17h^7\} \quad \dots\dots \quad (9^a).$$

Hier heeft men

$$\varphi(h-u)=-u(h-u)\{-(h-u)^3u^3-6(h-u)^2u^2h^2-17(h-u)uh^4-17h^6\},$$

dat is steeds positief. Voor het maximum moet dus

$$\varphi'(h-u)=(h-2u)\{4(h-u)^3u^3+18(h-u)^2u^2h^2+34(h-u)uh^4+17h^6\}$$

nul worden, en dit is alleen het het geval voor $u=\frac{1}{2}h$. Voor die waarde wordt nu het maximum zelf

$$\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot\Big\{\frac{1}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3+6\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot h^2+17\cdot\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\,.\,h^4+$$

$$+17h^6\Big\}=\frac{1385}{256}h^8.$$

Het tweede lid van (9^a) wordt nu naar (b)

$$=\frac{1}{40320}\,\frac{1385}{256}h^8\,\theta\int_0^h f^{\text{IX}}(x+u)\,du=$$

$$=\frac{277}{2064384}\,\theta\, h^8\,\{f^{\text{VIII}}(x+h)-f^{\text{VIII}}(x)\}; \quad \dots \quad (9^b)$$

of ook naar (d)

$$= \frac{1}{40320} f^{IX}(x+\theta h) \cdot \left\{ -\frac{1}{9}(h-u)^9 + \frac{1}{2}(h-u)^8 h - \right.$$

$$\left. - \frac{7}{3}(h-u)^6 h^3 + 7(h-u)^4 h^5 - \frac{17}{2}(h-u)^2 h^7 \right\}_0^h =$$

$$= \frac{1}{40320} f^{IX}(x+\theta h) \left\{ \frac{31}{9} h^9 \right\} = \frac{31}{362880} h^9 f^{IX}(x+\theta h) \quad . \quad . \quad (9^c).$$

Ten slotte bepalen wij op dezelfde wijze de verbetering van de formule (10) Daartoe verandere men in de vergelijkingen (4^a), (3^a), (2^a) en (6^a) de $f(z)$ respectievelijk in $f^{II}(z)$, $f^{IV}(z)$, $f^{VI}(z)$ en $f^{VIII}(z)$; vermenigvuldige die uitkomsten overeenkomstig met $-\frac{1}{12}h^2$, $+\frac{1}{120}h^4$, $-\frac{17}{20160}h^6$ en $+\frac{31}{362880}h^8$; en telle eindelijk die verkregen produkten op bij (5^a). Alzoo verkrijgt men

$$\{f(x+h)-f(x)\} - \frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)+f^{I}(x)\} + \frac{1}{24}h^3\{f^{III}(x+h)+f^{III}(x)\} -$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{V}(x+h)+f^{V}(x)\} + \frac{17}{40320}h^7\{f^{VII}(x+h)+f^{VII}(x)\} -$$

$$-\frac{31}{725760}h^9\{f^{IX}(x+h)+f^{IX}(x)\} =$$

$$= \frac{1}{3628800}\int_0^h (h-u) f^{XI}(x-u)\,du \left\{ (h-u)^9 - 5(h-u)^8 h + \right.$$

$$+\frac{15}{2}(h-u)^7h^2 \qquad -7(h-u)^5h^4 \quad +5(h-u)^3h^6 - \frac{3}{2}(h-u)h^8$$

$$-\frac{15}{2}(h-u)^7h^2 + 30(h-u)^6h^3 - 35(h-u)^5h^4 + \frac{35}{2}(h-u)^3h^6 - 5(h-u)h^8$$

$$-126(h-u)^4h^5 \qquad +42(h-u)^5h^4 + 105(h-u)^3h^6 - 21(h-u)h^8$$

$$+255(h-u)^2h^7 \qquad -\frac{255}{2}(h-u)^3h^6 - \frac{255}{2}(h-u)h^8$$

$$+155(h-u)h^8 - 155$$

$$= \frac{1}{362880}\int_0^h (h-u) f^{XI}(x+u)\,du \{(h-u)^9 - 5(h-u)^8 h + 30(h-u)^6 h^3$$

$$- 126(h-u)^4 h^5 + 255(h-u)^2 h^7 - 155h^9\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1$$

Daar men hier

$$\varphi(h-u) = -u(h-u)\left\{(h-u)^4u^4 + 10(h-u)^3u^3h^2 + 55(h-u)^2u^2h^4 + \right.$$
$$\left. + 155(h-u)uh^6 + 155h^8\right\}$$

heeft, die dus altijd negatief is, kan men het maximum onderzoeken. Hiertoe is

$$\varphi'(h-u) = 5\,(h-2u)\left\{(h-u)^4u^4 + 8(h-u)^3u^3h^2 + 33(h-u)^2u^2h^4 + \right.$$
$$\left. + 62(h-u)uh^6 + 31h^8\right\} = 0,$$

die tusschen de hier geldende grenzen alleen $u = \frac{1}{2}h$ tot wortel heeft. Voor deze waarde verkrijgt men voor het maximum

$$-\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot\left\{\frac{1}{16}h\cdot\frac{1}{16}h^4 + \frac{10}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3\cdot h^2 + \frac{55}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot h^4 + \right.$$
$$\left. + \frac{155}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot h^6 + 155\,h^8\right\} = -\frac{40025}{1024}h^{10}.$$

Hierdoor wordt het tweede lid naar (b)

$$= \frac{1}{3628800}\cdot\frac{-40025}{1024}h^{10}\,\theta\int_0^h f^{XI}(x+u)\,du =$$
$$= -\frac{1601}{148625648}h^{10}\,\theta\,\{f^{X}(x+h) - f^{X}(x)\};\,.\,.\quad(10^b),$$

terwijl dit naar (d) wordt

$$= \frac{1}{3628800}f^{XI}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{11}(h-u)^{11} + \frac{1}{2}(h-u)^{10}h - \right.$$
$$\left. - \frac{15}{4}(h-u)^8h^3 + 21(h-u)^6h^5 - \frac{255}{4}(h-u)^4h^7 + \frac{155}{2}(h-u)^2h^9\right\}_0^h$$
$$= \frac{1}{3628800}f^{XI}(x+\theta h)\left\{-\frac{691}{22}h^{11}\right\} =$$
$$= -\frac{691}{79833600}h^{11}f^{XI}(x+\theta h)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\quad(10^c).$$

Men ziet, dat bij het opmaken vau de eerste vormen voor de

verbeteringen (7^a), (8^a), (9^a), (10^a, alle termen, die h^2, h^4, h^6, h^8, tot factoren hebben, verdwijnen: vandaar dat alle $\varphi\,(h-u)$ den factor u en alle $\varphi'\,(h-u)$ den factor $(h-2u)$ verkrijgen, evenals zulks in N°. 4 het geval was. Ook heeft hier overal, mede in overeenkomst met hetgeen men in N°. 4 afleidde, de merkwaardige bijzonderheid plaats, dat er tusschen de grenzen 0 en h van u de $\varphi\,(h-u)$ slechts een enkel maximum heeft.

6. De tegenstelling, die aan het einde van N°. 3 werd opgemerkt ten opzichte van de uitkomsten (1) tot (5) van N°. 2, en de volgende (6) tot (10) van N°. 3, ontbreekt hier geheel bij de verbeteringen dier formulen, zoo als ze in N°. 4 en 5 werden gevonden. In de tweede formulen, met b geteekend, komen telkens evene machten van h voor, vermenigvuldigd met het verschil van de gelijknamige afgeleiden van $f\,(x+h)$ en $f\,(x)$. In de derde formulen, met c geteekend, komen daarentegen enkele afgeleiden van $f\,(x+\theta\,h)$ voor van oneven orde, vermenigvuldigd met de gelijknamige oneven machten van h.

Wij hebben nu het eerste gedeelte van ons doel bereikt, de ontwikkeling namelijk van het verschil $f\,(x+h)-f\,(x)$ op twee zeer onderscheiden wijzen, en de bepaling telkens van de fout, die men begaat, als men de ontwikkeling bij eenigen term afbreekt, of wel van de verbetering, die er alsdan behoort aangebracht te worden.

Maar nu zijn wij dan ook in staat, daaruit andere formulen afteleiden voor de benaderde bepaling van den inhoud eener vlakke kromme lijn. Kortheidshalve zullen wij daarvoor de formulen (5) en (10) alleen behandelen; de overige toch zouden overeenkomstige uitkomsten geven, waarbij slechts eenige der laatste termen verwaarloosd zouden moeten worden.

7. Beginnen we met de vergelijking (5), en stellen we daarin achtereenvolgens voor x

$$a,\; a+h,\; a+2h, \ldots a+(n-1)\,h\,; \quad \ldots\ldots \quad (e)$$

dan wordt bij de laatste onderstelling $x+h = a+nh$, stel $=b$, waaruit dan volgt $h=\dfrac{b-a}{n}$. . . . . (f).

Telt men nu alle uitkomsten dier substitutie op, zoo vallen er vele termen weg, en men houdt over

$$f(b)-f(a) = \Big[\frac{1}{2} h \,\{f^{I}(b)-f^{I}(a)\} - \frac{1}{12} h^2 \,\{f^{II}(b)-f^{II}(a)\} +$$

$$+ \frac{1}{720} h^4 \,\{f^{IV}(b)-f^{IV}(a)\} - \frac{1}{30240} h^6 \,\{f^{VI}(b)-f^{VI}(a)\} +$$

$$+ \frac{1}{1209600} h^8 \,\{f^{VIII}(b)-f^{VIII}(a)\} - \ldots\Big] +$$

$$+ h\,\{f^{I}(a) + f^{I}(a+h) + f^{I}(a+2h) + \ldots + f^{I}(a+[n-2]h) +$$

$$+ f^{I}(b-h)\} + \mathrm{R} \; . \quad \ldots\ldots \; (11).$$

Naarmate men nu in den eersten vorm tusschen haakjes van het tweede lid, een, twee drie of vier termen neemt, komt men tot de uitkomsten, die men uit de vergelijkingen (1), (2), (3) of (4) zoude verkregen hebben. Daarbij behooren telkens de verbeteringen die in N°. 4 werden afgeleid: deze hebben de beide algemeene vormen

$$(-1)^k A h^{2k} \theta \,\{f^{2k}(x+h) - f^{2k}(x)\} \quad \ldots \; (11^a)$$

en

$$(-1)^k B h^{2k+1} f^{2k+1}(x + \theta h). \;\ldots\ldots \; (11^b).$$

Dewijl nu de eerste verbetering (11^a), wegens $0 < \theta < 1$, ook dus luidt,

$$\text{kleiner dan } (-1)^k A h^{2k} \,\{f^{2k}(x+h) - f^{2k}(x)\},$$

zoo zal de optelling, na de substitutie der waarden (*e*), hier voor de geheele verbetering van (11) geven

$$\mathrm{R}_1 \text{ kleiner dan } (-1)^k A h^{2k} \,\{f^{2k}(b) - f^{2k}(a)\},$$

of ook

$$\mathrm{R}_1 = (-1)^k A h^{2k} \theta \,\{f^{2k}(b) - f^{2k}(a)\}. \;\ldots\ldots \; (11^c).$$

Voor de tweede verbetering, die nu alleen geldt, als $f^{2k+1}(x+u)$ tusschen de grenzen 0 en h van u niet van teeken verandert, moet men de grootheden

$$f^{2k+1}(a+\theta h),\; f^{2k+1}(a+[\theta+1]h),\; \ldots\; f^{2k+1}(a+[\theta+n-1]h)$$

optellen. Noem G_{2k+1} de grootste dier afgeleiden $f^{2k+1}(q)$ voor q tusschen a en b begrepen, omdat hier $a < a + \theta h$, en $a + (\theta + n - 1)\, h < a + n h < b$ is, zoo is die som kleiner dan $n \,.\, G_{2k+1}$; en derhalve de verbetering.

$$R_2 = (-1)^k B h^{2k+1}\,\theta_n\,G_{2k+1} = (-1)^k Bh\,(b-a)\,h^{2k}\theta\,G_{2k+1} =$$

$$= (-1)^k B\frac{(b-a)^{2k+1}}{n^{2k}}\,\theta\,G_{2k+1}\,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(11^d).$$

Voeren we diezelfde substitutie (e) voor x in de vergelijking (10) in, en tellen we de uitkomsten op, dan valt er, behalve bij de twee eerste termen niets weg; en men verkrijgt

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(a)+2f^{\text{I}}(a+h)+2f^{\text{I}}(a+2h)+\ldots+2f^{\text{I}}(b-h)+f^{\text{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(a)+2f^{\text{III}}(a+h)+2f^{\text{III}}(a+2h)+..+2f^{\text{III}}(b-h)+f^{\text{III}}(b)\}+$$

$$+\frac{1}{240}h^5\{f^{\text{V}}(a)+2f^{\text{V}}(a+h)+2f^{\text{V}}(a+2h)+..+2f^{\text{V}}(b-h)+f^{\text{V}}(b)\}-$$

$$-\frac{17}{40320}h^7\{f^{\text{VII}}(a)+2f^{\text{VII}}(a+h)+2f^{\text{VII}}(a+2h)+.+2f^{\text{VII}}(b-h)+f^{\text{VII}}(b)\}$$

$$+\frac{31}{725760}h^9\{f^{\text{IX}}(a)+2f^{\text{IX}}(a+h)+2f^{\text{IX}}(a+2h)+\ldots$$

$$+2f^{\text{IX}}(b-h)+f^{\text{IX}}(b)\}+R'\;.\;.\;.\;.\;(1$$

Om hier de uitkomsten naar de vergelijkingen (9), (8), (7) en (6) te verkrijgen, moet men in het tweede lid van de vergelijking (12), den vijfden term, of ook den vierden, of nog den derden, of eindelijk ook den tweeden term weglaten. Daarbij werden de verbeteringen telkens in N°. 5 afgeleid, die hier den algemeenen vorm hebben

$$(-1)^k Ch^{2k}\theta\,\{f^{2k}(x+h)-f^{2k}(x)\}\;.\;.\;.\;.\;(12^a)$$

en

$$(-1)^k Dh^{2k+1}f^{2k+1}(x+\theta h)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(12^b).$$

Deze hebben dezelfde gedaante als de vorige (11^a) en (11^b): derhalve gelden ook hier de herleide uitkomsten (11^c) en (11^d).

8. Nog kan men de verkregen uitkomst (11) zoo vervormen, dat zij de gedaante verkrijgt van de formule van SIMPSON. Daartoe stelle men vooreerst in (11), eenmaal $b = a + 2n \cdot h$ en vervolgens $b = a + n \cdot 2h$. Alzoo wordt

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}h\,\{f^{\text{I}}(a)+2f_{\text{I}}(a+h)+2f_{\text{I}}(a+2h)+\dots$$

$$+2f^{\text{I}}(a+[2n-2]h)+2f^{\text{I}}(b-h)+f^{\text{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{12}h^2\{f^{\text{II}}(b)-f^{\text{II}}(a)\}+\frac{1}{720}h^4\{f^{\text{IV}}(b)-f^{\text{IV}}(a)\}-$$

$$-\frac{1}{30240}h^6\{f^{\text{VI}}(b)-f^{\text{VI}}(a)\}+\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\text{VIII}}(b)-f^{\text{VIII}}(a)\}+R_{2n},$$

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}\cdot 2h\,\{f^{\text{I}}(a)+2f_{\text{I}}(a+2h)+2f_{\text{I}}(a+4h)+\dots$$

$$+2f_{\text{I}}(a+[2n-4]h)+2f^{\text{I}}(b-2h)+f^{\text{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{12}\cdot 4h^2\{f^{\text{II}}(b)-f^{\text{II}}(a)\}+\frac{1}{720}\cdot 16h^4\{f^{\text{IV}}(b)-f^{\text{IV}}(a)\}-$$

$$-\frac{1}{30240}\cdot 64h^6\{f^{\text{VI}}(b)-f^{\text{VI}}(a)\}+$$

$$+\frac{1}{1209600}\cdot 256h^8\{f^{\text{VIII}}(b)-f^{\text{VIII}}(a)\}+R_n.$$

Vermindert men nu 4 maal de eerste uitkomst met de tweede, en deelt men het verschil door 3, zoo verkrijgt men

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{3}\Big[h\,\{f^{\text{I}}(a)+4f^{\text{I}}(a+h)+2f^{\text{I}}(a+2h)+4f^{\text{I}}(a+3h)+$$

$$+2f^{\text{I}}(a+4h)+\dots+2f^{\text{I}}(b-2h)+4f^{\text{I}}(b-h)+f^{\text{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{60}h^4\{f^{\text{IV}}(b)-f^{\text{IV}}(a)\}+\frac{1}{504}h^6\{f^{\text{VI}}(b)-f^{\text{VI}}(a)\}-$$

$$-\frac{17}{80640}h^8\{f^{\text{VIII}}(b)-f^{\text{VIII}}(a)\}+(4R_{2n}-R_n)\Big];\ \dots.\ (13)$$

waarin de coëfficiënt van $h^2\{f^{\text{II}}(b)-f^{\text{II}}(a)\}$ nul is geworden, en dus die term verdwenen is.

Wat de verbetering betreft, deze wordt, als men den vorm (11^d) bezigt,

$$4\,R_{2n}-R_n = (-1)^k B\,\theta\,G_{2k+1}\left\{\frac{(2n\cdot h)^{2k+1}}{(2n)^{2k}}\,4 - \frac{(n\cdot 2h)^{2k+1}}{(n)^{2k}}\right\} =$$

$$= (-1)^{k-1} B\,\theta\,\frac{(b-a)^{2k+1}}{n^k}\;\frac{2^{2k-2}-1}{2^{2k-2}} \;\ldots\ldots\; (13^a).$$

Hier is overal $h = \dfrac{b-a}{2n}$ . . . . (g).

Wilde men echter deze herleiding op de vergelijking (12) toepassen, dan zoude vooreerst de uitkomst tamelijk zamengesteld worden, maar bovendien ook de term, die h^{2} tot coefficiënt heeft, niet meer verdwijnen: daarom zien wij van die herleiding af.

OVER EENE BIJZONDERE SOORT VAN BUIZEN

IN DEN

VLIERSTAM (*SAMBUCUS NIGRA* L.),

TOT HIERTOE VOOR EEN FUNGUS (*Rhizomorpha parallela* Roberge) GEHOUDEN.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

(Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 27 Januari 1872).

Eenigen tijd geleden ontving ik uit België eene verzameling gedroogde Fungi, waaronder één onder den naam van *Rhizomorpha parallela* ROBERGE. Deze bevond zich aan de oppervlakte van het merg der gewone Vlier (*Sambucus nigra* L.), en deed zich voor in de gedaante van bruine strepen, die overlangs en op geringen afstand van elkander evenwijdig liepen. In de door DESMAZIÈRES uitgegeven verzameling, bekend onder den naam van *Plantes Cryptogames de France*, vond ik hetzelfde voortbrengsel aan de oppervlakte van stangen Vliermerg onder den naam van *Rhizomorpha Sambuci* CHEVALIER (1e Serie, N°. 1301 der 1e en 701 der 2e Editie), en onder den meer gebruikelijken van *Rhizomorpha parallela* ROB. in hetzelfde werk (2e Serie, N°. 155) op de stengels en bladen van *Iris Pseudacorus*. DESMAZIÈRES schreef op het étiquette van *Rhizomorpha Sambuci* (N°. 1301): „Nous ajouterons à la description de M. CHEVALIER (*Flora Parisiensis*), que cette production croît, non seulement entre le bois et la moëlle des rameaux secs de Sureau, mais aussi entre l'écorce et le bois. Ses filaments sont de couleur marron, claire d'abord, puis foncée; ce n'est que dans leur vieillesse qu'ils deviennent noirs. Ils sont fragiles et quelque fois comprimés," en op dat van *Rhizomorpha paral-*

lela (N°. 155): „Cette production se trouve quelquefois même à l'intérieur des tiges. M. ROBERGE l'a aussi rencontrée sous l'épiderme et principalement à l'intérieur de celles du *Polygonum Persicaria*, sur de vieilles hampes du *Plantago lanceolata*, etc.; le *Rhizomorpha Sambuci* de CHEVALIER (voir nos fasc. 1843) étant le même Rhizomorphe, notre savant ami a changé, avec raison, le nom spécifique trop réstrictif, parcequ'il était préférable d'en adopter un qui embrassât les habitats connus et ceux que l'on peut encore découvrir, en même temps qu'il exprimât un des caractères les plus saillants de cette production. Ces expansions sont, en effet, simples, droites, longitudinales, disposées parallellement, fragiles et déprimées; leur longueur, qui est variable, s'étend quelquefois plus d'un décimètre, tandis que leur largeur est d'un douzième à un dizième de millimètre au plus; leur couleur passe successivement par toutes les nuances intermédiaires, depuis le rouge le plus tendre jusqu'au marron le plus foncé."

Uit deze aanhaling blijkt, dat *Rhizomorpha Sambuci* en *Rh. parallela* synoniemen zijn, en dat de tweede naam gekozen werd om den eersten te vervangen, omdat dezelfde fungus, dien men meende op de Vlier gevonden te hebben, later bleek op nog andere planten te huisvesten, en omdat men het als een voornaam karakter aanmerkte, dat de nieuwe *Rhizomorpha* uit evenwijdige onvertakte draden bestond.

Nieuwsgierig of *Rh. parallela* ook bij ons te vinden ware, sneed ik bij de eerste gelegenheid een dooden Vliertak af, en vond ik, na den houtkoker daarvan weggenomen te hebben, den fungus van CHEVALIER en ROBERGE in prachtige exemplaren aan de oppervlakte van het merg. Tot mijne verwondering echter zag ik, dat ook gezonde levende takken van de Vlier dezelfde bruine strepen op die plaats deden zien, en eindelijk, dat geen enkele, levende of doode stam of tak van meergenoemden heester daarvan verstoken was.

Mijn vermoeden, dat *Rh. parallela* derhalve geen fungus konde zijn, dreef mij om die strepen nader te onderzoeken. De uitkomst van dat onderzoek wordt in de volgende bladzijden medegedeeld.

Het is bekend, dat men onder *Rhizomorpha* strengen van zwamvlokken (myceliumdraden) verstaat; strengen derhalve van een bepaalden bouw, en die, op eene horizontale of vertikale doorsnede, eerst uit draden, en later uit een pseudoparenchym blijken te bestaan. Reeds dadelijk moet ik doen opmerken, dat van zulk een bouw bij *Rh. parallela* niets is waar te nemen. Uit vezels bestaan de donkere strepen van dien naam noch vroeger, noch later; en, is het ook al niet te ontkennen, dat men er gedurende een zeker ontwikkelingstijdperk cellen in ontdekt, dan blijft het toch waar, dat deze slechts in ééne dimensie met elkander samenhangen, en dus geen weefsel vormen, waarop de naam van parenchym zou kunnen worden toegepast.

In hetgeen verder volgt, wensch ik de Vlierstrepen eerst morphologisch, dan organogenetisch, eindelijk chemisch te beschouwen.

I. Morphologisch onderzoek.

Zooals reeds door CHEVALIER, ROBERGE en DESMAZIÈRES werd aangegeven, loopen de strepen aan de oppervlakte van het Vliermerg aan elkander evenwijdig, daargelaten dat zij, onder het drogen, blijkbaar ten gevolge van haar samenhang met andere omliggende deelen, soms van de vertikaal een weinig afwijken en grootere of kleinere bochten beschrijven. Haar aantal is, bij takken van eenige dikte zeer (ik telde er, om slechts een enkel voorbeeld te noemen, tusschen de 50 en 60 bij eene stang van 12 millim. middellijn), bij dunne daarentegen veel minder aanzienlijk, waaruit volgt, dat zij, met het dikker worden der takken, in aantal vermeerderen. De afstand der strepen onderling is zeer verschillend, want treft men er soms een paar aan, die onmiddellijk aan elkander grenzen, daartegenover ziet men er ook, die eene fractie van een millimeter of meer van elkander verwijderd zijn.

De mededeeling van DESMAZIÈRES, dat de Vlierstrepen soms een decimeter lang worden, berust op gebrekkige waarneming of op het onderzoek van te korte mergstangen, want men kan zich bij takken, die aan den boom gestorven zijn, gemakkelijk overtuigen: niet alleen dat vele strepen de geheele lengte der internodia (2, 3 of meer decimeters) beslaan, maar ook dat zij,

zonder zich aan de knoopen te storen, van het eene internodium in het andere overloopen, waaruit volgt, dat zij de takken niet zelden in lengte evenaren.

De dikte der Vlierstrepen werd door DESMAZIÈRES op $^1/_{10}$–$^1/_{12}$ millimeter geschat. Deze opgave heeft echter blijkbaar alleen op de dikkere strepen betrekking; want, is het ook al waar, dat men er soms van $^1/_8$ millim. in middellijn aantreft, de meeste zijn veel dunner, en de allerjongste zeer zeker niet dikker dan $^1/_{40}$ millim. Strepen van $^1/_{20}$ millim. middellijn hebben in één- of tweejarige takken de overhand.

De kleur der strepen verschilt ook zeer. Onmiddellijk onder den eindknop eens taks zijn de strepen kleurloos, maar naar gelang men ze verder naar beneden vervolgt, beginnen zij beter zichtbaar te worden, en ziet men ze van zeer licht rozerood in lichtbruin overgaan, en eindelijk eene tint aannemen, die naar het donkerbruin overhelt. Aan oudere gestorven Vliermergstangen zijn zij zoo goed als zwart. Ik voeg er echter bij, dat niet alle strepen, die men in de rondte eener Vlierpit ontdekt, op dezelfde hoogte steeds dezelfde kleur hebben, geenszins. Donkerder en lichter strepen of onderdeelen daarvan liggen dikwerf naast elkander, een verschijnsel, dat, evenals het verschil in dikte der strepen van hetzelfde internodium, het best uit een verschil in ouderdom verklaard wordt.

Vertakt zijn de strepen nooit, zelfs niet op de hoogte der knoopen, en evenmin door dwarsarmpjes met elkander verbonden.

Het microscopisch onderzoek van eene horizontale doorsnede der Vlierstrepen met het weefsel waarin zij gedoken liggen, leert niet alleen, dat zij een normaal bestanddeel uitmaken van het merg en de primaire schors, maar ook dat men er een wand en een inhoud aan onderscheiden kan. Op eene overlangsche doorsnede bemerkt men daarenboven, dat men er den naam van buizen of „vaten" op zoude kunnen toepassen. Wij voegen er echter terstond de opmerking bij, dat die buizen van alle bekende in hooge mate afwijken, en noch onder de lucht-, melksap- of zeefvaten, noch ook onder de blaasvormige vaten (*vasa utriculiformia*) gebracht kunnen worden, zoodat zij enkel onder de groote rubriek der sapbuizen (*Saftschläuche* van SACHS) eene plaats zouden kunnen vinden. Om allen twijfel omtrent de

identiteit der door DESMAZIÈRES en zijne voorgangers, en mij zelven onderzochte strepen weg te nemen, deel ik mede, dat al wat door de bedoelde Fransche auteurs onder den titel van *Rh. parallela* of *Rh. Sambuci* gepubliceerd is geworden, in structuur als anderszins geheel overeenkomt met de buizen, die ons thans bezig houden.

Dat de buizen in het Vliermerg een eigen wand hebben, en dus niet tot de kanalen behooren, blijkt vooreerst uit de dikte van den ring, die, op eene horizontale doorsnede (Fig. 1) den inhoud der buizen omgeeft, en ten minste tweemaal aanzienlijker is dan die der wanden van de aangrenzende cellen; ten tweede uit de driehoekige ruimten, welke men op eene dergelijke doorsnede dikwerf waarneemt op de plaatsen, waar twee cellen van het merg en de hierboven bedoelde ring elkander ontmoeten — iets wat in de rondte van een en denzelfden ring soms vier- of vijfmaal gebeurt; ten derde uit het feit, dat niet zelden twee buizen onmiddellijk aan elkander liggen (Fig. 4), zóó dat hare inwendige ruimten door geene mergcellen, maar door een tusschenschot gescheiden zijn, 't welk de dubbele dikte heeft van het overige gedeelte der beide ringen; eindelijk daaruit, dat men de buizen door chloorzuren kali en verdund salpeterzuur uit hare omgeving kan losmaken. De dikte van den wand der buizen bedraagt $^1/_{400}$—$^1/_{350}$ millim. Teekeningen in den vorm van stippen, strepen, ringen, spiralen of een netwerk neemt men er niet aan waar; en, wat de kleur betreft, deze ontbreekt dikwerf geheel, maar is bij oudere buizen vooral wel eens lichtbruin.

De inhoud der buizen is eene in drogen staat glasachtige, broze, en, zooals wij later zien zullen, voor zwelling zeer vatbare stof, die tegen de binnenvlakte van den wand aanligt en aldaar eene dikkere of dunnere laag vormt (Fig. 1*a*.). Zeer opmerkenswaardig echter mag het heeten, dat die stof nu eens op kortere, dan eens op grootere afstanden zich naar binnen begeeft, en, zonder den wand daarom los te laten, overal proppen vormt (Fig. 2 en 3 *a'*), die de ruimte der buis in kamertjes verdeelen. Die kamertjes (Fig. 2*b*.) hebben allen een langwerpig-elliptischen vorm, en wel ten gevolge daarvan, dat de stof zich niet plotseling, maar langzaam, d.i. onder het maken

van eene glooiing naar binnen begeeft, zoodat de uiteinden der kamertjes daardoor geen hoekigen, maar een afgeronden vorm verkrijgen. De hoogte dier proppen verschilt zeer, zoodat men er nu eens van $^1/_{100}$, dan weer van $^1/_{50}$, maar ook van $^1/_{25}$-$^1/_{10}$ millim. aantreft; evenzoo is de hoogte der kamertjes zeer afwisselend, zoowel in dezelfde als in verschillende buizen. Ik zag er van fractiën van 1, maar ook van 1 of 2 millimeters.

In verband met het bovenstaande, doen zich de buizen op eene horizontale doorsnede geenszins altijd op dezelfde wijze voor, maar ziet men — en dat dikwerf op verschillende plaatsen van eene en dezelfde doorsnede — nu eens eene groote, dan eens eene middelmatige of kleine ruimte in haar midden (Fig. 4), maar die ruimte dan ook weder geheel gesloten of gevuld (Fig. 3).

De kleur van den inhoud der buizen is bij oudere stengelleden lichter of donkerder bruin (Fig. 4); naar mate men echter van oudere levende internodia naar jongere opklimt, neemt zij meer en meer in intensiteit af, totdat zij eindelijk te niet gaat, of liever voor kleurloosheid plaats maakt (Fig. 5 en 6).

Ofschoon de hierboven in enkele trekken omschreven inhoud der buizen de binnenzijde van den wand dezer laatsten zonder eenige tusschenruimte overdekt, kan men ze toch gemakkelijk daarvan isoleeren, door b. v. microscopische doorsneden met water of alcohol in aanraking te brengen. Onder den invloed dezer vloeistoffen nl. zwelt de stof aanmerkelijk (Fig. 5 en 6), en daar de holte der buizen haar daardoor te eng wordt, dringt zij naar buiten, en komt zij niet zelden geheel vrij te liggen (Fig. 7). Aan zulke vrijgekomen, stukken kan men dan waarnemen, dat hunne buitenste oppervlakte volkomen glad is, of m. a. w. volstrekt geene oneffenheden doet zien, waaruit zou kunnen blijken, dat zij vroeger met den wand der buizen in organischen samenhang heeft gestaan. Wel ontdekt men er soms allerfijnste dwarsstreepjes in, indien men van sterke objectieven gebruik maakt, maar zelfs dan nog is het niet met zekerheid te bepalen, of die streepjes als plooien of sleuven, dan wel als minder dichte of dichtere plaatsen beschouwd moeten worden. Enkele malen is het mij ook wel voorgekomen, dat de stof talrijke holten in haar binnenste verborg (Fig. 8),

waardoor zij een sponsachtig voorkomen verkreeg; maar dan bleek het mij tevens, dat die holten naar buiten gesloten waren en dus aan de zijde, waarmede de stof met den wand der buis in aanraking geweest was, geene gemeenschap konden gehad hebben met de buitenwereld. De binnenzijde van den wand van ledige buizen, vond ik ook altijd volkomen glad.

De inwendige ruimte der buizen of kamertjes is in den beginne met eene waterachtige vloeistof, doch later met lucht gevuld, iets wat geheel in overeenstemming is met hetgeen men ook bij de mergcellen heeft waargenomen, te midden van welke de buizen zijn weggedoken. Men kan zich hiervan gemakkelijk overtuigen, door dunne doorsneden van het merg van levende takken droog onder den microscoop te leggen en terstond waar te nemen. Zijn die doorsneden aan het einde der takken ontleend, dan is ook de stof in de buizen gezwollen, maar werden zij aan een ouder internodium ontnomen, dan bemerkt men van zulk eene zwelling niets, hoewel men ze terstond door eene druppel water te voorschijn kan brengen. Ik voeg er echter bij, dat men deze proef niet in het vroege voorjaar moet nemen, tegen den tijd dat er eene sterke opstijging van sappen plaats heeft, omdat de stof der buizen, ook van oudere internodia, dan dikwerf gezwollen is. — Wenscht men terstond op het doel af te gaan, dan kan men niet te dunne overlangsche doorsneden van jongere en oudere internodia, in de lente en in den zomer, onder olie waarnemen, in welk geval de aanwezigheid van luchtblazen, althans in buizen die door eene te sterke kleur hare doorschijnendheid nog niet verloren hebben, door eene donkere schaduw aan den omtrek van lichtere plekken zich verraadt.

De plaats, welke de buizen in Vliertakken innemen, kan op eene horizontale doorsnede gemakkelijk bepaald worden. Men vindt ze, zooals wij reeds weten, aan den omtrek van het merg en in de schors, niet ver van den eigenlijken bast. Meer in het bijzonder dient echter medegedeeld, dat de buizen van het merg (op die der schors hebben wij ditmaal niet bijzonder gelet) niet juist in een cirkel liggen, doch dat zij van deze lijn nu eens naar binnen, en dan eens naar buiten een weinig afwijken. Een in het oog springend verband tusschen hare plaat-

sing en die der vaatbundels is in zoo verre niet waar te nemen, als de buizen nu eens in het verlengde van de liggende lange as der laatsten gelegen zijn, maar daarvan in andere gevallen ook weder aanzienlijk afwijken. Toch is het niet onduidelijk, dat zij doorgaans meer in de nabijheid der vaatbundels dan in het weefsel verspreid liggen, 't welk die strengen van elkander scheidt. Tusschen de spiraalvaten van den mergkoker en de buizen liggen enkele mergcellen; het aantal echter dergenen, die de buizen in de rondte omgeven, is zeer onstandvastig, en bedraagt in het eene geval vijf of zes, doch in het andere twaalf of meer.

II. Organogenetisch onderzoek.

Als men den eindknop eens Vliertaks met het daarop naar onder volgend internodium vertikaal doorklieft (wij deden zulks in Januari) en dan een zeker aantal dunne doorsneden aan microscopisch onderzoek onderwerpt, gelukt het niet zelden, het ontstaan en de eerste ontwikkelingsphasen der Vlierbuizen te leeren kennen.

Vooreerst ontdekt men, wat trouwens nog beter aan horizontale doorsneden is waar te nemen, dat zij niet te vinden zijn, zoo lang de kring van vaatbundels nog niet gevormd en de scheiding van merg en schors nog niet is tot stand gekomen. Nauwelijks echter heeft deze scheiding plaats gehad, of de buizen worden zichtbaar.

In haar vroegst ontwikkelingstijdperk (Fig. 9) bestaan zij uit cellen, die, een weinig langer dan breed, in vertikale reeksen boven elkander geplaatst zijn, en met platte vlakken op elkander rusten. Meer dan ééne rij cellen neemt nooit aan de vorming der buizen deel. Van de aangrenzende mergcellen, zijn de cellen, welke wij thans meer bijzonder op het oog hebben, daardoor onderscheiden, dat zij een weinig langer dan breed (niet in alle richtingen gelijkmatig ontwikkeld), niet geteekend, en met eene bijzondere stof gevuld zijn, die, hoewel kleurloos, evenwel een ander voorkomen aan die cellen verleent dan aan de mergcellen, welke die stof niet bevatten. Reeds thans is die stof tegen de binnenzijde van den celwand, niet in de celruimte, gelegen, en doet zij zich voor als een laagje protoplasma. Wat echter tevens zeer duidelijk is waar te ne-

men: die stof hoopt zich voornamelijk aan de liggende of horizontale zijden der cellen op, waarvan het gevolg is, dat de vroeger hoekige celruimte zich weldra afrondt en men op de plaatsen, waar voorheen dunne tusschenschotten zich vertoonden, thans zeer dikke proppen waarneemt, die, aan beide uiteinden ingedrukt, eenigszins gelijken op eene in de lengte uitgerekte biconcave lens. Naarmate echter de ophooping der stof aan de oppervlakte der horizontale wanden veld wint, worden deze onduidelijker, en ziet men er ten laatste niets meer van.

Deze verdwijning der tusschenschotten kan worden toegeschreven òf aan eene resorbtie, òf daaraan, dat de afgezette stof hetzelfde lichtbrekend vermogen met die wanden gemeen heeft. Tegen de tweede opvatting pleit: dat de inhoud der cellen zeer goed te onderscheiden blijft van de staande wanden, terwijl voor de juistheid der eerste kan worden aangevoerd: dat de in de lengte uit de buizen genomen stof nergens ringvormige of andere insnoeringen vertoont, en, hiermede in overeenstemming, aan de binnenzijde der geledigde buizen geen spoor van tusschenschotten of gescheurde vliezen gezien wordt. Ik voor mij houd het te niet gaan der horizontale wanden dan ook voor het waarschijnlijkst. Ik kan er trouwens bijvoegen, dat het niet gelukt, die wanden door eenigerlei reagentia weder zichtbaar te doen worden, en evenmin, door de aanwending van al die middelen, welke tot zwelling der stof aanleiding geven, deze laatste zich van de liggende wanden te doen terugtrekken.

Het verdwijnen of de resorbtie der tusschenschotten tusschen de boven elkander geplaatste cellen, heeft er mij geen bezwaar in doen zien, de seriën van cellen, waarover deze bijdrage loopt, met den naam van buizen te bestempelen, een naam, die trouwens ook dan niet te verwerpen ware, als het bleek, dat er geene resorbtie of vervloeiing van tusschenschotten plaats heeft. Tegenwoordig toch ziet men er geen bezwaar in, van buizen of vaten ook in die gevallen te spreken, waar men met geene doorloopende holten, maar met reeksen van boven elkander geplaatste cellen te doen heeft, mits die reeksen zich als zelfstandige vereenigingen van elementen kennen doen, en haar leven van dat der omgevende weefsels afwijkt.

De cellen, waaruit de Vlierbuizen ontstaan, houden in

het eene geval vroeger op in de lengte te groeien dan in het andere, en hieraan is het dan ook toe te schrijven, dat men de proppen in de volwassen buizen soms zeer dicht bij, maar soms ook zeer ver van elkander ziet liggen.

Daar het aantal buizen, die men op de horizontale doorsnede van een pas gevormd lid eens Vliertaks in een kring ziet liggen, doorgaans niet meer dan een tien- of twaalftal bedraagt, en men er bij eene mergstang van een vinger dikte dikwerf 60 of meer ontdekt, zoo vloeit hieruit voort, dat de buizen, behalve door het oorspronkelijke meristeen der bladknoppen, later ook nog aan de oppervlakte van het merg moeten worden voortgebracht; eene veronderstelling, die te minder gewaagd is, omdat er tegenwoordig vele gevallen bekend zijn, waar, in weefsels, wier ontwikkeling tot stilstand gekomen was, op een gegeven oogenblik een nieuw leven in sommige cellen zich openbaart, blijkbaar in het ontstaan van nieuwe deelen, welke vroeger op zulke plaatsen niet werden waargenomen.

III. Chemisch onderzoek.

Bij dit onderzoek heb ik mij altijd bezig gehouden met buizen der jongere, van levende takken afgesneden internodia, dezulke derhalve, wier inhoud geheel kleurloos was of slechts een zeer flauw tintje had aangenomen : ten deele omdat de verandering van kleur van dien inhoud, door de reagentia te weeg gebracht, dan beter gewaardeerd kon worden, ten deele ook omdat de verschijnselen van zwelling bij de stof van oude buizen lang niet zoo duidelijk zijn als bij die van jonge.

Water. Koud gedestilleerd water doet de stof in drieërlei richting: de overlangsche, radiale en tangentiale, maar bovenal in radiale richting, zwellen. De zwelling in overlangsche richting, kan bij overlangs doorgesneden buizen worden waargenomen, de beide andere op horizontale sectiën worden nagegaan. Dat de stof in radiale richting zwelt, blijkt uit het nauwer worden van de holte der buizen, en dat zij zich ook in tangentiale richting tracht uit te zetten, kan daaruit worden opgemaakt, dat zij, na uit den ring waarin zij bekneld was, te zijn weggesprongen, een veel grooter cirkelrond dan vroeger beslaat, en binnen den ring dikwerf lussen naar het midden uitzendt. Heeft men een nauwer of geheel gesloten gedeelte der

buis in het gezichtsveld gebracht, en voegt men er dan water bij, zoo begint de prop sterk naar boven uit te puilen. Laat men de bevochtigde preparaten opdrogen, en brengt men ze dan ten tweede male met water in aanraking, zoo herhalen zich de beschrevene verschijnselen ten tweeden male. — Verandering in kleur brengt koud water niet te weeg. Ook lost het niets van de stof op, indien men daartoe nl. besluiten mag, waaraan ik niet twijfel, omdat de stof vooreerst niets in volumen afneemt, en ten tweede de reagentia, welke eenige verandering in de stof te weeg brengen, het water onaangetast laten.

Kokend water heeft dezelfde uitwerkselen als koud, hetzij men de preparaten met dit laatste aan den kook brengt, of ze terstond in de kokende vloeistof onderdompelt. Nogtans verschilt het daarin van het koude water, dat het den inhoud der buizen lichter of donkerder bruin kleurt. De in water gekookte inhoud trekt zich samen onder den invloed van minerale zuren en zet zich uit onder den invloed van alcohol.

Alcohol. Koude en kokende alcohol doen den inhoud der buizen beide in nog sterkere mate dan water zwellen (Fig. 5, 6, 7), zooals daaruit blijken kan, dat, als men doorsneden die met alcohol bevochtigd werden, met water in aanraking brengt, die inhoud zich duidelijk samentrekt. Beide vehicula lossen echter niets van dien inhoud op. In de eerste oogenblikken wordt deze er niet door ontkleurd. Evenmin als door koud of kokend water, wordt het vermogen om zich uit te zetten en weer in te krimpen door kouden alcohol aan de stof ontnomen; kokende alcohol ontneemt haar het vermogen om door minerale zuren zich samen te trekken, niet.

Aether. Aether sulphuricus en Aether aceticus hebben dezelfde werking: zij doen de stof zwellen, zoowel koud als kokend. Nogtans lossen zij er niets van op, en brengen zij geene onmiddellijke verandering van kleur te weeg. Door kouden aether wordt het inkrimpend en uitzettend vermogen niet aan de stof ontnomen; kokende aether ontneemt haar het vermogen om door minerale zuren zich samen te trekken, niet.

Terpentijnolie. Deze olie oefent hoegenaamd geen invloed op de stof uit. Zij doet ze niet zwellen, lost er, ook in kokenden staat, niets van op, en kleurt ze niet.

Glycerine. Verdund en onverdund glycerine doen de stof beide zeer sterk zwellen, maar kleuren ze niet. Zij lossen er niets van op, en ontnemen haar het vermogen om te zwellen en te krimpen niet.

Azijnzuur. Doet de stof zwellen, meer dan enkel water, en ontneemt ze het vermogen om te zwellen en te krimpen niet. Het lost er niets van op en kleurt de stof in den beginne niet.

Minerale zuren. Zwavel-, salpeter- en zoutzuur doen de stof evenmin zwellen in sterken als verdunden toestand. Zij lossen haar ook niet op, maar kleuren ze, spoedig na de aanwending, bruinrood. Salpeterzuur verwekt geene goudgele kleur, ook niet, als men zijne werking steunt door ammonia. Evenmin als alcohol en aether, ontnemen minerale zuren aan de stof het vermogen om te zwellen en te krimpen. Legt men b.v. doorsneden der buizen in eene droppel sterk of verdund zuur, dan blijft haar inhoud onveranderd; maar neemt men het zuur nu weg, en brengt men eene druppel alcohol daarvoor in de plaats, dan ziet men dien inhoud sterk zwellen. Is nu de alcohol bijna verdampt, en wordt eene tweede druppel zuur bij het preparaat gevoegd, dan ziet men den inhoud weêr krimpen. Men mag dus aannemen, dat minerale zuren de omgekeerde werking doen van water, alcohol, aether, glycerine en bijtende alkaliën (zie hieronder).

Ammonia liquida. Doet den inhoud der buizen zwellen, maar lost hem niet op. Eene kleursverandering wordt eerst later opgemerkt, en wel naar het bruin.

Kali causticum. Doet den inhoud der buizen zwellen en kleurt hem zeer spoedig donker roodbruin. Koud, lost dit reagens dien inhoud langzaam, maar kokend vrij spoedig op. Daarbij wordt de vloeistof eenigszins rood gekleurd.

Oplossing van iodium in eene oplossing van iod-kalium. Doet den inhoud zeer weinig zwellen, en kleurt hem met haar eigen kleur. Dat zij er iets van oplost, blijkt niet.

Sulfas ferrosus. Kleurt den inhoud der buizen terstond vuilblauw, maar doet hem niet zwellen en neemt er ook niets van op. Uiterst duidelijk is de verkleuring, die dit zout te weeg brengt, bij preparaten, welke men in de eene of andere vloeistof neêrgelegd had, die de stof der buizen deed zwellen. Ook

op doorsneden, die in water gekookt werden, oefent sulfas ferrosus dezelfde reactie uit. Water, waarin ik een aanzienlijk getal sneden van Vliermerg, met vele buizen, gekookt had, reageerde op sulfas ferrosus niet. Op den gezwollen inhoud der buizen oefent sulfas ferrosus eene sterk samentrekkende werking uit.

Chloridum ferri. Gedraagt zich geheel als het vorige zout, maar kleurt den inhoud der buizen eerst roodbruin, en daarop vuilblauw.

Sulfas cupri. In onzuiveren, d. i. ijzerhoudenden staat, kleurt het de stof evenals sulfas ferrosus, maar in zuiveren staat bruinrood. Het veroorzaakt geene zwelling, maar wel samentrekking der door andere reagentia tot zwelling gebrachte stof.

Sulfas cupri en *Kali causticum.* Als men de stof in eene oplossing van zuiver sulfas cupri laat weeken, dan goed afwascht, en eindelijk met kali causticum, koud of kokend, in aanraking brengt, zwelt zij wel op, maar neemt zij geene violette, doch wel eene bruinroode kleur aan.

Acetas cupri. Doet de stof niet zwellen, maar kleurt ze spoedig bruinrood. Van een oplossend vermogen van dit zout blijkt niets. De gezwollen stof trekt zich onder den invloed van acetas cupri samen,

Koperoxyd-Ammoniak. Doet de stof middelmatig zwellen en kleurt ze eerst licht-, daarna donkerbruin, en geeft er eindelijk een purperen weerschijn aan. Ook na dagen lange trekking, lost dit reagens niet het minste van de stof op.

Millon's reagens. Doet de stof niet zwellen, maar noopt haar, in gezwollen staat, zich samen te trekken. Het kleurt de stof niet steenrood, maar eerst vuilbruin, en later zeer donker en vuil-purper, en eindelijk zwart.

Bichromas kalicus. Kleurt de stof bruinrood en doet ze middelmatig zwellen. Geeft geene aanleiding tot samentrekking, als de stof door alcohol in gezwollen toestand verkeert.

Suiker en Zwavelzuur. Brengen geene rozeroode, maar, zooals meer andere reagentia, eene bruinroode kleur te weeg.

Zwavelzuur en Iodium. Geven geene blauwe, maar wel eene bruinroode kleur. De reactie dezer vloeistoffen kan niet nagegaan worden op preparaten, die in salpeterzuur of kali causti-

cum werden uitgetrokken, omdat deze stoffen zelven eveneens tot het ontstaan van eene bruinroode kleur aanleiding geven.

Oplossing van Chloorzinkiodium. Kleurt de stof blauw, zonder ze te doen zwellen, en noopt de gezwollene stof tot samentrekking. Van eene oplossing der stof door dit reagens, is niets te bemerken.

Acidum chromicum. Verwoest de mergcellen met de buizen en haar inhoud volkomen.

Chloras kalicus met verdund Salpeterzuur. Bij verwarming lossen deze stoffen den inhoud der buizen spoediger op dan haar wand en het omgevende weefsel.

De uitkomst dezer proeven kan worden saamgevat in de volgende artikelen:

1. *Zwelling* van den inhoud der buizen wordt te weeg gebracht door water (koud en kokend), alcohol (kouden en kokenden), aether, glycerine, azijnzuur, bijtende alkaliën, bichromas kalicus; maar niet door terpentijnolie, metaalzouten en minerale zuren.

2. *Samentrekking* van den gezwollen inhoud wordt veroorzaakt door metaalzouten en minerale zuren. Water, dat den inhoud der buizen minder zwellen doet dan de andere sub 1 genoemde stoffen, geeft eveneens tot eene lichte samentrekking aanleiding, als het na eene dier stoffen wordt aangewend.

3. Eene *verandering van kleur*, kort na het begin der werking, wordt niet te weeg gebracht door koud water, alcohol, aether, terpentijnolie en glycerine, maar wel door azijnzuur, minerale zuren, bijtende alkaliën, de oplossingen van metaalzouten, bichromas kalicus, iodium en chloorzinkiodium.

4. Bijtende alkaliën, azijnzuur, minerale zuren, bichromas kalicus, de koperzouten, Millon's reagens en iodium kleuren de stof *bruin*, meestal met eene speling in het *roode;* sulfas ferrosus, chloridum ferri en chloorzinkiodium kleuren ze *blauw*.

5. De kleurstof der cochenille (karmijn) wordt door de stof vastgelegd.

6. Koperoxydammoniak en minerale zuren lossen de stof even-

min op als water, alcohol, aether, terpentijnolie, glycerine, azijnzuur en ammonia liquida.

7. Kali causticum lost de stof langzaam op; acidum chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ verwoesten haar snel.

Met bovenstaande kennis toegerust, kunnen wij trachten, den aard der stof, in de buizen van het Vliermerg vervat, op het spoor te komen. Bij die poging dient allereerst in het oog te worden gehouden, dat die stof, van het eerste oogenblik dat zij zichtbaar wordt, en verder gedurende haar gansche bestaan, tegen den wand der cellen of der buis aanligt, en nooit als een vrij lichaam in de holte der buizen te vinden is. Ook is zij nooit vloeibaar, maar vast, hoewel het waarschijnlijk is, dat zij in den beginne een lijvigen aard heeft. Deze gegevens leiden tot het vermoeden, dat er tusschen meergemelde stof en het peripherisch plasma, of wel tusschen haar en het eene of andere product van dat plasma, b.v. cellulose, verwantschap kan bestaan. Bij het aanwenden der verschillende reagentia, heb ik die mogelijkheid dan ook steeds in het oog gehouden, hoewel ik erkennen moet, dat mijne verwachting omtrent de aanwezigheid van ééne dier stoffen al zeer spoedig werd teleurgesteld.

Als men overweegt, dat de stof in geen enkel vehiculum oplost, met uitzondering van kali causticum, acid. chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ, dan vloeit daaruit voort, dat men noch aan suiker, dextrine of gom, noch aan hars te denken heeft. Evenmin aan zetmeel of inuline, omdat iodium de stof niet blauw kleurt en inuline door water en alkaliën niet tot zwelling gebracht wordt, en in minerale zuren oplosbaar is. Dat ook bassorine niet in aanmerking kan komen, was duidelijk, daar deze stof alcohol en aether niet in zich opneemt, en onder het zwellen in water de scherpte harer omtrekken verliest, terwijl onze stof, hoeveel water men daaraan ook moge toevoegen, spoedig haar maximum van zwelling bereikt, en dan nog even scherpe grenzen doet zien als vroeger. Dat de stof geen caoutchouc wezen kon, leidde ik daaruit af, dat noch koude, noch kokende terpentijnolie eenigen invloed op haar

uitoefende, en dat ook aan kiezelzuur niet gedacht konde worden, bleek uit hare oplosbaarheid in kali causticum, acid. chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ.

De sprekende reactie, door ijzerzouten te weeg gebracht, wekte het vermoeden, dat de stof looizuur bevatte; en ik meen dan ook dat daaromtrent geen twijfel bestaan kan, te meer daar bichromas kalicus haar bruinrood maakte en chemisch zuiver sulfas cupri de blauwe kleur der ijzerzouten niet, doch ijzerhoudend sulfas cupri van den handel ze zeer spoedig te voorschijn riep. Het denkbeeld evenwel, dat de stof geheel uit looizuur bestaan zoude, moest dadelijk worden opgegeven, omdat looizuur in water oplosbaar is, en het mij niet alleen niet gelukte, zulk eene oplossing te verkrijgen, waar zelfs het water, waarin ik eene tamelijke hoeveelheid buizen uit het Vliermerg had laten koken, met sulfas ferrosus geene blauwe kleur aannam.

Ook de gedachte, dat ik wellicht met een eiwitachtig lichaam of eene looizure verbinding van eiwit te doen zoude hebben, moest ik spoedig laten varen, omdat chemisch bereid tannas albuminis, mij door mijn broeder, den hoogleeraar A. C. OUDEMANS JR., verschaft, volstrekt geene verschijnselen van zwelling bij het in aanraking komen met water, alcohol, aether en glycerine deed bespeuren, en het eiwit dat in plantencellen voorkomt die verschijnselen evenmin doet zien, integendeel, bij de aanwending van alcohol of glycerine zich samentrekt. Buitendien kon ik de aan albuminosa eigene reactiën op de daartoe voorgeschrevene wijzen, niet te voorschijn roepen. Salpeterzuur en ammonia liquida, na elkander en met behulp van warmte aangewend, gaven geene goudgele; sulfas cupri met kokenden bijtenden kali geene violette; Millon's reagens geene steenroode; zwavelzuur en suiker geene rozeroode kleur. Onder den invloed van al deze reagentia nam de oorspronkelijk kleurlooze stof eene lichter of donkerder bruinroode tint aan, eene verandering, die wellicht aan eene ontleding van het looizuur moet worden toegeschreven. Het eenige, waarin onze stof met albuminosa overeenstemde, was, dat zij karmijn uit eene ammoniakale oplossing in zich condenseerde. Maar ook andere organische voortbrengselen komen in dit opzicht met eiwit overeen.

Ten laatste vroeg ik mij zelven af, of de inhoud der buizen niet grootendeels cellulose, in gewijzigden toestand, zou kunnen wezen, en na eene recapitulatie van al het waargenomene. moet ik erkennen, dat deze vooronderstelling mij toeschijnt de waarheid het meest nabij te komen.

Vóór die opvatting pleit althans de blauwe kleuring der stof door eene oplossing van chloorzinkiodium, en de volkomene overeenstemming, die er, ten opzichte der al of niet oplosbaarheid in sterk werkende reagentia, tusschen haar en de cuticula aan de eene, en de zoogenaamde vasculose van FRÉMY aan de andere zijde bestaat. Van beide laatstgenoemde stoffen leest men, dat zij in sterk zwavelzuur en koperoxydammoniak niet, maar wel oplosbaar zijn in sterke kaliloog, en ditzelfde is op de stof in de Vlierbuizen toepasselijk. Dat laatstgenoemde evenwel noch met de cuticula, noch met de vasculose geïdentificeerd mag worden, is duidelijk, want beiden missen het vermogen om in alcohol, aether, glycerine en azijnzuur te zwellen, en doen zulks ook in water in veel geringere mate, waar bijkomt, dat de cuticula onder den invloed van chloorzinkiodium geene blauwe kleur aanneemt. Daar cellulose in den eigenlijken zin oplosbaar is in sterk zwavelzuur, en het van haar evenmin bekend is, dat zij met alcohol, aether, glycerine en azijnzuur zwelt, zoo kan ook aan eene overeenstemming tusschen haar en de stof der Vlierbuizen niet gedacht worden.

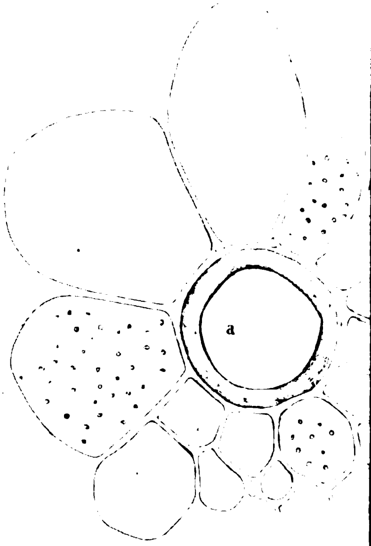
Geeft men toe, dat mijne onderstelling juist, en dat de quaestieuse stof eene soort van cellulose is, met eigenschappen, althans voor zoo verre zij op de opzwelbaarheid betrekking hebben, nog onbeschreven, dan rijst de vraag, of het wel raadzaam is, den naam van *inhoud*, waarmede ik haar gemakshalve tot hiertoe bestempeld heb, te behouden, en of het niet doelmatiger ware, haar als eene *binnenste schaal* van den wand der beschrevene buizen aan te merken. En nu geloof ik, èn op grond van hetgeen men bij de kieming van vele sporen, o.a. van *Spirogyra* en vele Bladmossen heeft waargenomen, waar gedurende dit proces het exosporium volkomen van het endosporium afgestroopt wordt; èn van hetgeen men bij sommige stuifmeelkorrels heeft opgemerkt, wier exine zich van hare intine door sommige reagentia laat afnemen; eindelijk van eenige waar-

nemingen, door mijne voorgangers op onderdeelen van andere planten, zooals de cellen der vaatbundelscheeden bij *Pteris aquilina*, het hout van soorten van *Pinus* en dat van vele Papilionaceeën gedaan, dat die handelwijze inderdaad de voorkeur verdient. In laatstgenoemde gevallen ontdekte men eveneens eene binnenste laag in de betrokkene cellen, in eigenschappen verschillend van eene meer naar buiten gelegene, waartegen zij was uitgespreid, en daarvan door de aanwending van het eene of andere reagens, zonder merkbare beleediging te scheiden, en werd, evenmin als bij de sporen of stuifmeelkorrels, zooeven besproken, aan eene tegenstelling van wand en inhoud gedacht, en de, hoe ook in chemische of physische eigenschappen verschillende schalen van hetzelfde bekleedsel of hulsel, als bij elkander behoorend aangemerkt.

Uit al het vorenstaande trekken wij het besluit: dat de bruine strepen aan de oppervlakte van het merg en in de schors der Vlier niet tot de fungi en dus ook niet tot het geslacht *Rhizomorpha* behooren, maar dat zij buizen of vaten zijn, telkens uit eene loodrechte serie van cellen voortgesproten, die dit bijzondere hebben: 1°. dat zij op de plaatsen waar oorspronkelijk horizontale tusschenschotten zich vertoonden, verstopt zijn, en 2°. dat haar wand uit twee lagen of schalen bestaat, waarvan de binnenste los met de buitenste samenhangt, en, hoewel in het algemeen tot de rubriek „cellulose" gebracht moetende worden, echter door eene reeks van bijzondere eigenschappen, voornamelijk wat haar vermogen om te zwellen en te krimpen betreft, zich van de bekende toestanden dier stof onderscheidt.

De donkere kleur, die de bedoelde binnenwand gaandeweg aanneemt, en die overeenkomt met de tint, welke wij daarin door verschillende sterk werkende reagentia te voorschijn kunnen brengen, wordt waarschijnlijk door eene ontleding van het looizuur, 't welk zich door de gewone reagentia in den binnenwand laat aantoonen, en de oxydatie van een zijner ontledingsproducten veroorzaakt.

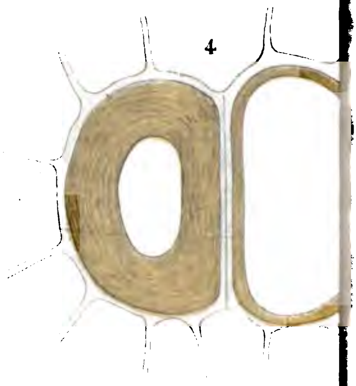
Ten slotte veroorloof ik mij de opmerking, dat de binnenwand der buizen van het Vliermerg eene uitzondering maakt op den door SACHS (*Ueber einige neue mikroskopisch-chemische Reactionsmethoden*, 1859, p. 23) gestelden regel „dass wo







4



Gerbstoff einmal in Zellen nachweisbar ist, die Reactionen meist mit solcher Evidenz stattfinden, dass man sich zu der Annahme berechtigt sieht dass man es mit ziemlich concentrirten Lösungen zu thun hat, sondern auch, dass in solchen Zellen ausser den Gerbstoff andere Stoffe nur in sehr geringen Quantitäten zugegen sein können."

Amsterdam, Jan. 1872.

VERKLARING DER FIGUREN.

Fig. 1. Horizontale doorsnede eener buis te midden van eenige mergcellen.

〃 2. Vertikale doorsnede eener buis, met mergcellen links en rechts.

〃 3. Horizontale doorsnede eener buis op de plaats waar eene prop gezeten is.

〃 4. Horizontale doorsnede van twee aan elkander grenzende oudere buizen, met donkerbruinen binnenwand.

〃 5. Horizontale doorsnede eener buis met gezwollen binnenwand, ten gevolge van de onderdompeling in alcohol.

〃 6. Eene dergelijke doorsnede met nog sterker gezwollen binnenwand (onder alcohol).

〃 7. Eene dergelijke doorsnede met gesprongen buitenwand en naar buiten puilenden binnenwand (onder alcohol).

〃 8. Een stukje van een poreusen binnenwand.

〃 9. Vertikale doorsnede eener zeer jonge buis met aangrenzende mergcellen. Hier en daar ziet men de horizontale tusschenschotten.

NASCHRIFT.

Dezelfde sapbuizen als bij de Vlier, vond ik zeer onlangs aan de oppervlakte van het merg bij *Robinia Pseudacacia* en *R. hispida*, maar met dit onderscheid, dat de tusschenschotten hier niet verdwenen waren, en dus ook geene proppen in de buizen gevonden werden.

Schultz spreekt in zijn werk: *Sur la Circulation*, etc. op blz. 28 wel van melksapvaten in de schors van *Sambucus Ebulus* en *S. nigra*, maar niet van vaten in het merg. Dippell maakt in zijne verhandeling *Ueber die Entstehung der Milchsaftgefässe* in het geheel van geene buizen bij *Sambucus* gewag. Bij hanstein (*die Milchsaftgefaesse*) vond ik op blz. 21 gewag gemaakt van „die *sogenannten* Milchsaftgefässe der Gattung Sambucus”, aan den omtrek van het merg van *S. Ebulus* en *S. nigra*, waaruit blijkt dat ook hij den naam van „Melksapvaten" voor de sapbuizen der genoemde planten niet volkomen goedkeurt. Daartoe mag ook medegewerkt hebben, dat hanstein het sap dier vaten van gewoon melksap verschillend vond, zooals blijkt uit de zinsnede: „Ihr Saft verhält sich vom gewöhnlichen Milchsaft verschieden, indem er bei Behandlung mit Aetzkali sich dunkel braunroth färbt, gerinnt und sich zusammenzieht, und dabei in lauter kurze, walzenförmige, fast scharfkantige Stücke zerspringt.” Ik doe hier opmerken, dat hanstein hier in zooverre dwaalt, als hij aangeeft, dat bijtende kali het sap der buizen van *Sambucus* stollen doet. De schrijver heeft hier blijkbaar de binnenste schaal van den wand der buizen voor gestold sap gehouden, en aan kali eene eigenschap toegeschreven, die het niet bezit.

3 Maart 1872. O.

TOESTAND VAN DE MAAS LANGS NOORDBRABANT BIJ HOOGEN WATERSTAND

DOOR

G. VAN DIESEN.

Ten aanzien van de hoeveelheid water, die de Maas bij hoogen stand kan afvoeren, heeft nog meer onzekerheid geheerscht dan bij den Rijn het geval was. De weinige cijfers, die men voor het vermogen van de Maas bij den hoogsten stand vindt opgegeven, zijn zeer uiteenloopend.

In *de Nederlandsche hoofdrivieren*, door een „oud soldaat", (uitgegeven in 1850) wordt, op blz. 89 van het eerste deel 700 à 750 kub. ellen per seconde aangenomen, in de onderstelling, dat de verhoudingen van het vermogen bij den laagsten en bij den middelbaren stand tot dat bij den hoogste dezelfde zijn als bij den Rijn.

In eene verhandeling, getiteld: *Variations diurnes de la Meuse et de l'Ourthe*, voorkomende in de *Annales des travaux publics de Belgique*, Tome VII, 1848, wordt voor de hoeveelheid water, die de Maas bij de hoogste standen, wanneer zij tusschen Dinant en Luik buiten hare oevers treedt, per secunde afvoert, opgegeven 1000 tot 3800 kub meter. De gronden waarop deze opgave rust, worden in die verhandeling niet medegedeeld.

In de verzameling van bescheiden, door het ministerie van openbare werken van België in 1848 uitgegeven over het Projet d'amélioration du regime de la Meuse komt op blz. 40 eene opgaaf voor van den hoofdingenieur KUMMER, die voor den afvoer der Maas te Luik op 29 Januarij 1846 eene hoeveelheid van 2242 M^3 had gevonden, waaronder begrepen was 300 M^3 door de brug van Longdoz gestroomd.

Eene vierde opgaaf is die van den hoofdingenieur KOOL, die voor den bouw der spoorwegbrug over de Maas te Maastricht de hoeveelheid water berekende door de Maas afgevoerd tijdens den hoogen waterstand van 4 Februarij 1850. Deze berekening medegedeeld in de *Verhandelingen van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1858—1859, blz. 15, is gegrond op waargenomen waterhoogten op den genoemden dag, waaruit de opstuwing bij de Maasbrug en de door die brug gestroomde hoeveelheid worden berekend. De uitkomst was, dat de Maas den 4den Februarij 1850 te Maastricht 2593 M³ had afgevoerd.

Was het voor de wetenschap in het algemeen wenschelijk tot eenige zekerheid te geraken, het kwam mij bovendien in het belang van eene uitgestrekte landstreek in Noordbrabant noodzakelijk voor, dat meer kennis van den waren afvoer der rivier de Maas bestond. Die landstreek verkeert in een toestand waarvan het bestaan niet vermoedt wordt door hen, die vreemd zijn in dat gewest.

Eene herinnering in enkele woorden aan hetgeen bij hooge standen met de Maas gebeurt is welligt dienstig tot goed begrip van de uitkomsten in Bijlage N°. 4 verzameld.

De Maas ondervindt in haar loop langs Noordbrabant bij hoogen waterstand of ijsgang allerhande stoornissen. Terwijl zij in dit gedeelte van haren weg de hoogerop ontbrekende wederzijdsche bedijking bezit, bestemd om haar binnen grenzen te beperken, zijn er openingen in die bedijking, die tot bederf strekken van het rivierbed.

Tusschen Cuijk en Grave stort door zulke openingen in de linker bedijking een gedeelte van het Maaswater bij hoogen stand Noordbrabant binnen, en overstroomt over bijna de geheele lengte der provincie een strook grond, die bij het naderen van 's Bosch al breeder en breeder wordt.

Dit overstroomingswater wordt, naar het dorpje Beers aan den bovenmond, de Beerssche Maas genoemd. Het feit wordt kortaf uitgedrukt door de woorden „de Maas is om."

De Maas vervolgt na dit verlies haar weg, en ontvangt over het onbedijkte land tusschen Dreumel en Rossum, de overlaat van Heerewaarden genaamd, bij hoogen stand uit de rivier de Waal,

die gewoonlijk tegelijk met de Maas wast, eene hoeveelheid water, die veelal overtreft de bovengenoemde afgegeven hoeveelheid en zelfs menigmaal de Maasdijken in gevaar brengt.

Met dit vermeerderd vermogen bereikt de rivier, een paar uur benedenwaarts, weder een vak waar de linker bedijking ontbreekt. Het is tusschen Crevecoeur en Hedikhuizen, waar een overlaat, onder den naam van Bokhovensche overlaat, de derde invloed op het vermogen der Maas uitoefent. Een groot deel van het te Heerewaarden verkregen water stroomt soms hier zijdelings af en vereenigt zich in het Bossche veld met het Beerssche Maaswater, dat intusschen derwaarts is gestroomd. Veelal heeft ook het omgekeerde plaats en ontlast zich te Bokhoven water van het Bossche veld op de Maas. Men ziet daar dan een uitgestrekte waterplas.

De Maas vervolgt voorbij dezen derden overlaat verder minder gestoord haren weg, en vereenigt zich bij Woudrichem met de Waal. wiens stand voor de tweede keer dien van de Maas, daar en opwaarts, beheerscht. Even te voren heeft, bij hoogen waterstand, de Maas boven Loevestein reeds gemeenschap met de Waal over het Munnikenland, dat door de geringe hoogte van zijne bedijkingen dikwijls overstroomd wordt.

De Maas die in haren weg door de zijdelingsche invloeden van een regelmatig verhang wordt beroofd, zoo noodig voor belangrijken afvoer vooral bij ijsgang, heeft bovendien een zeer kronkelenden loop, tusschen niet minder kronkelende dijken, en mist dus alles wat eene rivier voor regelmatige afstrooming behoort te bezitten.

Toen ik eene berekening van het vermogen van de Maas wilde maken op de wijze, die ik vroeger op de armen van den Rijn toepaste (opgenomen in de *Versl. en Meded.* Dl. III en IV) ontmoette ik behalve de reeds medegedeelde nog andere moeijelijkheden, die uit het volgende zullen blijken.

Het Register der peilingen, verrigt door ambtenaren van den waterstaat van 1849 tot 1855 en behoorende tot de kaart der rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem bevat wel tafels van breedten en diepten noodig bij de berekening van de inhouden der dwarsprofillen, maar boven Gennep geene opgave van breedte van den waterspiegel bij hooge standen, ten-

gevolge van het ontbreken van bedijking. De berekening van den afvoer kon dus eerst bij dat punt aanvangen.

Het uittreksel dat als Bijlage I uit de genoemde tafels hier achter is gevoegd strekt zich dus niet hooger dan Gennep uit.

De riviervakken, die in verband met de plaatsen, waar waarneming van den rivierstand geschiedde, voor het toepassen der berekening geschikt voorkwamen, waren de volgende.

						bevattende		
1	van	Gennep	tot	Cuyk	7	peilraaijen	van CLVI	tot CLXII.
2	"	Cuyk	"	Grave	12	"	" CLXIII	" CLXXIV.
3	"	Grave	"	Megen	23	"	" CLXXV	" CXCVII.
4	"	Megen	"	Oijen	10	"	" CXCVIII	" CCVII.
5	"	Oijen	"	Lith	10	"	" CCVIII	" CCXVII.
6	"	Lith	"	St. Andries	8	"	" CCXVIII	" CCXXV.
7	"	St. Andries	"	Alem	2	"	" CCXXVI	" CCXXVII.
8	"	Alem	"	Blaauwe Sluis	6	"	" CCXXVIII	" CCXXXIII.
9	"	Blaauwe Sluis	"	Crevecoeur	8	"	" CCXXXIV	" CCXLI.
10	"	Crevecoeur	"	Hedikhuizen	5	"	" CCXLII	" CCXLVI.
11	"	Hedikhuizen	"	Heusden	5	"	" CCXLVII	" CCLI.
12	"	Heusden	"	Veen	5	"	" CCLII	" CCLVI.
13	"	Veen	"	Woudrichem	10	"	" CCLVII	" CCLXVI.

In bovengenoemd register vindt men ter berekening van de *hoogte* der *uiterwaarden* niet zoo veel gegevens als in de registers van de andere rivieren.

Slechts enkele opgaven komen er in voor, waaruit de hoogte der uiterwaarden kan worden ontleend, b.v. de hoogte van het dek van lijnbrugjes over beekjes, en de hoogte van duikers of kokers in zomerkaden. Uit de opgaven omtrent die enkele punten bleek reeds dat de uiterwaarden aan de Maas betrekkelijk M.R. hooger waren dan bij de andere rivieren en dat dit minder het geval was naarmate men de rivier afdaalde. Nader werd omtrent de hoogte bij Gennep en bij Ravenstein meer zekerheid verkregen door cijfers van waterpassing, ten dienste van overbrugging der Maas nabij die plaatsen, waarvan mij door den hoofdingenieur van den waterstaat in Noordbrabant welwillend inzage werd gegeven. De hoogte van de uiterwaarden boven Crevecoeur was mij, door het ontwerpen der brug aldaar, bekend.

Uit die weinige gegevens is afgeleid, dat de *uiterwaarden* met hunne kaden en andere beletselen gemiddeld ongeveer de volgende *hoogten* hebben boven middelbaren rivierstand, M.R

van Gennep	tot Grave	4.00	M.
〃 Grave	〃 Megen	3.50	〃
〃 Megen	〃 St. Andries	3.00	〃
〃 St. Andries	〃 Alem	2.75	〃
〃 Alem	〃 Veen	2.50	〃
〃 Veen	〃 Woudrichem	2.00	〃

Doen latere, zeer wenschelijke, opnemingen blijken, dat in deze cijfers eenige verbetering is te brengen, dan zal de daaruit voortvloeijende vermoedelijk niet aanzienlijke wijziging in de uitkomst gemakkelijk zijn aan te brengen.

Voor den *middelbaren rivierstand* hier zoowel als bij de geheele berekening is de hoogte aangenomen, die daarvoor in het meergenoemde register van peilingen is gesteld.

Voor Boxmeer, Cuyk, Megen, Oijen, Lith, Alem, Crevecoeur, Hedikhuizen en Veen ontbreekt daarin de opgave van den middelbaren rivierstand. Ik heb dien uit die van de andere plaatsen berekend, met behulp van de in Bijlage I medegedeelde breedten en inhouden der dwarsprofillen bij M.R.

De volgende hoogten zijn alzoo als de middelbare rivierstand gebezigd.

Maastricht (brug).	42.70	+	A.P.	
〃 (hoofdsluis) . .	41.93	〃	〃	
Roermond.	15.16	〃	〃	
Venlo.	9.90	〃	〃	
Boxmeer	7.69	〃	〃	a
Gennep	7.25	〃	〃	
Cuyk	6.68	〃	〃	a
Grave.	5.97	〃	〃	
Megen	4.71	〃	〃	a
Oijen.	4.34	〃	〃	a
Lith	3.94	〃	〃	a
St. Andries (Maaszijde). .	3.78	〃	〃	
Alem	3.67	〃	〃	a
Blaauwe Sluis . . . . . , .	3.16	〃	〃	
Crevecoeur	2.66	〃	〃	a

Hedikhuizen	2.42 + A.P.	*a*
Heusden.	2.02 〃 〃	
Veen (bij eb).	1.80 〃 〃	*a*
Woudrichem (bij eb) . . .	1.30 〃 〃	

De met *a* gemerkte zijn de door mij berekende; al de overige zijn uit het meergemeld register overgenomen.

Het zal wel overbodig zijn te doen opmerken, dat bovenstaande middelbare rivierstanden nu, wegens de sluiting van het kanaal van St. Andries in 1856, niet meer gelden voor den gemiddelden zomerstand, aangezien deze op de Maas door die sluiting belangrijk is verlaagd.

Voor het hier beoogde doel was de kennis noodig van den bovenstaanden stand, waarnaar de opgaven van het register, daar Bijlage I uit getrokken is, zijn gedaan.

De invoering van een denkbeeldige *hooge rivierstand* zooals ik bij de berekening deed van de beide Rijnarmen, waarvan ik trachtte meer na te gaan tot welken afvoer de verschillende riviervakken in staat waren dan eene werkelijk afgevoerde hoeveelheid te berekenen, scheen mij bij de beschouwing van den toestand der Maas niet raadzaam.

Zooals ik hiervoor reeds te kennen gaf wenschte ik een stap nader tot de kennis van het werkelijk vermogen te geraken, en het kwam mij dus wenschelijk voor een zeer hoogen stand bij open rivier op te sporen, waarvan vertrouwbare waarnemingen, van eenige dagen achtereen, aan al de boven opgenoemde peilschalen, bekend waren

Zulk een rivierstand was die van Februarij 1862, bereikende de Maas toen bij open water een hoogte

te Maastricht (Maasbrug) van 46.65 M. + AP.
〃 Grave . . . . 〃 10.79 〃 〃 〃

Te Maastricht heeft de Maas bij open water sedert 1821 slechts twee keeren hooger gestaan, namelijk in Januarij 1846 op 46.90 M. + A.P.
en den 4den Februarij 1850 . . . . . 〃 46.78 〃 〃 〃

Vóór 1821 zijn geene geregelde waarnemingen te Maastricht gedaan; zij zijn althans niet bekend *). Van den stand der

---

*) Er bevonden zich te Maastricht in de nu gesloopte Lieve-Vrouwe-poort merken van hooge waterstanden, die, volgens het register van peilschalen, aldaar de onderstaande hoogten bereikt hadden.

1643	47.89	M. + A.P.
28 Januarij 1799	47.75	" "
1658	47.74	" "
1740	47.73	" "
1789	47.03	" "
7 December 1789	46.94	" "

Benedenwaarts heeft men volgens dat register op de onderstaande hoogten merken dier standen gevonden.

Roermond 1643	22.13
Id. 21 Oct. 1740	21.93
Venlo 1643	19.50
en	19.62
21 Dec. 1740	18.95 of 19.06
1799 omstreeks	18.95 (volgens aanwijzing).

Op den gedenksteen te Venlo van 1643, waarvan de onderkant ter bovengenoemde hoogte van 19.62 gevonden is, staat een opschrift, waaruit blijkt, dat de hooge waterstand daar op „S Antonis dach" (17 Januarij) voorviel.

In hoever die waterstanden een gevolg waren van blooten afvoer van veel opperwater dan wel van opstuwing door ijsgang is mij niet van alle met zekerheid kunnen blijken.

Die van 1643 is volgens de reeds genoemde Annales des travaux publics en Belgique bekend als de hoogste, die zich ooit te Luik heeft voorgedaan, en moet aldaar 1½ voet hooger hebben gestaan dan de rivierstand van 7 Februarij 1571, die tot aan dien tijd te Luik als de hoogste bekend stond. Laatstgenoemde stand, die hooger op, te Namen, nog niet overtroffen is, schijnt een gevolg geweest te zijn van ijsgang na een langdurige strenge vorst.

„In dat jaar liep de Alblasserwaard andermaal in tengevolge van doorbraken „in de Linge en Diefdijk en te Papendrecht." (Vervolg Rapport der Inspecteurs van 27 September 1861).

De beschrijving van de overstrooming van 15 Januarij 1643 (in de noot bl. 245 der Annales) behelst niets over ijsgang. In het ampt tusschen Maas en Waal stroomde (volgens het rapport der inspecteurs) den 9den Januarij 1643 het water over de dijken, maar van ijsgang vind ik geen melding gemaakt.

De stand van 1799 te Maastricht is waarschijnlijk grootendeels aan opstuwing door ijsgang toe te schrijven. In de Annales wordt van dat jaar van geen hoogen rivierstand te Luik of hooger op melding gemaakt. In het laatst van Januarij 1799 was er op den Rijn een vervaarlijke ijsgang (vervolg Rapp. Inspect.).

Het jaar 1658 is bekend door zwaren ijsgang op Waal en Rijn. Men mag dus onderstellen dat ook te Maastricht daarvan de invloed is ondervonden.

De hooge stand van 1740 te Maastricht is waarschijnlijk niet onmiddelijk na den strengen winter, van Januarij en Februarij, maar aan het eind van dat jaar in December waargenomen. Van dit tijdstip althans vindt men zeer hooge standen van de Maas in België en te Venlo en overstroomingen hier te lande zonder ijsgang gemeld. Te Luik stond het water in de St. Paul's kerk slechts 0.12 M

rivier te Grave zijn reeds van 1770 waarnemingen verzameld in het register van peilschalen.

Men vindt daarin de onderstaande rivierstanden hooger dan die van Februarij 1862.

Januarij	1778	(ijsgang)	11.07	M. + AP.
Januarij	1781	(ijsgang)	10.98	" "
Maart	1784	(ijsgang)	11.21	" "
April	1789	(open water)	10.93	" "
December	1796	(ijsgang)	10.90	" "
Februarij	1799	(ijsgang, doorbraak te Grave)	11.40	" "
Februarij	1805	(ijsgang)	10.87	" "
December	1819	(ijsgang)	10.82	" "
Januarij	1820	(ijsgang)	11.47	" "
Februarij	1846	(open water)	10.86	" "
Februarij	1850	(open water)	11.10	" "
April	1851	(open water)	10.81	" "
Januarij	1861	(ijsgang)	10.88	" "

De vier standen bij *open* water, van 1770 tot nu toe, overtroffen slechts met weinig den stand van 1862 te Grave; het verschil met den hoogste van die vier, die van Februarij 1850,

---

lager dan in 1643; eene merkwaardige overeenstemming met het verschil tusschen de beide standen te Maastricht (vergelijk de *Annales*, blz. 241 en 244).

In Januarij 1789 was hier te lande ijsgang, die geen groote schade aanrigtte. Welligt heeft opstuwing bij den ijsgang den hoogen stand te Maastricht veroorzaakt; althans in België schijnt dat jaar niet door hoogen stand van de Maas gekenmerkt.

Ook zou het eerste merk van 1789 den stand van April kunnen bedoelen, toen de Maas, even als vermoedelijk in December 1789, met open water een hoogen stand bereikte.

Men moet bij de beschouwing van de bovenstaande hooge waterstanden in het oog houden, dat de Lieve-Vrouwe-poort te Maastricht zich bevond ongeveer 300 M. *boven* de plaats waar de geregelde waarnemingen gedaan worden aan de brug over de Maas, en dat in de bogen dier brug, die slechts eene wijdte hebben van 11 tot 19 M. gewoonlijk het water sterk wordt opgestuwd, o.a. in Februarij 1850 0.62 M., en veeltijds de ijsschollen vastraken.

Volgens een chronologische tafel gevoegd achter het werk getiteld: *La Meuse, Etudes faites par ordre du Gouvernement Belge* (Bruxelles, EM. DEVROYE ET Cie. 1843) is de brug te Maastricht gebouwd door JACQUES ROMAN, Dominikaner monnik, in 1683. De hooge stand van 1643, die ook te Roermond en te Venlo even als te Luik alle andere hooge waterstanden overtroffen heeft, kan dus niet aan plaatselijke opstuwing door die brug worden toegeschreven.

is 0.31 M. Te Maastricht was het verschil met dezen stand slechts 0.13 M.

De waterstand van 1862 mag dus wel worden aangemerkt als een waarbij de Maas haar grootste vermogen van de laatste eeuw *zeer* nabij kwam.

De stand aan al de peilschalen is opgenomen in de tabel, die als Bijlage II hierachter is gevoegd, en waarin ook andere hooge waterstanden zijn vermeld, ten einde te doen zien hoe onregelmatig de was langs de Maas zich vertoont.

Ter bepaling van het *verhang* bij den gekozen hoogen waterstand van Februarij 1862 zijn de waarnemingen van een paar dagen vóór en na den hoogsten stand in rekening gebragt, en is uit die verzameling het gemiddelde genomen (zie Bijlage N°. III).

De hoogste stand doet zich over de geheele lengte der rivier gewoonlijk niet op hetzelfde oogenblik voor, daar hij meestal slechts korten tijd duurt. Op het oogenblik dat op eenige plaats de hoogste waterstand is bereikt, kan daaraan bij een lager gelegen peilschaal nog iets ontbreken; het verhang, uit de dan te gelijkertijd gedane waarnemingen afgeleid, zou blijkbaar te groot zijn. Is het water bij laatstgenoemde peilschaal op zijn hoogst geklommen dan is het alligt bij de hoogere reeds gedaald en een uit die waarnemingen berekend verhang zou te klein wezen. Alzoo kwam het met de waarheid meest strookende voor, indien het gemiddelde werd genomen van eenige waarnemingen ten tijde van den hoogen stand.

De formule

$$V = 53.813 \sqrt{\frac{I\alpha}{p}},$$

die bij de vorige berekeningen was gebezigd is ook nu onveranderd aangehouden. De coëfficient is door KRAYENHOFF bij de Maas wel iets kleiner bevonden dan bij de overige hoofdrivieren in Nederland; dat verschil, hetwelk bij lage of middelbare standen in acht genomen behoort te worden, zal bij de hooge standen der rivieren vermoedelijk niet bestaan en is dus niet in aanmerking genomen.

Voorts is in de formule:

V de snelheid in meters per secunde,
I de inhoud van het profil in vierkante meters,
α het verhang per strekkende meter in meters,
p de natte omtrek, waarvoor genomen is de breedte, vermeerderd met 3 maal de grootste diepte.

Uit de beschreven gegevens is de berekening gedaan; daarbij is wederom de hoeveelheid water, die over de uiterwaarden stroomde afgescheiden gehouden van die, welke door de rivier zelve werd afgevoerd. In een tabel, Bijlage N°. IV, zijn de gegevens en de uitkomsten der berekening verzameld. De laatste kolom van die tabel bevat het totale vermogen van de riviervakken. In die kolom zijn de gevonden cijfers voor de vakken N°. 2, 5, 6, 7, 10 en 11 oningevuld gebleven, omdat, in die vakken, de invloed der beschreven stoornissen zich zoo liet gevoelen, dat de verkregen cijfers niet bruikbaar waren in de beschouwing.

De ingevulde cijfers voor het vermogen in de vakken N°. 1, 3, 4, 8, 9, 12 en 13 schijnen, ook op grond van andere beschouwingen, waarvan een korte mededeeling zal volgen, den werkelijken afvoer in Februarij 1862 met eenige naauwkeurigheid aan te duiden.

Dat vermogen is dan in

vak	N°.	1	2532	M^3
"	"	3	1632	"
"	"	4	1588	"
"	"	8	2705	"
"	"	9	2750	"
"	"	12	1894	"
"	"	13	1899	"

De 2532 M^3, die per secunde door vak N°. 1 zijn afgestroomd, stellen het vermogen voor van de Maas vóór dat het door de zijdelingsche afleiding tusschen Cuyk en Grave is verminderd.

Bij vergelijking met het vermogen van 2593 M³, dat de Maas volgens de hiervoor gemelde berekening van den heer KOOL den 4den Februarij 1850 te Maastricht afvoerde, moet het volgende worden in het oog gehouden. Den 4den Februarij 1850 was de stand 's morgens 8 uur aan de Maasbrug volgens de registers 46.70. De heer KOOL heeft echter in zijne berekening den hoogsten stand van dien dag namelijk 46.78 M. + AP. aangenomen.

Het door hem gebezigde dwasprofil verminderd met 0.13 + 115 M. (de wijdte der brug op 115 aanhoudende) en het verschil vermenigvuldigd met dezelfde aanzienlijke snelheid van 4.27 M. per secunde, die bij den 0.13 M. hoogeren stand plaats vond, geeft een hoeveelheid van 2529 M³ voor den afvoer van Februarij 1862 te Maastricht. Daar men niet mag aannemen dat de kleine rivieren en beekjes, tusschen Maastricht en Gennep, bij dergelijken hoogen waterstand den afvoer volstrekt niet vermeerderen ofschoon opgestopt en van weinig beteekenis, en bovendien het vermogen bij de brug te Maastricht moet worden vermeerderd met het water, dat achter Wijk omloopende beneden de stad weder in de rivier stort, zoo moet de hoeveelheid, volgens de berekening van den heer KOOL, als aan den ruimen kant worden beschouwd. De berekening van den hoofdingenieur VAN OPSTALL, van wie ik de mededeeling heb, dat de afvoer te Maastricht in 1850 en 1862 2000 à 2200 M³ bedroeg nevens die over het Wijkerveld ten bedrage van hoogstens 200 M³, staaft de evengenoemde onderstelling.

De uitkomst medegedeeld in Bijlage IV schijnt dus niet ver van de waarheid te liggen en regt te geven tot de stelling, dat de Maas boven de afleiding bij Beers in Februarij 1862 tijdens den hoogsten stand een vermogen had groot tusschen 2500 en 2600 M³.

Het vermogen van de vakken 3 en 4, beneden de Beerssche afleiding, berekend op 1632 en 1588 of gemiddeld 1610, wijst een vermindering aan van 2532—1610 = 922 M³, die, tusschen Cuyk en Grave, Noordbrabant per secunde zijn binnengestroomd.

Eene regtstreeksche berekening van deze hoeveelheid is door

het gemis van opgaven van dwarsprofillen en snelheid of verhang niet te doen. De eenige opgaaf omtrent het vermogen van de Beerssche Maas, die ik heb aangetroffen is die van den hoogen waterstand van 1844, voorkomende op blz. 164 van de *Geschiedkundige beschrijving der overlaten in Noordbrabant*, door A. DE GEUS. Daar wordt namelijk melding gemaakt van eene waarneming door den toenmaligen ingenieur L. RIJSTERBORGH gedaan aan den Elftweg achter Grave, dwars over welken weg het Maaswater weinige uren na zijn binnenstrooming in Noordbrabant henen loopt. Dit punt ligt ongeveer 13000 M. van de Maas bij Cuyk, gemeten langs de rigting, die het binnengestroomde water neemt. De hoogte van het bedoelde gedeelte van den weg is volgens de registers 8.50 M. + AP.

De heer RIJSTERBORGH heeft den 1sten Maart 1844, toen het water ter hoogte van 1.23 M. over den weg liep, eene snelheid waargenomen van 1.16 M. per secunde en berekende dat er toen 665 teerling meter per secunde passeerde.

Den 5den Februarij 1862 liep het water, ter hoogte van 1.34 M. over den Elftweg (zie *Verhandelingen van het Koninkl. Instituut van Ingenieurs*, 1862—1863, blz. 58). De snelheid zal zoo als gewoonlijk wel met het profil zijn vergroot. Dezelfde snelheid zou, indien men uitging van de berekening van den heer RIJSTERBORGH eene hoeveelheid van 724 M^3 opleveren.

Met toepassing van eenige meerdere snelheid komt men de door mij gevonden hoeveelheid meer nabij.

De overlaat heeft twee monden een beneden Cuyk en een boven Grave.

De werkelijke hoogte boven AP. of boven MR. der bodems of overlaatkaden van de beide monden heb ik niet aangeteekend gevonden. Het overlaatspeil kwam volgens overlevering vroeger overeen met den waterstand van 16½ voet aan de peilschaal te Grave of 10.03 M. + AP. doch is door de ophooging van het terrein langzamerhand verhoogd.

De werking heet thans te beginnen als het water aan de peilschaal te Cuyk tot 11.00 M. of aan die te Grave tot 10.19 M. + AP. gestegen is, en wordt meest opgegeven naar de hoogte van den waterstand boven de 11.00 M. + AP. te Cuyk. Door den mond beneden die plaats geschiedt vermoedelijk de grootste

afvoer. Vroeger werd de hoogte der werking veeltijds uit den stand der rivier te Grave berekend in de verkeerde onderstelling, dat bij het verder wassen het verhang langs de rivier hetzelfde bleef als dat van het oogenblik der bereiking van het overlaatpeil.

Uit de onderstaande waterstanden kan men ontwaren dat het verhang tusschen Cuyk en Grave toeneemt bij het wassen der rivier, en dat dus bij de bepaling der hoogte van instrooming dient te worden gelet op den stand aan de peilschaal meest nabij het gedeelte van den overlaat, dat men beschouwt.

Het verschil o.a. in de opgaven, waarvan op blz. 301 van het Rapport der Commissie tot onderzoek der beste rivierafleidingen melding wordt gemaakt is ongetwijfeld toe te schrijven aan het voorbijzien van die omstandigheid.

Aanduiding.	Hoogste waterstand in de rivier te Cuyk. Datum.	Cuyk. Hoogte boven A.P.	Grave. Datum.	Grave. Hoogte boven A.P.	Verhang.	Grootste werking van de Beersche Maas bij den mond. Datum.	bij den mond. Hoogte.	op den Elftweg. Datum.	op den Elftweg. Hoogte.	Aanteekeningen.
Middelb. rivierstand		6.68		5.97	0.71					
Overlaatpeil		11.00		10.19	0.80					Rapport Rivier-Commissie, bl. 301.
		Met open rivier.								
Januarij 1846.	tuss. 1en5	11.66	tuss. 1en5	10.70	0.96	tuss. 1en5	0.66	tuss. 1en5	1.28	Vervolg op het rapport der inspecteurs, bl. 266.
Februarij 1867.	12	11.78	13	10.62	1.11	12	0.74	14	1.06	Verh. Kon. Instit. van ingenieurs, 1867—1868, bl. 71.
Maart 1844.	2	11.80	2	10.75	1.05	2	0.77	2	1.31	Verv. rapp. inspect. bl. 244—245.
April 1845.	1	11.83	1	10.69	1.14	1	0.83	1	1.20	Ibid, bl. 263.
April 1860.	6	11.83	6	10.77	1.06	—	—	—	—	Geen werking; het water wordt gekeerd. Verh. K. Inst. van ingen. 1860—61, bl. 18.

Aanduiding.	Hoogste waterstand in de rivier te				Verhang.	Grootste werking van de Beersche Maas				Aanteekeningen.
	Cuyk.		Grave.			bij den mond.		op den. Elftweg.		
	Datum.	Hoogte boven A.P.	Datum.	Hoogte boven A.P.		Datum.	Hoogte.	Datum.	Hoogte.	
Februarij 1852	9	11.84	10	10.71	1.13	9	0.84	10	1.25	Verh. K. Inst. va[n] ingen. 1852—53, bl. 15—17.
Februarij 1862	5	11.93	5	10.79	1.14	5	0.93	5	1.34	Ibid, 1862—1863, bl. 58.
Jan. en Feb. 1846	28-4	11.94	28-4	10.78	1.16	28-4	0.94	28-4	1.45	Verv. rapp. Inspect. bl. 267—268.
April 1851	2	11.95	2	10.85	1.10	2	0.95	5	0.88	Werking na doorbraak van de noodkeeringen. Verh. K. Inst. v. ingen. 1852-53, bl. 9 en 14
Februarij 1850	6	12.19	7	11.10	1.09	6	1.19	7	1.71	Ibid, 1850—185[1] VII. bl. 94.
		Met ijsgang.								
Februarij 1871	12	10.87	12	10.09	0.78	—	—	—	—	Geen werking. Ve[r]slag Openb. we[r]ken, 1870, bl. 2[..]
Maart 1855	4	11.65	4	10.63	1.02	4	0.65	4	0.92	Verh. K. Instit. v[an] ingen. 1855—5[6] bl. 199.
Januarij 1850	31	12.25	31	10.16	2.09	31	1.25	31	1.45	Ibid, 1850—185[1] VII. bl. 92.
Januarij 1861	6	12.35	7	10.88	1.47	7	1.58* of 1.35	7	1.58	Ibid, 1861—18[62] bl. 74—77.
Januarij 1820	—	12.88	23	11.47	1.41	—	1.88	—	—	Rapport Rivier-Commi[ssie] bl. 301. Berekend ui[t] peilschaal te Grave, [..] volgens die Commi[ssie] de hoogte van werk[ing] slechts 1.28 en vol[gens] DE GEUS, bl. 5, sl[echts] 1.07 zijn geweest. [..] stand te Grave is [..] volgens de Beschrij[ving] van den Nederlands[chen] Watersnood in L[ou]maand 1820, den 2[..] 23 voet aan de p[eil]schaal of 12.07 + [..] en dus 0.60 hooger [ge]weest.

* De opgaaf van 1.58 voor de hoogte der werking van de Beerssche Maas van Jan[uarij] 1861 is waarschijnlijk onjuist. Men schijnt bij vergissing in de kolom voor den m[ond] van de Beerssche Maas de hoogte van overstrooming van den Elftweg te hebben i[nge]vuld. Denkelijk moet men lezen 1.35 in plaats van 1.58.

Uit het sterke verhang bij ijsgang kan geen besluit omtrent het nut van den overlaat worden getrokken, aangezien het zeer denkbaar is, dat de ijsstoppingen, die den hoogen stand te Cuyk hebben ten gevolge gehad, zijn bevorderd zoo niet veroorzaakt door de verlamming van den stroom, de bekende uitwerking van zijdelingsche afleiding. Zonder de ijsstopping b.v. van Januarij 1861 was er geen reden waarom de Maas te Cuyk in plaats van op 12.35 M. + A.P. te staan, niet ter hoogte van 11.84 M. zooals in Februarij 1852 of ter hoogte van 11.73 M. zoo als in Februarij 1867 gebleven was. In alle drie de tijdstippen toch was de stand te Maastricht en dus de toevoer dezelfde (zie Bijlage II).

Men kan den stand te Grave van Januarij 1861 voor eene met ijs bezette rivier niet hoog noemen, vooral zoo men in aanmerking neemt dat door ijsverstopping in de Maas tusschen de beide monden van den overlaat het ingestroomd water door den benedenmond met een verhang van 0.30 M. weder in de rivier liep (*Verhandelingen Koninklijk Instituut van ingenieurs.* 1861—1862, blz. 37).

De beschouwde vakken 3 en 4, waarin de afvoer van de Maas gemiddeld 1610 M³ bevonden is, vergelijkende met de vakken 8 en 9, waardoor eene hoeveelheid van 2705 en 2750 of gemiddeld 2727 M³ stroomde, blijkt er van eene toeneming met 1117 M³, als gevolg van den aanvoer van Waalwater over den overlaat van Heerewaarden. Die toevoer bragt in het verhang een zoo groote stoornis te weeg, dat de berekening van de vakken 5, 6 en 7, die onder den invloed van die stoornis zich bevonden, onbruikbare uitkomsten opleverde.

Ik heb den toevoer over de overlaten van Heerewaarden ook berekend door gebruik te maken van een mij door den hoofdingenieur van Gelderland ter inzage gegeven opneming der hoogten van de kaden op het terrein van overloop, en vond langs dien weg een toevoer van 988 M³ (Bijlage V).

Ten derde deed ik eene berekening van de hoeveelheid, die den 7den Februarij 1862 de Waal afstroomde. Deze berekening, op dezelfde wijze ingerigt als eene vroeger medegedeelde, gaf een verschil van 1033 M³ tusschen den afvoer boven en

beneden Heerewaarden, namelijk tusschen den afvoer in de vakken Nijmegen—Tiel en St. Andries—Bommel.

Alzoo bedroeg de hoeveelheid volgens berekening van

de toeneming op de Maas. . . . . 1117 M^3
de afneming op de Waal . . . . . 1033 „
den overloop. . . . . 988 „

De drie uitkomsten, op van elkander geheel onafhankelijke wijzen verkregen, komen genoegzaam overeen om de uitspraak te regtvaardigen dat den 7den Februarij 1862 de afvoer van de Maas vermeerderd is met eene hoeveelheid van ongeveer 1050 kub. meter Waalwater, dat te Heerewaarden zijdelings is aangevoerd. Deze aanvoer bedragende ruim een *zevende* gedeelte van het water, dat de Waal op dat oogenblik afvoerde, vermeerderde het vermogen van de Maas met *twee derde;* eene geringe aftapping van de Waal en een aanzienlijke zelfs bij open water soms bezwarende aanvulling van de Maas.

Dat de overlaat van Heerewaarden meer dan bovenstaande hoeveelheid kan aanvoeren, indien de waterstand op de Waal b.v. tijdens een met ijs bezette rivier hooger rijst dan hij in Februarij 1862 deed, is o. a. in Januarij 1861 en Februarij 1871 gebleken.

Nog versch in het geheugen liggen de moeite en inspanning, die men in Februarij 1871, toen de reeds geopende rivier met het water en het ijs van de Waal werd overstroomd, moest aanwenden om de overloopende Maasdijken te beschermen tegen doorbraken, zoo als in Maart 1855 voorvielen.

Het overloopen van Maaswater naar de Waal komt niet dikwijls voor. Het geschiedde in Februarij 1861 tijdens den ijsgang.

De beschouwing van het berekende vermogen voortzettende, blijkt ook de invloed van de mindere hoogte en van het ontbreken der bedijking tusschen Crevecoeur en Hedikhuizen. Het vermogen der vakken 8 en 9, gemiddeld 2727 M^3, vergelijkende met dat van de vakken 12 en 13, die een afvoer van 1897 M^3 vertoonen, kan men het verlies van 830 M^3 toeschrijven aan den overloop over den Bokhovenschen overlaat.

Op den 7den Februarij 1862 stond het water te

's Hertogenbosch.	5.56	M.	+	A.P.
Crevecoeur.	5.75	"	"	"
Bij het midden van den Bokhovenschen overlaat vermoedelijk. . . .	5.56	"	"	"
Hedikhuizen.	5.50	"	"	"

Eene toetsing van de zijdelings afgevoerde hoeveelheid aan eene andere berekening zoo als met de beide vorige overlaten gedaan is, kan bij deze niet geschieden. De gegevens daartoe ontbreken nog.

Volgens eene waterpassing van den ingenieur van den waterstaat VAN MANEN, verrigt in 1865, bezit de overlaat eene gemiddelde kruinshoogte van 4.26 M. in plaats van 3.80 M. + A.P., waarvoor hij officieel bekend staat, bij eene kruinsbreedte van 100 Meter. De lengte is 600 M. De dijk overigens van Crevecoeur tot Hedikhuizen kan mede water overlaten daar hij nog niet over de geheele lengte tot 6.25 M. is opgehoogd. waartoe in 1866 vergunning is gegeven.

Men heeft lang in het denkbeeld verkeerd, dat deze overlaat alleen diende om een gedeelte van het Maaswater bij hoogen stand naar den Baardwijkschen overlaat afteleiden. Eene vrucht van de meer geregelde waarnemingen der laatste jaren is de zekerheid, dat ook in omgekeerde rigting strooming plaats vindt. Men kan de jaarlijks overstroomd wordende streek tusschen de Maas en 's Hertogenbosch ten westen van de Dieze beschouwen als een vergaarplaats, waarin het water van de Maas, van twee zijden aangevoerd en het heiwater, dat door de kleine riviertjes bij 's Bosch wordt ontlast, zich verzamelen.

De afvoer over den Baardwijkschen overlaat houdt door het volloopen van die vergaarplaats geen gelijken tred met den aanvoer; er heeft alzoo bij het vallen van de Maas veelal ook een afloop plaats naar de rivier over den Bokhovenschen overlaat.

Eene berekening (Bijlage VI) van het vermogen der Maas weinige dagen na den beschouwden hoogen stand, namelijk op den 14den Februarij 1862, toen geen der bovenwaarts gelegen overlaten meer werkte, doch die van Bokhoven nog onder water stond, geeft eene aangroeijing van het vermogen met ruim 400

M^3 beneden dezen overlaat te kennen en bevestigt dus volkomen het bovengemelde.

Het water stond den 14den Februarij 1862 te

's Hertogenbosch.	4.61	M.	+	A.P.
Crevecoeur.	4.56	"	"	"
Op den Bokhovenschen overlaat vermoedelijk.	4.29	"	"	"
Hedikhuizen.	4.20	"	"	"

In een rapport van den ingenieur LEEMANS van 10 Mei 1869 als bijlage gedrukt bij een schrijven van den hoofdingenieur ROSE aan de Gedeputeerde Staten van Noordbrabant, van 30 Junij 1869, wordt dit onderwerp zeer uitvoerig ontwikkeld.

Trekt men de uitkomst zamen dan heeft de Maas tusschen 5 en 8 Februarij 1862 een vermogen gehad van ongeveer 2500 M^3 te Gennep, verloor zij door zijdelingsche afleiding tusschen Cuyk en Grave ongeveer 900 M^3, verkreeg zij van de Waal bij Heerewaarden ongeveer 1050 M^3 en verloor zij bij Bokhoven weder ongeveer 800 M^3.

„Bij de thans onder alle deskundigen eenstemmig heerschende afkeuring van alle inbreuk op de regelmatigheid van het verhang eener rivier, vooral bij ijsgang, kan de stoornis, die de geregelde afstrooming van de Maas zoo herhaaldelijk ondervindt, niet anders dan nadeelig worden genoemd. Die stoornissen zijn geen van alle een uitvloeisel van een met overleg beraamd plan, maar bestaan tengevolge van in vroegere tijden toevallig onbedijkt blijven van gedeelten land, toen geheel willekeurig en plaatselijk alleen voor de bescherming van eigen terrein gezorgd werd.

De meest nadeelige dier inwerkingen is de aanvoer uit de Waal over den overlaat van Heerewaarden. Bij hoogen stand en ijsgang geeft die aanvoer een zoodanige stremming in den afvoer en opstuwing, dat er ijsverstoppingen door ontstaan. De doorbraken van 1757, 1781, 1850 en 1855 op verscheidene punten van den linker Maasdijk tegenover den overlaat van

Heerewaarden gelegen en de nood, waarin men vele andere jaren daar verkeerde, getuigen zeer sprekend van het gevaar, waarmede jaarlijks het Waalwater en Waalijs de Maasdijken bedreigen.

De menigvuldige doorbraken aan den Waal van 1757, 1775, 1781, 1784, 1795, 1809, 1811, 1850, 1855 en 1861, gevallen in het land tusschen Maas en Waal onmiddellijk boven den overlaat, doen het nut, dat de zijdelingsche afleiding aan de Waalstreek schonk, minstens zeer in twijfel trekken.

Aan de regterzijde van de Waal, tegenover den overlaat, vindt men nogtans voorstanders van de zijdelingsche afleiding naar de Maas. Zij zien er het behoud in van den regter Waaldijk. Hun eigenaardig standpunt nu buiten beschouwing latende kan men, meen ik, vaststellen dat zonder eenig nadeel voor de Maas de voor haar zoo nadeelige overlaat van Heerewaarden zou kunnen vervallen, en Waal en Maas ieder tusschen dijken binnen eigen grenzen zouden kunnen worden gehouden

De beide andere overlaten, die van Beers en die van Bokhoven, zouden door dien maatregel een gedeelte van hunne storende werking verliezen door de verlaging, die van de afsluiting bij Heerewaarden een gevolg zou zijn over eene groote uitgestrektheid van den waterspiegel der rivier.

Eene geheele sluiting ook van die twee overlaten blijft niettemin in het belang der rivier een zeer wenschelijke zaak, tot wier uitvoering waarschijnlijk zonder bezwaar zal kunnen worden overgegaan, doch waarmede verruiming der uiterwaarden en misschien ook eenige verhooging en verzwaring van dijken langs de Maas moet gepaard gaan.

Ten einde dit uit te maken, dienen er opnemingen te geschieden en gegevens te worden verzameld, die ik bij het maken dezer berekening miste.

De berekening heeft mij niettemin de overtuiging gegeven, dat het bed van de Maas voor een gedeelte reeds in staat is en overigens goed is in te rigten tot het doorlaten van al het water, dat bij de hoogste standen van de Maas, maar ook van haar alleen, komt afstroomen.

Utrecht, Januarij 1872.

BIJLAGE N°. I.

TAFEL van de breedte van den waterspiegel bij middelbaren rivierstand (M.R.) en bij hoogen rivierstand (H.R.) van den inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R. en van de gemiddelde en grootste diepte beneden M.R.; alles betrekking hebbende op de rivier de Maas, van Gennep tot Woudrichem.

Nummer der raaiлijnen.	Breedte van den waterspiegel. bij M.R.	bij H.R.	Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R. Gemiddelde.	Grootste.	Aanmerkingen.
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CLVI	137	1940	241.08	2.04	2.59	Gennep. M.R. = [illegible] + A.P.
CLVII	140	1060	228.55	1.62	3.68	
CLVIII	144	1090	316.27	2.16	2.68	
CLIX	170	1370	291.23	1.76	2.18	
CLX	146	1135	523.45	2.73	4.16	
CLXI	135		339.28	2.38	3.28	Door de uitgestrek[illegible] van den regter oev[illegible] de breedte bij [illegible] moeijelijk te bep[illegible]
CLXII	144		312.34	1.98	3.82	Cuyk. M.R. = 6.68+[illegible]
Opgeteld.	1016	6595	2252.15	14.67	22.39	
Gemiddeld.	145	1319	322	2.09	3.19	
CLXIII	119		427.78	3.57	4.72	Cuyk. M.R. = 6.68+[illegible] Van hier tot 800 [illegible] waarts is het eers[illegible] deelte van den [illegible] schen overlaat.
CLXIV	150	430	336.93	2.68	4.12	
CLXV	144	260	265.87	2.06	2.60	Mook. M.R. = 6.59 +[illegible]
CLXVI	148	315	310.33	2.00	2.66	
CLXVII	168	525	356.45	2.24	2.86	
CLXVIII	135	590	337 21	2.63	3.48	
CLXIX	131		351.94	3.08	4.39	Beersche overl[illegible]
CLXX	157		325.58	1.90	2 29	
CLXXI	146		384.87	2.60	3.39	
CLXXII	117		370.08	3.11	4 44	
CLXXIII	144	830	385.77	2.69	3.16	
CLXXIV	144	1505	334.05	2.20	2.78	Grave. M.R. = 5.97[illegible]
Opgeteld.	1703	4455	4186.86	30.76	40.89	
Gemiddeld.	142	637	349	2.56	3.40	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel. bij M.R.	bij H.R.	Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R. Gemiddelde.	Grootste.	Aanmerkingen.
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CLXXV	158	890	284.29	1.88	3.50	Grave.M.R.=5.97+A.P.
CLXXVI	174	508	322.93	2.34	4.12	
CLXXVII	178	680	316.27	1.78	2.34	
CLXXVIII	189	868	320.68	1.65	2.34	
CLXXIX	177	524	293.45	1.70	2.72	
CLXXX	120	942	348.80	3 40	7.42	
CLXXXI	143	922	346.43	2.67	4.72	
CLXXXII	157	748	304.87	2 02	2.72	
CLXXXIII	170	596	333.42	2 00	3.20	
CLXXXIV	171	722	340.68	2.00	2.51	
CLXXXV	117	1143	357.92	2.91	4.50	
CLXXXVI	126	1065	430.07	3.26	5.15	
CLXXXVII	198	506	423.49	2.52	4.25	
CLXXXVIII	139	399	367.99	3.22	5.73	Niftrik.
CLXXXIX	158	650	371.79	2.14	2.72	Ravenstein. M.R.=5.08
CXC	167	832	407.75	2.40	2.71	+ A.P.
CXCI	140	1059	429.18	2.78	3.70	
CXCII	115	729	372.75	3.33	4.59	
CXCIII	110	764	498.28	3.93	6.42	Batenburg.
CXCIV	138	678	479.54	3.44	4.12	
CXCV	163	954	441.85	2.96	4.00	
CXCVI	163	1395	552.07	3.84	6.10	Appelternsche sluis. M.R. = 4.80 + A.P.
CXCVII	125	1368	433.32	3.44	5.10	Megen. M.R. = 4.71 + A.P.
Opgeteld.	3496	18942	8777.32	61.61	94.68	
Gemiddeld.	152	82857	381.62	2.68	4.12	
CXCVIII	146	1577	391.54	3.56	6.90	Megen. M.R. = 4.71 + A.P.
CXCIX	151	972	311.30	3.51	4.20	
CC	121	1336	506.49	4.58	6.00	
CCI	153	756	558.58	3.82	7.50	
CCII	130		428.68	3.17	5.50	Maasbommel. Wegens de sterke bogt is de breedte bij H.R. niet wel aan te geven.
CCIII	107	1525	456.79	4.47	8.41	
CCIV	162	1025	327.13	1.85	2.61	
CCV	159	838	422.16	2.65	3.81	
CCVI	168	547	558.68	3.45	7.41	
CCVII	244	555	394.05	1.43	2.71	Oijen.M.R.=4.34+A.P.
Opgeteld.	1541	9131	4355.40	32.54	55.05	
Gemiddeld.	154	1014	435	3.25	5.50	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CCVIII	308	867	674.40	3.90	8.33	Oijen.M.R.=4.34+A.P.
CCIX	191	766	472.77	2.73	6.54	
CCX	223	518	399.29	1.88	3,57	
CCXI	254	992	348.86	2.36	4.66	Alphen.
CCXII	136		481.63	2.85	5.68	Wegens de sterke bogt
CCXIII	198		563.54	3.04	6.19*	is de breedte bij H.R.
CCXIV	230		466.00	2.23	3.59	niet wel aangegeven.
CCXV	210	1055	510.75	2.24	8.39	* Teeffelsche sluis, M.R.
CCXVI	153	1029	445.06	2.60	6.30	= 4.27 + A.P.
CCXVII	290	650	566.91	1.84	2.30	Lith. M.R.=3.94+A.P.
Opgeteld.	2188	5832	4929.21	25.67	50.55	
Gemiddeld.	219	833	493	2.57	5.0	
CCXVIII	123	1052	607.06	4.55	9.77	Lith.M.R.=3 94+A.P.
CCXIX	255	1448	488.07	1.90	3.37	
CCXX	138		539.02	4.05	7.87	Dreumelsche en Heerewaardensche overlaat.
CCXXI	216		583.80	2.48	6.37	
CCXXII	252		566.80	2.36	3.87	
CCXXIII	206		598.41	3.03	5.77	
CCXXIV	374		730.56	1.87	2.75	
CCXXV	156		621.81	4.33	7.65	Kanaal van St. Andries.M.R.=3.78+A.P.
Opgeteld.	1720	2500	4735.53	24.57	47.42	
Gemiddeld.	215	1250	591.94	3.07	5,93	
CCXXVI	446		645.17	1.42	5.65	Overlaat bij St. Andries.
CCXXVII	297	1115	1335.84	3.85	7.18	
Opgeteld.	743		1981.01	5.27	12.83	
Gemiddeld.	371	1115	992	2.64	6.41	
CCXXVIII	200	1258	731.22	4.11	10.68	Alem.M.R.=3.67+A.P.
CCXXIX	186	1166	511.49	2 60	5.78	
CCXXX	260	1220	549.24	2.09	4.88	
CCXXXI	199	1060	604.37	3.01	4.38	Driel.
CCXXXII	285	1355	484.24	1.56	3.48	
CCXXXIII	250	1425	576.95	2.39	4.08	Blaauwe sluis. M.R. = 3.16 + A.P.
Opgeteld.	1380	7484	3457.51	15.76	33.28	
Gemiddeld.	230	1247	576.25	2.627	5.6	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel. bij M.R.	bij H.R.	Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R. Gemiddelde.	Grootste.	Aanmerkingen.
	Meter.	Meter.	Vierk.meter.	Meter.	Meter.	
CCXXXIV	306	815	608.74	2.10	2.98	Blaauwe sluis. M.R. = 3.16 + A.P.
CCXXXV	391	1330	547.41	1.11	2.75	
CCXXXVI	280	1178	530.94	1.96	3.05	
CCXXXVII	308	1040	646.17	2.14	3.82	
CCXXXVIII	146	1423	763.76	4.63	6.62	
CCXXXIX	190	1146	666.87	3.37	7.92	
CCXL	145	1274	767.53	4.72	8.37	
CCXLI	215	290	902.72	4.12	5.37	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.66 + A.P.
Opgeteld.	1981	8496	5434.14	24.15	40.88	
Gemiddeld.	247.62	1062	679.27	3.02	5.11	
CCXLII	257	747	661.30	2.54	5.34	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.59 + A.P.
CCXLIII	186	878	857.77	5.00	7.44	
CCXLIV	245	549	697.04	2.53	3.54	
CCXLV	217	380	686.68	3.25	4.84	
CCXLVI	270		695.75	2.59	4.17	Hedikhuizen. M.R. = 2.42 + A.P.
Opgeteld.	1175	2554	3598.54	15.91	25.33	
Gemiddeld.	235	639	719.71	3.18	5.06	
						Hedikhuizen.
CCXLVII	347		587.23	1.93	7.27	M.R. = 2.42 + A.P.
CCXLVIII	277	735	638.12	1.74	5.71	Tusschen CCXLV en
CCXLIX	395	967	585.99	1.64	3.91	CCXLVII ligt de Bok-
CCL	158	740	734.27	4.62	6.71	hovensche overlaat.
CCLI	331	917	645.92	1.98	7.28	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
Opgeteld.	1508	3359	3191.53	11.91	30.88	
Gemiddeld.	301	839.75	638.3	2.38	6.17	
CCLII	372	1409	834.81	2.85	5.58	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
CCLIII	230	1220	679.18	2.90	4.28	
CCLIV	151	1020	750.27	6.05	12.48	
CCLV	218	998	669.88	3.04	4.93	
CCLVI	194	598	884.92	4.86	8.43	Veen. M.R. = 1.80 + A.P.
Opgeteld.	1165	5245	3819.06	19.70	35.70	
Gemiddeld.	233	1049	763.8	3.94	7.14	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CCVIII	308	867	674.40	3.90	8.33	Oijen.M.R.=4.34+A.P.
CCIX	191	766	472.77	2.73	6.54	
CCX	223	518	399.29	1.88	3.57	
CCXI	254	992	348.86	2.36	4.66	Alphen.
CCXII	136		481.63	2.85	5.68	Wegens de sterke bogt
CCXIII	198		563.54	3.04	6.19*	is de breedte bij H.R.
CCXIV	230		466.00	2.23	3.59	niet wel aantegeven.
CCXV	210	1055	510.75	2.24	3.39	* Teeffelsche sluis, M.R.
CCXVI	153	1029	445.06	2.60	6.30	= 4.27 + A.P.
CCXVII	290	650	566.91	1.84	2.30	Lith. M.R.=3.94+A.P.
Opgeteld.	2188	5832	4929.21	25.67	50.55	
Gemiddeld.	219	833	493	2.57	5.0	
CCXVIII	123	1052	607.06	4.55	9.77	Lith.M.R. =3 94+A.P.
CCXIX	255	1448	488.07	1.90	3.37	
CCXX	138		539.02	4.05	7.87	
CCXXI	216		583.80	2.48	6.37	Dreumelsche en Hee-
CCXXII	252		566.80	2.36	3.87	rewaardensche over-
CCXXIII	206		598.41	3.03	5.77	laat.
CCXXIV	374		730.56	1.87	2.75	
CCXXV	156		621.81	4.33	7.65	Kanaal van St. An-
						dries.M.R.=3.78+A.P.
Opgeteld.	1720	2500	4735.53	24.57	47.42	
Gemiddeld.	215	1250	591.94	3.07	5.93	
CCXXVI	446		645.17	1.42	5.65	Overlaat bij St. Andries
CCXXVII	297	1115	1335.84	3.85	7.18	
Opgeteld.	743		1981.01	5.27	12.83	
Gemiddeld.	371	1115	992	2.64	6.41	
CCXXVIII	200	1258	731.22	4.11	10.68	Alem.M.R.=3.67+A.P.
CCXXIX	186	1166	511.49	2 60	5.78	
CCXXX	260	1220	549.24	2.09	4.88	
CCXXXI	199	1060	604.37	3.01	4.38	Driel.
CCXXXII	285	1355	484.24	1.56	3.48	
CCXXXIII	250	1425	576.95	2.39	4.08	Blaauwe sluis.
						M.R. = 3.16 + A.P.
Opgeteld.	1380	7484	3457.51	15.76	33.28	
Gemiddeld.	230	1247	576.25	2.627	5.6	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	Vierk.meter.	Meter.	Meter.	
CCXXXIV	306	815	608.74	2.10	2.98	Blaauwe sluis. M.R. = 3.16 + A.P.
CCXXXV	391	1330	547.41	1.11	2.75	
CCXXXVI	280	1178	530.94	1.96	3.05	
CXXXVII	308	1040	646.17	2.14	3.82	
CXXXVIII	146	1423	763.76	4.63	6.62	
CCXXXIX	190	1146	666.87	3.37	7.92	
CCXL	145	1274	767.53	4.72	8.37	
CCXLI	215	290	902.72	4.12	5.37	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.66 + A.P.
Opgeteld.	1981	8496	5434.14	24.15	40.88	
emiddeld.	247.62	1062	679.27	3.02	5.11	
CCXLII	257	747	661.30	2.54	5.34	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.59 + A.P.
CCXLIII	186	878	857.77	5.00	7.44	
CCXLIV	245	549	697.04	2.53	3.54	
CCXLV	217	380	686.68	3.25	4.84	
CCXLVI	270		695.75	2.59	4.17	Hedikhuizen. M.R. = 2.42 + A.P.
Opgeteld.	1175	2554	3598.54	15.91	25.33	
emiddeld.	235	639	719.71	3.18	5.06	
CCXLVII	347		587.23	1.93	7.27	Hedikhuizen. M.R. = 2.42 + A.P.
CXLVIII	277	735	638.12	1.74	5.71	Tusschen CCXLV en CCXLVII ligt de Bokhovensche overlaat.
CCXLIX	395	967	585.99	1.64	3.91	
CCL	158	740	734.27	4.62	6.71	
CCLI	331	917	645.92	1.98	7.28	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
pgeteld.	1508	3359	3191.53	11.91	30.88	
middeld.	301	839.75	638.3	2.38	6.17	
CCLII	372	1409	834.81	2.85	5.58	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
CCLIII	230	1220	679.18	2.90	4.28	
CCLIV	151	1020	750.27	6.05	12.48	
CCLV	218	998	669.88	3.04	4.93	
CCLVI	194	598	884.92	4.86	8.43	Veen.M.R.=1.80+A.P.
pgeteld.	1165	5245	3819.06	19.70	35.70	
iddeld.	233	1049	763.8	3.94	7.14	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel. bij M.R.	bij H.R.	Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R. Gemiddelde.	Grootste.	Aanmerkingen.
	Meter.	Meter.	Vierk. meter.	Meter.	Meter.	
CCLVII	566	1017	636.20	1.30	2.93	Veen. M.R.=1.80+A.P.
CCLVIII	226	1005	940.94	5.17	13.43	
CCLIX	217	720	921.83	3.12	6.33	
CCLX	155	631	1066.03	3.24	12.37	
CCLXI	270	667	911.24	3.23	4.65	
CCLXII	245		874.36	3.17	5.75	Munnikenland.
CCLXIII	210		824.41	3.86	6.01	
CCLXIV	260		807.47	3.12	4.55	
CCLXV	200		811.12	3.66	8.09	
CCLXVI	146		1124.04	3.10	12.09	Woudrichem. M.R. (middelbare eb)=1.[illegible] + A.P.
Opgeteld.	2495	4040	8917.64	42.97	81.20	
Gemiddeld.	249.5	808	891.76	4.29	8.12	

BIJLAGE N°. II.

HOOGE STANDEN door de Maas bereikt tijdens veel opperwater of ijsgang.

De aangeteekende hoogten zijn geput uit de onderstaande werken.

1°. Rapport aan Z. M. den Koning, uitgebragt door de Commissie tot onderzoek der beste rivierafleidingen. 's Hage ter Alg. landsdrukkerij. 1827.

2°. Geschiedkundige beschrijving der overlaten in de provincie Noordbrabant, door A. DE GEUS, hoofd-ingenieur van den waterstaat, uitgegeven door het provinciaal genootschap van kunsten en wetenschappen in Noordbrabant. Breda, Broese en Comp. 1844.

3°. Vervolg op evengenoemd werk door H. F. FIJNJE, uitgegeven door hetzelfde genootschap. 's Hertogenbosch, H. Palier en Zoon. 1853.

4°. Register der peilingen behoorende tot de kaart der rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem. 1852—1857.

5°. Registers IX en X bevattende de beschrijving der peilschalen, hakkelbouten en andere verkenmerken langs de rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem. 1850—1856.

6°. Vervolg op het rapport der inspecteurs van den waterstaat van den 27sten September 1861. 's Gravenhage, van Weelden en Mingelen. 1864.

7°. Verhandelingen van het Koninklijk Instituut van ingenieurs. 1850—1868.

8°. Verslag aan den Koning over de openbare werken 1870. 's Gravenhage bij van Weelden en Mingelen. 1871.

9°. Tafel van noodpeilen vastgesteld bij beschikking van den minister van binnenlandsche zaken van 16 Junij 1868, N°. 172, 3de Afd.

10°. Tienjarig overzigt der waargenomen waterhoogte langs de hoofdrivieren in Nederland. 1861.

11°. Verzamelingstabellen der waterhoogten boven A.P., dagelijks waargenomen aan de Rijkspeilschalen langs de Boven-Maas. 1854—1871.

De hoogtecijfers, waar achter een vraagteeken is gesteld, zijn niet aan regtstreeksche waarneming ontleend, maar door mij berekend uit andere gegevens of gegrond op hypothese.

	Maastricht. Benedenfront der Maasbrug.	Maastricht. Hoofdsluis der Zuid Willems-vaart.	Roermond.	Venlo	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beerschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.
Noodpeil of dijkhoogte.												
Linkeroever.								11.00	11.45	9.50	9.30	8.8
Regteroever.												
Middelbare rivierstand M. R. volgens het register van peilingen.	42.70	41.93	15.16	9.90	7.69	7.25	6.68		5.97	4.71	4.34	3.
1820. Januarij. IJsgang.								1.88 23of24	12.07 24			
1824. November. Open water.	46.20 16							0.58	10.76 19			
1827. Maart. Open water.	46.20 19	46.10 19						0.56	10.75 21			
1831. Maart. Open water.	46.10 5	46.06 5						0.58	10.76 8			
1833. December. Open water.	46.25 25	46.15 25						0.56	10.75 27			
1839. Januarij. Open water.	46.15 23	46.00 23						0.31	10.49 25			
1841. Januarij. IJsgang.	45.95 18	45.87		16.69			11.83 17	0.83 ? 17	10.57 17	8.74 19	8.43 21	7. 2
1844. Februarij en Maart. Open water.	46.80 28	46.15 28		17.27 1 Mrt.			11.80 1 en 2 Mrt.	0.77 2 Mrt.	10.75 1 en 2 Mrt.	8.95	8.66	
1845. Maart en April. Open water.	46.10 29en30	46.00 29en30		17.18 30			11.83 1 Apr.	0.83 1 Apr.	10.69 1 Apr.	8.88 1 Apr.	8.61 1 Apr.	7 1 A

…ries. Waalzijde.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat.	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hedikhuizen. Hoog water.	Hedikhuizen. Laag water.	Heusden. Hoog water.	Heusden. Laag water.	Veen. Hoog water.	Veen. Laag water.	Woudrichem. Hoog water.	Woudrichem. Laag water.
M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.			M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.
8.60	8.30	7.80	6.25 7.34			3.80 7.00		6.60		6.60		6.20	
	3.67	3.16	2 66			2.42		2.02		1.80		1.30	
					0.71 28			5.49 27				5.28 27	
					1.15 19			5.59 19				4.63 19	
					0.84 24			5.08 24				4.27 24	
					0.82 11 en 12			5.27 12				4.30 12	
					0.91 31			5.55 31				4.55 31	
					0.46			4.40 27					
	7.31 22	6.53 23			0.74			5.39 22		5.11 22		4.82 18	
	7.50	6.74			0.77 5 Mrt.			5.39 4 Mrt.		5.10		4.89 4 Mrt.	
	7.65 4	6.72 4			0.79 5			5.53 4		5.24 4		4.58 4	

	Maastricht. Benedenfront der Maasbrug.	Maastricht. Hoofdsluis der Zuid Willemsvaart.	Roermond.	Venlo.	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beersschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.
1845. December. Open water.	46.20	46.05	21.45 29	17.24			11.54 31	0.54 31	10.47 31			
1846. Januarij en Februarij. Open water.	46.90 29	46.25 29	20.20 30	17.58 tuss. 28 en 4		12.70 tuss. 28 en 4	11.94 31 en 1	0.94 31 en 1	10.87 2			
1850. Februarij. Open water. van den 4de	46.70 4	46.55 4	20.58	18.11		13.27 6	12.19 6	1.19 6 1.25 31 Jan.	11.10 7		8.88 6	
1851. Maart. Open water.	46.00 31	45.81 31	19.40	15.58		11.44	11.00 31	Geene	9.93 31			
1851. April. Open water.	46.00 1 en 2	45.86 1 en 2	19.76	16.61		12.89	11.95 2	0.95 2	10.81 2	8.80 3	8.36 3	7.5[illegible] 3
1852. Februarij. Open water.	46.10 7	45.98 7	20.02	17.28		12.54	11.84 9	0.84 9	10.71 10	8.79 10	8.40 10	7.6[illegible] 10
1853. Januarij Open water.	45.70 23	45.45 23	19.11	16.83		11.94	11.44 25	0.44	10.43			
1855. Maart IJsgang.		45.10 4	19.45 1	16.18 2		12.02 3	11.65 4	0.65 4	10.63 4		9.10 5	
1860. April. Open water.	45.85 4	45.65 4	19.13 5	16.18 5	12.75 6	12.15 6	11.80 7	Geene	10.74 6 en 7	8.73 7	8.16 7	7.[illegible] 7
1861. Januarij IJsgang.	46.10 3	45.94 4	19.48 4	17.02 4	13.08 5	12.65 6	12.35 6	1.58 7 (waarschijnlijk 1.35)	10.88 7	8.92 9	8.65 9	8.[illegible]

…es.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat.	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hedikhuizen. Hoog water.	Hedikhuizen. Laag water.	Heusden. Hoog water.	Heusden. Laag water.	Veen. Hoog water.	Veen. Laag water.	Woudrichem. Hoog water.	Woudrichem. Laag water.
M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.			M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.
					0.37			4.48 26				3.52 31	
					0.79 3			5.53 3				4.49 2	
		6.88 5			0.99 8			5.86 8				4.98 5	
		5.48 25	4.80 25		0.13 31			3.96 26				2.61 31	
	7.10 3	6.53 5	5.64 6		Geene gekeerd 1.56 7			5.20 6				4.11 6	
	7.24 10	6.54 11	5.52 12		0.55 12			5.02 12				4.07 12	4.07 12
		5.66 24—26			0.81			4.35 24—26					
	7.58 5	6.80 5			0.80 7	5.92 7		6.00 7				5.15 7	4.68 7
	7.14 7	6.39 7	5.28 7	0.93? 7	0.85 7	5.16 8		4.82 7		4.52 7	4.52 7	4.11 7	4.08 7
	8.20 9	7.27 9	5.90 10	1.58? 11	1.10 11	5.82 11		5.69 11		5.67 6	5.79 6	5.47 6	5.47 6

	Maastricht.		Roermond.	Venlo.	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beerschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.
	Benedenfront der Maasbrug.	Hoofdsluis der Zuid Willemsvaart										
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.
1861. Februarij. IJsgang.	48.32 1	42.95 1	16.80 1	14.75 1	12.09 1	11.42 1	11.27 1	0.27 ?	9.85 1	8.57 5	7.76 1	8.[illegible] 4
1862. Februarij. Open water.	46.65 2	46.48 2	19.97 3	17.53 4	13.36 4	12.78 5	11.93 5	0.93 5	10.79 5	8.85 6	8.16 6	[illegible] 6
1867. Februarij. Open water.	46.10 10	45.93 10	19.43 11	16.78 12	13.00 12	12.42 12	11.73 12	0.74 12	10.62 12	8.79 14		7.[illegible] 1[illegible]
1870. October. Open water.	45.90 28	45.64 28	19.04 29	15.68 29	12.39 30	11.77 31		Geene	10.35 31	8.50 31		7.[illegible] [illegible]
1870. November. Open water.	45.90 2	45.64 2	19.15 3	16.13 3	12.74 4	12.24 4	11.70 4	Geene	10.71 4	8.68 4	8.20 4 en 5	7.[illegible] [illegible]
1870. December. Drijfijs.	46.00 21	45.78 21	19.27 22	16.37 22	12.90 23	12.09 23	11.56 24	0.56 24	10.71 24	8.93 25	8.39 25	7.[illegible] [illegible]
1871. Februarij. IJsgang.	44.95 10	44.70 10	18.45 11	14.78 11	11.90 12	11.25 12	10.87 12	Geene	10.09 12	9.00 12	8.97 13	[illegible]
1871. April. Open water.	45.25 25	45.04 25	18.61 25	15.03 26	12.14 26	11.50 27			10.19 27	8.48 27		[illegible]

…ries.						Hedikhuizen.		Heusden.		Veen.		Woudrichem.	
Waalzijde.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat.	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.
M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.			M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.
[illegible]	7.72 5	6.95 5	5 56 6	1.29 ? 6	0.49 6	5.58 6		5.35 6		5.18 6	5.18 6	4.75 6	4.78 6
[illegible]	7.55 7	6.83 7	5.81 8	1.36 ? 8	0 .57 8	5.55 8		5 30 8		5.00 8	5.00 8	4.53 7	4.54 7
[illegible]		6.80 14	5.93 14	1 51 ? 15	0.61 15	5.72 14		5.42 14		5.17 15	5 18 15	4.75 14	4.74 14
[illegible]		5.38 31	4.70 31	0.25 ? 31	Geene	4.39 31	4.38 31	4 05 31	4.04 31	3 86 31	3.80 31	3 70 31	3.66 31
[illegible]	6.80 5	6.26 6	5.51 6	1.08 ? 6	Geene	5.27 7	5.28 6	4 96 7	4.97 6	4.77 7	4.78 6	4.44 6	4.44 6
[illegible]	7.03 25	6.52 25	5.71 25	1.20 ? 25	0.36 26	5.37 25	5 37 25	5.03 25	5.00 26	4.81 25	4.79 25	4.40 25	4.36 24
[illegible]	8.20 18	7.64 13	6.46 18	2.00 ? 18	1 10 13	6.24 15	6.24 15	6.00 15	6.01 15	5.88 14	5.84 14	4.99 16	5.01 16
[illegible]		5.79 29	5.83 29	0.77 ? 29	Geene. (gekeerd)	4.92 29	4 92 29	4.62 29	4 62 29	4 42 29	4.41 29	4 05 29	4.05 29

BIJLAGE N°. III.

VERHANG OP DE MAAS TIJDENS

Dagteekening. Februarij 1862.	Maastricht, hoofdsluis.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Roermond.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Venlo.	Verhang. Totaal.	Verhang. per
	+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.		
1	45.78	27.10	0.0004004	18.68	4.15	0.0001452	14.53	3.63	0.000
2	46.48	27.24	0.0004026	19.24	3.21	0.0001123	16.03	3.75	0.000
3	46.20	26.23	0.0003876	19.97	2.69	0.0000941	17.28	4.39	0.000
4	45.80	25.85	0.0003820	19.95	2.42	0.0000866	17.53	4.17	0.000
5	45.34	25.91	0.0003828	19.43	2.45	0.0000857	16.98	3.65	0.00
6	44.98	26 02	0.0003845	18.96	2.75	0.0000962	16.21	3.27	0.00
7	44.78	26.08	0.0003854	18.70	3.17	0.0001109	15.53	2.80	0.00
8	44.32	25.87	0.0003823	18.45	3.42	0.0001196	15.03	2.58	0.00
Gemidd.	45.46	26.29	0.0003884	19.17	3.03	0.0001063	16.14	3.53	0.00
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.			67670			28580			40700
						Verhang bij	den	middelbare	
M.R.	41.93	26.77	0.0003956	15.16	5.26	0.0001840	9.90	2.21	0.00

Dagteekening. Februarij 1862.	Grave.	Verhang. Totaal	Verhang. per Meter.	Megen.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Oijen.	Verhang. Totaal.	Verhang. per
	+ P.A.			+ A.P.			+ A.P.		
4	10 66	2.05	0.0000911	8.61	0.81	0.0000855	7.80	0.37	0.0
5	10.79	1.99	0.0000884	8.80	0.73	0.0000771	8.07	0.22	0.0
6	10.68	1.83	0.0000813	8.85	0.69	0.0000728	8.16	0.16	0.0
7	10.52	1.78	0.0000791	8.74	0.66	0.0000697	8.08	0.12	0.0
8	10.40	1.75	0.0000777	8.65	0.65	0.0000686	8.00	0.10	0.0
9	10.22	1.68	0.0000746	8.54	0.65	0.0000686	7.89	0.13	0.0
Gemidd.	10.54	1.84	0.0000820	8.70	0.70	0.0000739	8.00	0.19	0.0
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.			22050			9466			10
						Verhang bij	den	middelb	
M.R.	5.97	1.26	0.0000560	4.71	0.37	0.0000391	4.34	0.40	0.

EN WATERSTAND VAN FEBRUARIJ 1862.

Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Gennep.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Cuyk.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Grave.
		+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.
0.41	0.0000618	10.49						
0.74	0.0001116	11.54	0.51	0.0000756	11.03	1.11	0 0000903	9 92
0 75	0.0001131	12.14	0 71	0.0001053	11 43	0.97	0.0000789	10.46
0.67	0.0001010	12.69	0.82	0.0001216	11.87	1.21	0 0000955	10.66
0.59	0.0000889	12.73	0.80	0.0001214	11.93	1 14	0-0000928	10.79
0.50	0 0000754	12.44	0.69	0.0001023	11.75	1.07	0.0000871	10.68
0.66	0 0000995	12.07	0.57	0.0000845	11.50	0.98	0.0000798	10 52
0.63	0.0000950	11.82	0 48	0.0000712	11.34	0.94	0.0000765	10.40
0.61	0.0000932	11 99 en 12.20	0.65	0,0000964	11.55	1.06	0.0000863	10.49
	6630			6740			12280	

olgens het register der peilingen.

0.44	0.0000664	7.25	0.57	0.0000846	6.68	0.71	0.0000578	5 97

Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	St. Andries.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter	Alem.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Blaauwe sluis.
		+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.
0.56	0.0000683	6 87	0.03	0.0000156	6.84	0.72	0.0001019	6.12
0.45	0.0000548	7.40	0.02	0.0000104	7 38	0.73	0.0001033	6.65
0.45	0 0000548	7.55	0.02	0 0000104	7.53	0 73	0.0001033	6.80
0.40	0.0000487	7 56	0.01	0.0000071	7.55	0 72	0.0001019	6.83
0.40	0.0000487	7 50	-0 02	-0 0000104	7.52	0.73	0 0001033	6 79
0.41	0.0000500	7.35	-0.07	-0.0000366	7.42	0.73	0·0001033	6.69
0.44	0.0000542	7.37	-0.01	0.0000071	7.38	0.73	0.0001033	6.65
	8200			1911			7064	

lgens het register der peilingen.

.16	0.0000195	3.78	0.11	0.0000576	3.67	0.51	0.0000722	3.16

Dagteekening. Februarij 1862.	Blaauwe sluis.	Verhang. Totaal.	per Meter.	Crevecoeur.	Verhang. Totaal.	per Meter.	Hedikhuizen.	Verh[ang.] Totaal.	pe[r Meter.]
	+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.		
5	6.65	1.18	0.0001605	5.47	0.47	0 0000886	5.00	0.28	0.0
6	6.80	1.10	0 0001496	5.70	0.32	0.0000603	5.38	0.27	0.0
7	6.83	1.08	0 0001469	5.75	0.25	0 0000471	5 50	0.25	0.0
8	6.79	0.98	0.0001333	5.81	0.26	0.0000490	5 55	0.25	0 0
9	6.69	0.94	0.0001278	5.75	0.25	0.0000471	5.50	0.28	0 0
10	6.45	0.84	0.0001142	5.61	0.22	0.0000415	5 39	0.29	0.0
Gemidd.	6.70	1.02	0.0001366	5.68	0.29	0.0000556	5.39	0.27	0.0
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.		7350			5300			517	
					Verhang bij den middelbare[n]				
MR.	3.16	0.57	0.0000680	2.66	0.24	0.0000453	2.42	0.40	0.0

Verhang.		Veen. L.W.	Verhang.		Woudrichem. L.W.	Verhang.		Gorinchem. L.W.
aal	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.	
		+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.
18	0.0000467	4.54	0.44	0.0000456	4.10	0.42	0 0001473	3.68
0	0.0000519	4.91	0.46	0.0000476	4.45	0.43	0.0001508	4.02
5	0.0000649	5.00	0 46	0.0000476	4.54	0.47	0.0001649	4.07
0	0.0000779	5.00	0.50	0.0000518	4 50	0.46	0.0001614	4.04
0	0.0000779	4.92	0.53	0.0000549	4.39	0.46	0.0001614	3.93
7	0.0000961	4.73	0.53	0.0000549	4.20	0.41	0.0001438	3.79
7	0.0000692	4.85	0.49	0.0000504	4.36	0.44	0.0001543	3.92
	3850			9650			2850	
ens het register der peilingen								
2	0.0000571	1.80	0.50	0.0000518	1.30	0.33	0.0001157	0.97

BIJLAGE N°. IV.

VERMOGEN VAN DE MAAS TIJDE

Volgnummer.	Peilraaijen, waaruit de gemiddelden zijn genomen.	Middelbare rivierstand. + A.P. M.R.	Noodpeil of hoogte der dijken. + A.P.	Aangenomen hoogte der uiterwaarden boven M.R.	Hoogte van den hoogen waterstand van 5 tot 8 Februarij 1862. Boven A.P.	Gemiddeld boven M.R.	Gemid. boven de uiterwaarden.	Gemidd. breedte van den waterspiegel in het geheele vak bij M.R.	H.W.	Aangenomen breedte.	… van … bij … Aangenomen M.R.
		M.									
1	CLVI-CLXII Gennep-Cuyk.	7.25 6.68	11.00 (overlaatp.)	4.00	12.73 11.93	5.36	1.36	145	319	145	322
2	CLXIII-CLXXIV Cuyk-Grave.	6.68 5.97	11 00 11.45	4.00	11.93 10.79	5.03	1.03	142	637	142	349
3	CLXXV-CXCVII Grave-Megen.	5.97 4.71	11.45 9 50	3.50	10.79 8.85	4.48	0.98	152	823	152	381
4	CXCVIII-CCVII Megen-Oijen.	4.71 4.34	9.50 9.30	3.00	8.85 8.16	3.98	0.98	154	1014	154	435
5	CCVIII-CCXVII Oijen-Lith.	4.34 3.94	9.30 8.85	3 00	8.16 8.00	3.94	0.94	219	833	219	493
6	CCXVIII-CCXXV Lith-St. Andries.	3.94 3.78	8.85 8.00	3.00	8.00 7.56	3.92	0.92	215	1250	215	592
7	CCXXVI CCXXVII St. Andries-Alem.	3.78 3.67	8.00 8.30	2.75	7.56 7.55	3.83	1.08	371	1115	371	992
8	CCXXVIII-CCXXXIII Alem-Blaauwe sluis.	3.67 3.16	8.30 7.30	2.50	7.55 6.83	3.77	1.27	230	1247	230	576
9	CCXXXIV-CCXLI Blaauwe sluis-Crevecoeur.	3.16 2.66	7.30 6.25	2.50	6.83 5.81	3.41	0.91	248	1062	248	679
10	CCXLII-CCXLVI Crevecoeur-Hedikhuizen.	2.66 2.42	6.25 3.80 (overlaatp.)	2.50	5.81 5.55	3.14	0.64	235	639	235	719
11	CCXLVII-CCLI Hedikhuizen-Heusden.	2.42 2.02	3.80 6.60	2.50	5.55 5.30	3.20	0.70	301	840	301	638
12	CCLII-CCLVI Heusden-Veen.	2.02 1.80	6.60 6.60	2.50	5.30 5 00	3.24	0.74	233	1049	233	764
13	CCLVII-CCLXVI Veen-Woudrichem.	1.80 1.30	6.60 6.20	2.00	5.00 4.54	3.22	1.22	249	808	249	892

EN STAND VAN FEBRUARIJ 1862.

VIER			OP DE UITERWAARDEN.						
erhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	Aangenomen breedte.	Inhoud van het profil I.	Natte omtrek p.	Verhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	Vermogen in de rivier en op de uiterwaarden te zamen.
.0000964	1.411	1551	1174	1596	1178	0.0000964	0.615	981	2532
.0000863	1.322	1405	495	510	498	0.0000863	0.506	258	
0000820	1.240	1316	671	657	674	0.0000820	0.481	316	1632
.0000739	1.148	1203	860	843	863	0.0000739	0.457	385	1588
0000180	0.549	745	614	577	617	0.0000180	0.221	127	
0000542	0.985	1413	1035	952	1038	0.0000542	0.379	361	
0000071	0.357	861	744	803	747	0.0000071	0.148	119	
0001033	1.324	1911	1017	1291	1021	0.0001033	0.615	794	2705
0001366	1.514	2307	814	740	817	0.0001366	0.599	443	2750
0000556	0.968	1411	404	258	406	0.0000556	0.320	82	
0000521	0.870	1393	539	377	541	0.0000521	0.324	122	
0000692	1.095	1663	816	603	819	0.0000692	0.384	231	1894
0000504	0.952	1612	559	682	562	0.0000504	0.421	287	1899

onvolkomen overlaat, voorkomende op blz. 414 van de beginselen der Mechanica van J. P. DELPRAT (1848).

$$M = (h' - {}^1/_3\, h)\, n\, b \sqrt{2g\,h}$$

h is het verschil in hoogte der waterspiegels, waartoe de hoogte van het Waal- en Maaswater tegenover het midden der beschouwde vakken is berekend uit de afstanden langs de stroomlijn gemeten en de verhangen Tiel-St. Andries en Lith-St. Andries, tijdens den hoogen waterstand van 7 Februarij 1862.

h' is de hoogte van den waterspiegel der rivier de Waal boven de kruin van den overlaat.

b de breedte van den overlaat.

g de versnelling door de zwaartekracht 9.812.

n = 0.62.

De gegevens en de uitkomst der berekening zijn verzameld in onderstaande tabel

Volgnommer van het vak.	Afstand van het midden van het vak langs de stroomlijn gemeten beneden		Hoogte boven A.P. van de			Breedte b.	Hoogte van den waterspiegel van de Waal boven den overlaat.	Verval tusschen de Waal en de Maas.	Coefficient der formule.	$h_1 - {}^1/_3 h$	$\sqrt{2gh}$	M.
	Tiel.	Lith.	kruin des overlaats. Febr. 1852.	rivier de Waal. Febr. 1862.	rivier de Maas. Febr. 1862.		h'	h	n			
1	6920	2800	7.33	8. 6	7.82	580	0.83	0.34	0.62	0.72	2.58	668
2	7170	3500	8.15	8.13	7.79	1200	„	0.34	0.62	„	„	„
3	8020	4000	7.74	8.02	7.76	300	0.28	0.26	0.62	0.19	2.26	80
4	9520	5400	7.54	7.83	7.70	2400	0.28	0.12	0.62	0.24	1 54	550
5	11680	8900	6.57	7.53	7.58	550	0.96	0	0.62	„	„	„
												1298

Bij eene opneming van de kade langs de Waal, verrigt in Julij 1861, is eene grootere hoogte gevonden dan de bovenstaande, namelijk voor kade N°. 2 gemiddeld 6.85 M., voor N°. 3 7.18 en voor N°. 4 6.23, alles aan Tielsch peil. Het

verhang tusschen Tiel en St. Andries was tijdens den hoogsten stand van Julij 1861 1.27 M of 0.0001131 per M.

Die hoogten in onderstaande tabel gebragt, geven een geringer bedrag voor de overgeloopen hoeveelheid.

Volg[illegible]st vak.	Afstand van het midden van het vak langs de stroomlijn gemeten van		Hoogte boven A.P van de			Breedte b.	Hoogte van den waterspiegel van de Waal boven den overlaat.	Verval tusschen de Waal en de Maas.	Coefficient der formule.	$h_1 - \frac{1}{3}h$.	$\sqrt{2gh}$.	M.
	Tiel.	Lith.	kruin des overlaats. Julij 1861.	rivier de Waal. Febr. 1862.	rivier de Maas. Febr. 1862.		h'	h	n			
	6920	2800	7.33	8.16	7.82	580	0.83	0.34	0.62	0.72	2.58	668
	7170	3503	8.53	8.13	7 79	1200	„	0.34	0.62	„	„	„
	8020	4000	8.76	8.02	7.76	300	„	0.26	0.62	„	„	„
4	9520	5400	7.64	7 82	7.70	2400	0.18	0.12	0.62	0.14	1.54	320
5	11680	8900	6.57	7.53	7.53	559	0.96	0	0.62	„	„	„
												988

BIJLAGE N°. VI.

VERMOGEN VAN DE MAAS TIJDE[N]
(Ongeveer 8 dagen

Volgnummer.	Peilraaijen waaruit de gemiddelden zijn genomen.	Middelbare rivierstand M.R. + A.P.	Noodpeil of hoogte der dijken + A.P.	Aangenomen hoogte der uiterwaarden boven M.R.	Hoogte van den waterstand van 14 Febr. 1862. boven A.P.	gemiddeld boven M.R.	gemidd. boven de uiterwaarden.
1	CLVI-ÇLXII. Gennep-Cuyk.	7.25 6.68	11 00 (overlaatp.)	4.00	9.28 - -		
2	CLXIII-CLXXIV. Cuyk-Grave.	6.68 5.97	11.00 11.45	4.00	— 8.26		
3	CLXXV-CXCVII. Grave-Megen.	5.97 4.71	11.45 9.50	3.50	8.26 6.98	2.28	—
4	CXCVIII-CCVII. Megen-Oijen.	4.71 4.34	9.50 9.30	3.00	6.98 —		
5	CCVIII-CCXVII. Oijen-Lith.	4.34 3.94	9.30 8.85	3.00	— 5.82		
6	CCXVIII-CCXXV. Lith-St. Andries.	3.94 3.78	8.85 8.00	3.00	5.82 5.30	1.70	—
7	CCXXVI-CCXXVII. St. Andries-Alem.	3.78 3.67	8.00 8.30	2.75	5.30 —		
8	CCXXVIII-CCXXXIII. Alem-Blaauwe sluis.	3.67 3.16	8 30 7.30	2.50	— 4.80		
9	CCXXXIV-CCXLI. Blaauwe sluis-Crevecoeur.	3.16 2.66	7.30 6.25	2.50	4.80 4.56	1.77	—
10	CCXLII-CCXLVI. Crevecoeur-Hedikhuizen.	2.66 2.42	6.25 3.80 (overlaatp.)	2.50	4.56 4.20	1.84	—
11	CCXLII-CCLI. Hedikhuizen-Heusden.	2.42 2.02	3.80 6.60	2.50	4.20 3.85	1.80	—
12	CCLII-CCLVI. Heusden-Veen.	2.02 1.80	6.60 6.60	2.50	3.85 3.58	1.80	—
13	CCLVII-CCLXVI. Veen-Woudrichem.	1.80 1.30	6.60 6.20	2.00	3.58 2.97	1.72	—

…RSTAND VAN 14 FEBRUARIJ 1862.

…stand van die maand.)

IN DE RIVIER.							
Inhoud … het profil bij den waterstand			Natte omtrek *p*.	Verhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	Aanmerkingen.
…M.R.	boven M.R.	totaal I.					
…32			154				
…49			152				
…31	346	727	164	0.00005689	0.8545	621	
…35			170				
…33			234				
…32	365	957	232	0.00006341	0.8703	832	Bij den waterstand van 14 Febr. 1862 stroomde volgens de aangenomen hoogte van de uiterwaarden over dezen geen water.
…32			389				
…36			246				
…9	438	1117	263	0.00003565	0.6337	707	
…9	432	1151	250	0.00006792	0.9516	109	
…8	541	1179	319	0.00006763	0.8508	1003	
[illegible]	419	1183	254	0.00007013	0.9709	1157	
[illegible]	428	1320	273	0.00006321	0.9407	1241	

OVER DEN METEORIET VAN KNYAHINYA

IN HET

UNGHVÄRER COMITAT

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Gewone Vergad. van 30 Maart 1872.

Weinig meteoorsteenregens hebben de eer gehad door zoo vele ooggetuigen te zijn waargenomen als die, welke den 9 Juni 1866 des namiddags omstreeks 5 uur plaats vond bij Knyahinya in de buurt van Nagy-Berezna in het Unghvärer Comitat.

De nu overleden W. Ritter VON HAIDINGER te Weenen, die zich ten opzichte der meteorieten zoo zeer verdienstelijk heeft gemaakt, heeft met de grootste zorg de getuigen van dit grootsche schouwspel doen verhooren en protokollen hunner antwoorden doen opmaken; wij vinden deze verzameld in twee mededeelingen, welke VON HAIDINGER daarvan gedaan heeft in de mathematisch-natuurwetenschappelijke klasse der Keizerlijke Akademie van wetenschappen te Weenen en die te vinden zijn in de Sitzungsberichte dier Akademie T. LIV 2de Abth pag. 200 en pag. 475.

De verschijnselen bij dien val waargenomen komen grootendeels overeen met die, welke bij andere meteoorsteenvallen zijn gehoord en gezien. Een slag, beschreven als een hevig kanonschot, die de ramen deed trillen, gevolgd door een paar minder harde slagen, daarbij het geluid als van een zwaren wagen over de straatsteenen rollende. Door den slag opmerkzaam gemaakt, bespeurde men aan den hemel een kleine wolk, die zich snel voortbewoog, en de grootte had van ongeveer tien

BIJLAGE N°. IV.

VERMOGEN VAN DE MAAS TIJDEN[illegible]

Volgnummer.	Peilraaijen, waaruit de gemiddelden zijn genomen.	Middelbare rivierstand. M.R. + A.P.	Noodpeil of hoogte der dijken. + A.P.	Aangenomen hoogte der uiterwaarden boven M.R.	Hoogte van den hoogen waterstand van 5 tot 8 Februarij 1862.			Gemidd. breedte van den water spiegel in het geheele vak bij		Aangenomen breedte.	Inh[illegible] van het [illegible] bij den [illegible] waters[illegible]	
					Boven A.P.	Gemiddeld boven M.R.	Gemid. boven de uiterwaarden.	M.R.	H.W.		Gened. M.R.	Boven M.R.
		M.										
1	CLVI-CLXII Gennep-Cuyk.	7.25 6.68	11.00 (overlaatp.)	4.00	12.73 11.93	5.36	1.36	145	[illegible]319	145	322	77[illegible]
2	CLXIII-CLXXIV Cuyk-Grave.	6.68 5.97	11.00 11.45	4.00	11.93 10.79	5.03	1.03	142	637	142	349	71[illegible]
3	CLXXV-CXCVII Grave-Megen.	5.97 4.71	11.45 9.50	3.50	10.79 8.85	4.48	0.98	152	823	152	381	68[illegible]
4	CXCVIII-CCVII Megen-Oijen.	4.71 4.34	9.50 9.30	3.00	8.85 8.16	3.98	0.98	154	1014	154	435	61[illegible]
5	CCVIII-CCXVII Oijen-Lith.	4.34 3.94	9.30 8.85	3.00	8.16 8.00	3.94	0.94	219	833	219	493	86[illegible]
6	CCXVIII-CCXXV Lith-St. Andries.	3.94 3.78	8.85 8.00	3.00	8.00 7.56	3.92	0.92	215	1250	215	592	84[illegible]
7	CCXXVI CCXXVII St. Andries-Alem.	3.78 3.67	8.00 8.30	2.75	7.56 7.55	3.83	1.08	371	1115	371	992	142[illegible]
8	CCXXVIII-CCXXXIII Alem-Blaauwe sluis.	3.67 3.16	8.30 7.30	2.50	7.55 6.83	3.77	1.27	230	1247	230	576	86[illegible]
9	CCXXXIV-CCXLI Blaauwe sluis-Crevecoeur.	3.16 2.66	7.30 6.25	2.50	6.83 5.81	3.41	0.91	248	1062	248	679	84[illegible]
10	CCXLII-CCXLVI Crevecoeur-Hedikhuizen.	2.66 2.42	6.25 3.80 (overlaatp.)	2.50	5.81 5.55	3.14	0.64	235	639	235	719	7[illegible]
11	CCXLVII-CCLI Hedikhuizen-Heusden.	2.42 2.02	3.80 6.60	2.50	5.55 5.30	3.20	0.70	301	840	301	638	9[illegible]
12	CCLII-CCLVI Heusden-Veen.	2.02 1.80	6.60 6.60	2.50	5.30 5.00	3.24	0.74	233	1049	233	764	7[illegible]
13	CCLVII-CCLXVI Veen-Woudrichem.	1.80 1.30	6.60 6.20	2.00	5.00 4.54	3.22	1.[illegible]2	249	808	249	892	[illegible]

van een ei vond men op een uitgestrekten doek, die daardoor noch doorboord noch verzengd was; daarentegen vond men op vele plaatsen takken van boomen, die door steenen waren afgeslagen. Over den warmtegraad dien de steenen bij het vallen gehad hebben, zijn de getuigenissen zeer verschillend; terwijl de een zegt dat hij een steen kort na den val opraapte en niet warmer vond dan alsof hij door de zonnestralen was beschenen, verklaren anderen dat het gras op de plaatsen waar een steen gevallen was, geheel zwart was gebrand.

Het soortelijk gewicht van den steen wordt door V. HAIDINGER opgegeven als 3,520 bij 20° R. Opmerkelijk is het dat van den steen van dien steenregen tot nu toe geene scheikundige analyse is gemaakt, ten minste, voor zoo verre ik zulks kon nagaan, is mij daarvan niets gebleken; het was mij daarom bijzonder aangenaam door den hoogleeraar H. VOGELSANG in het bezit gesteld te worden van een klein stuk uit zijne verzameling, waarmede ik een volledig onderzoek heb kunnen doen op de wijze, die ik vroeger beschreven heb bij de mededeeling van den meteoriet van Tjabé.

Voor dat ik echter overga tot de mededeeling der uitkomsten dier analyse, moet ik nog wijzen op een door den Zuricher hoogleeraar A. KENNGOTT gedaan mikroskopisch mineralogisch onderzoek op dun geslepen plaatjes van dien steen, welk onderzoek in de straks genoemde Sitzungsberichte T LXIX 2de Abth. pag. 873 is medegedeeld.

Prof. KENNGOTT zegt, dat met het bloote oog de massa fijnkorrelig is, bij een matige vergrooting kogelkorrelig, terwijl de kogelvormige eenigszins hoekige korrels grauw gekleurd zijn met gele vlekken, die echter onregelmatig verdeeld zijn, zoodat niet een bepaald geel gekleurd afzonderlijk bestanddeel zichtbaar is; terwijl de geheele massa bij dunne schijfjes doorschijnend zelfs doorzichtig is, is eene ondoorzichtige stof onregelmatig door de massa verdeeld. Bij eene 30 malige vergrooting onderscheidde KENNGOTT, behalve de metaaldeeltjes en de ondoorzichtige deelen, twee bepaalde mineralen, waarvan het een kleurloos en doorzichtig, het ander grauw en alleen doorschijnend, beide dubbelbrekende stoffen, welke beide mineralen echter in de massa niet scherp gescheiden zijn, zoodat men onmogelijk

uit de fijne korrels homogene korrels zoude kunnen uitzoeken; beide mineralen nemen te zamen aan de vorming van het gesteente deel, zoodat de kogelvormige deelen zoowel uitsluitend uit het een als uit het ander, alsook uit beiden te zamen zijn gevormd: de ondoorzichtige deelen treden, wat hun gehalte aangaat, zeer op den achtergrond; zij hebben geen invloed op de struktuur, en zijn alleen tusschen het gesteente verdeeld daar, waar tusschen de ronde en hoekige korrels plaats voor hen overblijft. Naar het oordeel van KENNGOTT heeft de massa van den steen zich zelve kristallijn gevormd, en moet niet beschouwd worden als een agglomeraat van afzonderlijk gevormde lichaampjes.

KENNGOTT noemt drie ondoorzichtige stoffen: het grauwe ijzer, het grauwgeel magneetijzerkies (troilit van V. HAIDINGER) en nog eene zwarte zelfstandigheid (dit zal wel chroomijzersteen zijn) en neemt in het kristallijnkorrelige mengsel twee silikaten aan, waarvan het een kleurloos doorzichtig door zoutzuur wordt opgelost en van peridotische natuur is (olivin), terwijl het ander grauw en alleen doorschijnend is en niet door zoutzuur wordt aangetast, van augietachtigen aard is (enstatit of diallagit); het laatste vertoont bij dunne plaatjes eene lineaire vorming, die door strepen wordt aangeduid en waarschijnlijk op lamellen duidt, terwijl in het doorzichtige mineraal alleen barsten zichtbaar zijn.

KENNGOTT geeft eenige fraaie afbeeldingen van sommige door hem waargenomen eenigszins hoekige korreldoorsneden, en toont daarbij aan dat het nikkelijzer, hetwelk in relatief kleine dimensies optreedt en meer als tusschen de mineralen ingespoten voorkomt, somwijlen in eene dunne laag de korrels van het doorzichtig silikaat omhult.

Verder merkt KENNGOTT op dat stukjes van den steen voor de blaasbuis slechts op sommige plaatsen met eene zwarte glanzende smeltvlakte bedekt worden, terwijl het poeder van den meteoorsteen op met gedestilleerd water bevochtigd curcumapapier geplaatst, duidelijke soms sterke alkalische reactie vertoont.

Het scheikundig onderzoek, hetwelk ik op dezen steen heb ingesteld, heeft de volgende resultaten opgeleverd:

Het soortelijk gewicht van den geheelen steen vergeleken met water van 16°,5 C., werd gevonden 3.515.

Nadat de steen in een achaten mortier zooveel mogelijk tot fijn poeder was gebracht, werd door den magneet het nikkelijzer uitgetrokken; nadat het uitgetrokkene op nieuw was fijn gestooten, werd het nog zooveel mogelijk van de aanhangende silikaten bevrijd; de verhouding tusschen het magnetisch en het niet magnetisch gedeelte werd gevonden als 5,72 : 94,28.

In een stroom droog waterstofgas zacht verwarmd magnetisch poeder werd eerst met eene koude kwikchlorid-oplossing in een atmospheer van waterstofgas uitgetrokken, en daarna in eene warme kwikchlorid-oplossing; in beide oplossingen werd afzonderlijk de verhouding tusschen het ijzer- en het nikkelgehalte bepaald. Op 100 deelen berekend werd gevonden:

			Atoomverh.	
1ste Uittrekking	ijzer	55.46 . . .	5.5	4
〃	nikkel	10.49 . . .	1	
2de 〃	ijzer	8.00 . . .	3	
〃	nikkel	5.44 . . .	2	1
Phosphorus		Spoor		
Onopgelost silikaat		20.19		
		99.58.		

Uit een gedeelte van het niet magnetische werd door behandeling met kokend zoutzuur en doorvoering van het gevormde gas door eene ammoniakale zilveroplossing de hoeveelheid zwavel bepaald, die berekend als Fe S bedroeg op 100 deelen 2.48 Fe S.

Het niet magnetisch poeder werd na in een stroom waterstofgas te zijn verhit, meerdere malen met eene kokende kwikchlorid-oplossing behandeld, ter verwijdering van het daarin nog aanwezige nikkelijzer; daarna aan de lucht gegloeid, waarbij de reuk van zwaveligzuurgas werd waargenomen; het poeder werd op nieuw in een stroom waterstofgas gegloeid, weêr behandeld met kwikchlorid, en daarna aan de lucht gegloeid, waarbij een roodbruin poeder terugbleef, waaruit zuren geen zwavelwaterstofgas meer ontwikkelden. Het ijzer uit het silikaat, daarin als oxydul aanwezig, was door deze bewerking in oxyd omgezet, ten minste voor een groot deel; het bleek bij het onderzoek dat in het in zuren onoplosbaar silikaat het ijzer als oxydul was gebleven, terwijl in het oplosbaar silikaat waarschijnlijk al het ijzeroxydul in oxyd was omgezet.

In 100 deelen van het aldus behandelde poeder werd, door uittrekking eerst met kokend zoutzuur en daarna met kokende koolzure soda-oplossing, gevonden:

Onopgelost gedeelte.	48.31
Kiezelzuur.	18.60
IJzeroxyd met spoor mangaanoxyd. . .	14.76
Magnesia.	15.11
Kalk.	1.22
Alumina.	0.13
Soda.	0.64
Potassa.	1.07
	99.84.

Waaruit berekend wordt voor de samenstelling van het in zuren oplosbaar silikaat, na omzetting van het ijzeroxyd in ijzeroxydul:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur.	37.16		19.68
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	26.54	5.90	
Magnesia	30.18	12.07	19.48
Kalk.	2.43	0.70	
Alumina.	0.27	0.12	
Soda.	1.28	0.33	
Potassa	2.14	0.36	
	100.00.		

Wij hebben dus hier bepaald, zooals bij de meeste meteoorsteenen, een monosilikaat, waarin de verhouding tusschen de zuurstof van het kiezelzuur en die van de basen is als 1 : 1, en wel met een olivin, waarin de atoomverhouding der metalen ijzer en magnesium is als 1 : 2, dus:

$$\begin{pmatrix} Fe\ ^1/_3 \\ Mg\ ^2/_3 \end{pmatrix}^2 Si\ O_4$$

Meteoorsteenpoeder werd meerdere dagen met kokend zoutzuur uitgetrokken, daarna met kokende koolzure soda oplossing

in een platinum schaal behandeld, en deze beide bewerkingen nog een paar keeren op hetzelfde poeder herhaald om zooveel mogelijk een silikaat te verkrijgen, hetwelk geacht kon worden vrij van olivin te zijn. De analyse van dit onoplosbaar poeder, hetwelk bijna wit was met eene lichtgrauwe tint, werd gedaan gedeeltelijk door de behandeling met vloeispaatzuur, voor een ander deel, vooral ter bepaling van het kiezelzuurgehalte en dat der alkaliën, door gloeiing met zuiver koolzuren kalk en salmiak op de wijze, die door J. LAWRENCE SMITH in het *Chemical News* van 1871, vol. XXIII, pag. 222 en 234 beschreven is; deze methode is mij bij het gebruik hoogst doelmatig voorgekomen, alleenlijk moet ik opmerken, dat de chroomijzersteen, die bij de behandeling met vloeispaatzuur onaangetast terugblijft, bij de gloeiing met kalk voor een groot deel wordt ontleed.

Het resultaat der analyse van het onoplosbaar silikaat was:

Kiezelzuur	55.79
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul .	11.11
Magnesia	19.38
Kalk	3.93
Alumina	5.87
Soda	1.82
Potassa	1.10
Chroomijzersteen	1.06
	100.06.

Het onoplosbaar silikaat, zonder chroomijzersteen, bestaat dus uit:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur	56.35		29.85
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul.	11.22	2.49	14.88
Magnesia	19.58	7.83	
Kalk	3.97	1.13	
Alumina	5.93	2.77	
Soda	1.84	0.47	
Potassa	1.11	0 19	
	100.00.		

Wij hebben dus hier een bisilikaat, waarin de verhouding van de zuurstof van de basen tot die van het kiezelzuur vrij nauwkeurig is als 1 : 2; diezelfde verhouding is gevonden in het onoplosbaar silikaat der steenen van Chantonnay, Seres en Blansko allen door BERZELIUS onderzocht en die van Utrecht door mij geanalyseerd, terwijl bij meerdere andere steenen de gevonden getallen meer of minder die verhouding naderen.

Vatten wij de resultaten van het onderzoek te zamen, zoo kunnen wij zeggen dat de steen van Knyahinya bestaat uit:

Nikkelijzer	5.0
Zwavelijzer	2.2
Chroomijzersteen	0.8
Olivin	39.9
Onoplosbaar silikaat	52.1
	100.0.

OVER DEN METEORIET VAN L'AIGLE.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Gew. Verg. van 30 Maart 1872.

Onder al de meteoorsteenregens is er stellig geen geweest, die meer de aandacht tot zich getrokken heeft en meer bepaald invloed heeft uitgeoefend op het wetenschappelijk onderzoek naar dit merkwaardig verschijnsel, als die, welke den 26sten April 1803, des namiddags omstreeks één uur heeft plaats gevonden bij l'Aigle, in het Fransche departement de l'Orne. In het laatst toch der vorige eeuw werd het vallen van steenen uit de lucht voor een sprookje gehouden, zoo zelfs dat iemand, die op den naam van wetenschappelijk man aanspraak maakte, zich zoude geschaamd hebben aan iets dat zoodanig indruischte tegen alle natuurwetten te gelooven, laat staan steenen, waarvan men beweerde, dat zij uit de lucht gevallen waren, in zijne verzameling te bewaren of te onderzoeken. Het waren vooral EDWARD HOWARD en graaf VAN BOURNON, die bij het vergelijken van eenige steenen, welke in het mineralen-kabinet van GREVILLE als uit de lucht gevallen werden bewaard, de groote overeenkomst tusschen die steensoorten en hare afwijking van de aardsche steensoorten aantoonden en in de *Philosophical Transactions* van 1802 de als geheel phantastisch beschouwde meeningen van CHLADNI, die in 1794 zijn merkwaardig werk: *Ueber den Ursprung der von Pallas und andern gefundenen Eisenmassen*, had uitgegeven, kwamen steunen; die denkbeelden vonden echter, vooral in Frankrijk, weinig geloof, en terwijl juist in het begin van 1803 tusschen BOURNON en den Franschen geleerden PATRIN hierover strijd werd gevoerd, kwam de ontzettende me-

teoorsteenregen van l'Aigle, waarbij tusschen de 2 en 3000 steenen over een oppervlakte van omstreeks 3 mijlen lengte en eene mijl breedte op de aarde werden geworpen, en waarbij duizende ooggetuigen de waarheid van het verschijnsel bevestigden, een einde maken aan allen twijfel over dit gewichtig punt.

De tijding die daarvan te Parijs ontvangen werd, deed menigeen van ongeloof de schouders ophalen, zoodat de Minister van Binnenlandsche Zaken den grooten BIOT opdroeg om op de plaats zelve een nauwkeurig onderzoek naar de waarheid van het verhaal te doen, hetwelk ongeveer twee maanden na den steenregen plaats vond en negen dagen duurde.

Het rapport, hetwelk BIOT van zijn onderzoek uitbracht en hetwelk 42 bladzijden 4° beslaat in de *Mémoires de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut National de France*, T. VIII, pag. 224 e. v., 1806, is wegens de groote zorg om de waargenomen feiten tot volkomen zekerheid te brengen, alleropmerkingswaardig.

De verschijnselen waarmede deze meteoorsteenregen vergezeld ging, zijn de gewoonlijk bij dit natuurverschijnsel waargenomene. Op aanzienlijken afstand van de plaats waar de steen gevallen is, bijv. Verneuil, Caen enz., is een sterk lichtgevende vuurkogel waargenomen; op de plaats zelve echter bemerkte men alleen een klein donker wolkje, hetwelk zich weinig verplaatste, en waaruit zware slagen, die tot 30 mijlen in de rondte gehoord werden, losbarstten; daarbij een geluid hetwelk vergeleken werd met brand in den schoorsteen, en ook door hen, in wier nabijheid steenen vielen, een gefluit als van een kogel, die door de lucht vliegt. De zwaarste steenen, waaronder een van 8.5 kilo's, werden op de uiterste zuidoostelijke grens van het elliptisch vlak, hetwelk van het zuid-oosten naar het noord-westen gericht was, met eene declinatie van ongeveer 22°, gevonden; de kleinere, waaronder van 7 à 8 grammen, op het andere einde van het vlak, en daartusschen die van middelbare grootte.

De ooggetuigen verklaren allen dat zij zwavellucht hebben waargenomen, en dat de steenen zelve dien reuk zoo zeer verspreidden, dat men gedwongen was ze uit de woonvertrekken, waarin men ze gebracht had, te verwijderen. BIOT zegt zelfs

dat hij bij het breken van een steen sterke zwavellucht waarnam; daarenboven verklaren meerderen, dat de steenen kort na hun val gloeiend heet waren en dat zij in den eersten tijd zeer gemakkelijk konden worden gebroken, terwijl zij eerst later de groote hardheid hebben verkregen, die zij thans bezitten. BIOT deelt op pag. 265 de analyse mede, die de burger THENARD van eenige dezer steenen voor hem heeft gedaan, zonder op te geven de methode van analyse:

Kiezelzuur	46
IJzeroxyd.	45
Magnesia.	10
Nikkel	2
Zwavel ongeveer	5
	108.

De 8 pCt. die te veel gevonden zijn, zijn toe te schrijven aan de bij de bewerking door het metaal opgenomen zuurstof; BIOT zegt dat de door THENARD gevonden uitkomsten overeenkomen met die, welke VAUQUELIN gevonden had bij de analyse van een reeds vroeger aan FOURCROY uit l'Aigle gezonden steen; de beschrijving dier analyse door VAUQUELIN en FOURCROY gedaan, vindt men in de *Annales du Museum National d'Histoire Naturelle*, Tom. III, Paris 1804, pag. 106; ik deel haar hier in hoofdzaak mede, zoowel als bewijs van de weinige waarde, die daaraan mag gehecht worden, als ook van de hoogte waarop toenmaals de analytische scheikunde stond: de tot poeder gebrachte steen werd tweemalen met verdund zoutzuur uitgetrokken, waarbij een gas ontwikkeld werd, dat naar zwavelwaterstofgas riekte, doch niet geheel daaruit bestond. Het onopgelost teruggeblevene, meer dan de helft van het gebruikte, was kleurloos, en volgens de onderzoekers zuiver kiezelzuur (op het daarin voorkomend silikaat is niet gelet). Uit de zoutzure oplossing werd (zonder voorafgaande oxydatie) door ammonia het ijzeroxyd gepraecipiteerd bij verwarming; men vond ongeveer 36 pCt. van dit metaal (faiblement oxidé). Uit de ammoniakale vloeistof werd door eene potassa oplossing de magnesia neêrgeslagen, die een weinig nikkel ingesloten hield, terwijl door zwavelwaterstof-

houdend water het nikkel werd neêrgeslagen. FOURCROY geeft als uitkomst van het onderzoek:

Kiezelzuur	53
IJzeroxyd.	36
Magnesia.	9
Nikkel	5
Zwavel	2
Kalk.	1
	104

De 4 pCt. te veel gevonden zijn toe te schrijven aan de oxydatie der metalen gedurende de analyse.

Sedert deze analyse is, zooverre ik heb kunnen nagaan, de steen van l'Aigle nimmer meer aan een scheikundig onderzoek onderworpen, waarover men zich verwonderen moet, dewijl in de verschillende verzamelingen van meteoorsteenen deze steen bijna nooit ontbreekt; het eenige wat ik nog heb gevonden is dat LAUGIER *) in den steen van l'Aigle, even als in die van Verona, van Ensisheim, van Apt en van Barbotan, ongeveer 1 pCt. chromium gevonden heeft.

Het soortelijk gewicht van die steenmassa is door meerderen bepaald, zooals door

REUSS	3,584	RUMLER (zonder korst)	3,4791
V. SCHREIBERS	3,626—3,490	(met korst)	3,3910.
BLESSON	3,279		

Niet alleen wegens de groote geschiedkundige waarde, welke de meteoorsteenregen van l'Aigle bezit, maar ook wegens het bepaald chondritisch karakter van deze steenmassa, heb ik het der moeite waard gerekend eene uitvoerige analyse er van te doen. De steen, dien ik bezit, is voor een groot deel bedekt met eene bruin zwarte, matte, vrij gladde korst. De massa van den steen op de breuk is gedeeltelijk grijs wit, gedeeltelijk donker grauw; deze beide schakeringen gaan of langzaam in elkander over of zijn als aderen door elkander verdeeld. In de massa merkt men zoowel lichtgekleurde als grauwe kogels, als ook ronde partijen, die door zwarte aderen zijn omgeven. Bij

*) *Annales du Museum d'Histoire naturelle*, T. VII, pag. 92 (1806).

dun geslepen plaatjes vindt men onder den mikroskoop sommige grauwe kogels, die even als bij den steen van Knyahinya gestreept zijn. Metaalglanzend ijzer wordt veelvuldig in grovere korrels alsook in fijne lagen tusschen de steenmassa gezien; het zwavelijzer komt er slechts in fijne korrels voor.

De resultaten van het scheikundig onderzoek, hetwelk geheel op dezelfde wijze is gedaan als bij den steen van Knyahinya, zijn de volgende:

Het soortelijk gewicht van den steen is gevonden 3,607 vergeleken met water van 10°,5 C.

Door gedestilleerd water werd uit het poeder een spoor zwavelzure kalk opgelost.

De scheiding door den magneet gaf 10.22 magnetisch gedeelte op 89,78 niet magnetisch poeder.

In het magnetisch gedeelte werd op 100 deelen gevonden:

			Atoomverh.	
1ste Uittrekking	ijzer	61.00	6.5	5.5
	nikkel	9.97	1	
2de 〃	ijzer	5.78	2	
	nikkel	2.62	1	1
Phosphorus		Spoor		
Onopgelost silikaat		21.00		
		100.37.		

In het niet magnetisch poeder werd aan zwavelijzer gevonden 2,01 zwavelijzer, terwijl in dit poeder, nadat het zoowel van het nog aanhangend magnetisch nikkelijzer alsook van het zwavelijzer was bevrijd, op 100 deelen gevonden werd:

Onopgelost silikaat	48.21
Kiezelzuur	17.35
IJzeroxyd met spoor mangaanoxyd	16.67
Magnesia	13.08
Kalk	3.04
Alumina	0.09
Soda	0.37
Potassa	0.42
	99.23.

Waaruit de samenstelling van het door zuren ontleedbaar silikaat berekend wordt:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur	35.16		18.63
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	30.39	6.75	19.53
Magnesia	26.51	10.60	
Kalk	6 16	1.76	
Alumina	0.18	0.08	
Soda	0.75	0.20	
Potassa	0.85	0.14	
	100.00.		

Hoewel hier het zuurstofgehalte der basen iets grooter is dan dat van het kiezelzuur, lijdt het geen twijfel dat men ook hier te doen heeft met een monosilikaat, de olivin; het te gering gevonden gehalte aan kiezelzuur kan zoowel toegeschreven worden aan nog teruggebleven ijzeroxyd uit het zwavelijzer of uit het nikkelijzer, of wel daaraan dat de koolzure soda het vrijgeworden kiezelzuur onvolkomen heeft uitgetrokken, tot welk laatste vermoeden de gevonden samenstelling van het onopgeloste silikaat aanleiding geeft. Opmerkelijk is verder in deze olivin het vrij hooge kalkgehalte, zoodat op de 9 atomen base 1 atoom kalk voorkomt; de waarschijnlijke formule is dus

$$\begin{pmatrix} Fe\ ^1/_3 \\ Mg\ ^5/_9\ Ca\ ^1/_9 \end{pmatrix}^2 Si\ O_4$$

Voor de samenstelling eindelijk van het langen tijd met zoutzuur en koolzure soda uitgetrokken silikaat, hetwelk grijs wit was, werd gevonden:

Kiezelzuur	56.33
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	12.38
Magnesia	17.65
Kalk	4.02
Alumina	5.12
Soda	1.05
Potassa	1.99
Chroomijzersteen	1.42
	99.96.

De samenstelling dus van het onoplosbaar silikaat is:

		Zuurstof	
Kiezelzuur	57.16		30.28
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul.	12.56	2.79	14.26
Magnesia	17.91	7.16	
Kalk.	4.08	1.17	
Alumina.	5.20	2.44	
Soda.	2.02	0.52	
Potassa	1.07	0.18	
	100.00		

Ofschoon de verhouding tusschen de zuurstof der basen tot die van het zuur hier niet juist is als 1 : 2 maar als 1 : 2,1, geloof ik toch dat wij hier met een bisilikaat te doen hebben en dat de overmaat aan kiezelzuur toe te schrijven is, zooals wij straks zagen, aan het bij de ontleding van de olivin door zoutzuur afgescheiden kiezelzuur, hetgeen door de behandeling met koolzure soda niet volkomen is verwijderd.

Als resultaat van het onderzoek kunnen wij zeggen, dat de steen van l'Aigle bestaat gemiddeld uit:

Nikkelijzer	8.0
Zwavelijzer	1.8
Chroomijzer.	0.6
Olivin.	45.3
Bisilikaat.	44.3
Zwavelzure kalk . . .	Spoor
	100.0.

DE PHYSOMETER.

EEN NIEUW WERKTUIG TOT BEPALING VAN VERANDERLIJKE VOLUMINA VAN LUCHT EN VAN ANDERE LICHAMEN.

DOOR

P. HARTING.

INLEIDING.

Er zijn weinige vraagstukken, die de aandacht van zoo vele natuurkundigen hebben bezig gehouden als dat aangaande de rol welke de zwemblaas der visschen speelt. Het is mijn voornemen niet hier de geschiedenis van dit vraagstuk uitvoerig te behandelen. Voor mijn tegenwoordig doel is het voldoende eenige hoofdpunten aan te stippen, ten einde te doen zien dat het nog geenszins opgelost is.

Zij die daarnaar getracht hebben, zijn van tweederlei standpunt uitgegaan. Volgens het eene zoude de zwemblaas een hulp-ademhalingsorgaan zijn; volgens het andere een hydrostatische toestel, waardoor de visch zijn evenwichtsstand in het water bewaart. en door zamendrukking en uitzetting der daarin bevatte lucht, in het water beurtelings daalt en rijst

De eerste dezer voorstellingen ging uit van NEEDHAM. Zij werd door hem geopperd in een in 1668 te Amsterdam verschenen geschrift, getiteld: *Disquisitio anatomica de formato foetu.* Toen en nog lang daarna was echter noch de anatomische kennis van het maaksel der zwemblaas, noch de kennis van de zamenstelling der daarin bevatte lucht, noch zelfs van het ademhalingsproces zelve, genoeg gevorderd, om die voorstelling meer dan eene bloote gissing te doen zijn.

De tweede voorstelling werd het eerst geopperd in 1675 door zekeren A. J., echter slechts als een bloot vermoeden, in

eene mededeeling aan de Royal Society *), waarin tevens gewag wordt gemaakt van eenen voorslag van ROBERT BOYLE, om haar door een proef te onderzoeken, waarop ik straks terugkom.

In het volgende jaar, in 1676, verscheen het werk van BORELLI, *De motu animalium.* In het hoofdstuk (het 23ste) dat over het zwemmen der dieren handelt, zegt hij: dat visschen wier zwemblaas men gekwetst heeft, zoodat er de lucht uit ontsnapt is, op den bodem blijven liggen, en hij besluit daaruit dat de zwemblaas den visch niet alleen soortelijk lichter maakt, maar dat zij de rijzing of daling bevordert, al naar gelang zij aan zich zelve is overgelaten of samengedrukt wordt. Deze zuiver mechanische verklaring van de werking der zwemblaas werd later het algemeenst aangenomen, waartoe in lateren tijd voorzeker het voorbeeld van CUVIER †) en dat van JOH. MÜLLER §) veel zullen hebben bijgedragen, die beiden er voorstanders van waren.

Men kon zich trouwens niet enkel beroepen op het bestaan van spieren aan de zwemblaas van vele visschen, maar zelfs wijzen op sommige soorten, wier zwemblaas voorzien is van eigene, uit harde beenige platen bestaande veertoestellen, welker drukking door spieren willekeurig kan worden opgeheven.

Intusschen hadden reeds in het begin dezer eeuw BIOT **), DE LA ROCHE ††), alsmede V. HUMBOLDT en PROVENÇAL §§) den weg gebaand tot eene wijziging der meening omtrent de rol die de zwemblaas in het leven der visschen te vervullen heeft. Zij hadden de samenstelling der lucht in de zwemblaas onderzocht, en het was daarbij gebleken, dat die lucht wel is waar dezelfde bestanddeelen als de dampkringslucht bevatte, maar in andere verhoudingen. Het opmerkelijkste resultaat, door beide eerstgenoemden verkregen, was: dat bij visschen, die uit groote diepte waren opgehaald, de hoeveelheid der zuurstof doorgaans veel aanmerkelijker dan in de dampkringslucht is en soms

*) *Philosophical transactions*, 1675, T. X. p. 310.

†) *Ann. du Muséum*, 1809, p. 174, 188.

§) *Arch. f. Anat. u. Phys.* 1841, p. 223, 1842, p. 307, 1845, p. 456.

**) *Mémoires de la Société d'Arcueil*, 1807.

††) *Ann. du Muséum*, 1809, p. 184.

§§) *Mém. de la Soc. d'Arcueil*, 1809.

90 pCt. en zelfs meer bedraagt. Reeds daaruit bleek, dat zuurstof in de zwemblaas uit het daarin rondstroomende bloed werd afgescheiden. De ware beteekenis van de zwemblaas als bijkomend ademhalingsorgaan werd echter eerst volkomen in het licht gesteld door de merkwaardige proefnemingen van ARMAND MOREAU *), die in 1863 overtuigend aantoonde, dat de zwemblaas een orgaan is, waarin de overmaat van zuurstof, door de kieuwademhaling in het bloed gebracht, tijdelijk kan worden afgescheiden en als in een voorraadplaats nedergelegd, om vervolgens weder in het bloed opgenomen en verbruikt te worden, wanneer de visch zich in water ophoudt, waarin de hoeveelheid zuurstof onvoldoende is om de ademhaling te onderhouden.

Deze onderzoekingen hadden een zwaren stoot toegebracht aan de ultra-mechanische theorie en het bewijs geleverd dat de zwemblaas in elk geval nog iets meer is, dan een hydrostatische toestel. Drie jaren later, in 1866, deden twee landgenooten van MOREAU, de heeren MONOYER †) en GOURIET §) nieuwe onderzoekingen over dit onderwerp en kwamen beiden, onafhankelijk van elkander, tot het besluit dat het samendrukken en uitzetten der zwemblaas niet als oorzaak van het rijzen en dalen van den visch in het water kan worden beschouwd.

Het is mijn voornemen niet in eene kritiek dier verschillende onderzoekingen te treden. Bij eene latere gelegenheid hoop ik daarop terug te komen. Ik bepaal mij thans tot de opmerking, dat het in elk geval zeer gewaagd zoude zijn, om van hetgeen de proeven aangaande eenige weinige soorten van zoetwatervisschen (allen Cyprinoiden) geleerd hebben, te besluiten tot de rol die de zwemblaas bij alle visschen die haar bezitten speelt. De al of niet aanwezigheid van een *ductus pneumaticus*, het leven hetzij op ondiepe plaatsen, gelijk de rivieren en andere zoete wateren, of wel in de peilloos diepe zee, kunnen eenen meer of minder belangrijken invloed hebben. Hoe weinig geoorloofd het ten aanzien van dit orgaan is van den eenen visch tot den anderen te besluiten, leeren die gevallen, waarin bij zeer na verwante

*) *Compt. rendus*, 1863. T. LVII. p. 37, 816.

†) *Annales des sciences naturelles. Zool.* 5me sér. T. VI, p. 5.

§) Ibid. p. 369.

soorten van visschen, die tot hetzelfde geslacht (bijv. *Scomber*) behooren, de eene een zwemblaas bezit, terwijl zij bij de andere niet voorkomt.

Er zullen inderdaad nog vrij wat onderzoekingen noodig zijn, eer men met grond zeggen kan, dat de rol, die de zwemblaas bij verschillende soorten van visschen vervult, ten volle begrepen is. Doch zulke onderzoekingen vorderen dat men de veranderingen, die de zwemblaas en de daarin bevatte lucht gedurende het leven ondergaat, onder verschillende omstandigheden volgen kan. De gewichtigste dier omstandigheden zijn: 1° de drukking, waaraan het geheele ligchaam van den visch en derhalve ook de zwemblaas, tengevolge van de daarop rustende waterkolom, onderworpen is, en 2° de hoeveelheid van de in het water opgeloste zuurstof. Terwijl het verschil in drukking, teweeg gebracht door het verschil in diepte waarop zich de visch bevindt, reeds op zich zelve, zonder eenige bijkomende actieve samendrukking of uitzetting der zwemblaas, de lucht daarin in volume zal doen toe- of afnemen, doet het allengs verbruikt worden der zuurstof in het water deze uit de zwemblaas verdwijnen. Ook hierdoor kan derhalve het volume der zwemblaas verminderen, tenzij de verdwenen zuurstof weder door een gelijk volume koolzuur-gas vervangen wordt, iets dat, om meer dan eene reden, onwaarschijnlijk is. Aan de andere zijde kan ook het volume der zwemblaas toenemen, alleen door afscheiding daarin van de overmaat van zuurstof, die bij de kieuwademhaling in het bloed is geraakt.

Bestaat er nu, behalve deze twee stellige hoofdoorzaken van de volume-verandering der lucht in de zwemblaas, nog eene derde? Bezit de visch het vermogen, om naar willekeur die lucht samen te persen of eene in den passieven toestand bestaande samenpersing, door spiersamentrekking, op te heffen?

Op deze vragen moeten wij het antwoord schuldig blijven.

Het bestaan toch van spiertoestellen, welke zulk eene werking kunnen hebben, dwingt nog niet noodzakelijk om aan te nemen, dat deze ook inderdaad gedurende het leven plaats grijpt; en in elk geval mag men uit de weinige gevallen, waar zulke toestellen voorkomen, nog geenszins afleiden, dat nu ook andere visschen hetzelfde vermogen bezitten, en dat, waar óf de zwem-

blaas geen spieren heeft óf deze zeer zwak zijn, de drukking die door de zijdespieren der buikwanden wordt uitgeoefend, daartoe voldoende zal zijn.

Alleen dan zoude het mogelijk zijn die vraag met zekerheid te beantwoorden, wanneer men de volume-veranderingen der zwemblaas gedurende het leven zichtbaar kon maken. Elke samendrukking door spiersamentrekking teweeg gebracht, moet het karakter der laatste deelen. Een passieve weerstand is iets anders dan eene actieve beweging. De lucht bijv., die in een zwemblaas bevat is, zal zich allengs en regelmatig uitzetten of inkrimpen, wanneer alleen de hoogte van de daarop rustende waterkolom die verandering teweeg brengt. Ook de volume-verandering, die veroorzaakt wordt door de afscheiding en opneming van lucht in de zwemblaas, kan niet anders dan eene langzame en gestadige zijn. Spiersamentrekkingen hebben daarentegen doorgaans min of meer plotseling plaats. Zij zijn het uitvloeisel van een wilsbevel. Snelle volume-veranderingen kunnen alleen daardoor teweeg gebracht worden, en wanneer deze bovendien plaats grijpen onder omstandigheden, waarbij de invloed van het verschil in drukking geheel is opgeheven, dan zouden zulke veranderingen bezwaarlijk aan eene andere oorzaak kunnen worden toegeschreven.

Boven maakte ik met een woord gewag van eene proef, die reeds in 1675 door ROBERT BOYLE werd voorgeslagen, om dit vraagstuk op te lossen. Die proef zoude daarin bestaan: „dat „men een kolf met een wijden hals nam en, na dien bijna „geheel met water gevuld te hebben, er een levenden visch van „gepaste grootte in bracht, dat is de grootste die men er in „krijgen kan, zooals een voren, baars of dergelijken; en dat „men dan den hals van den kolf zoo dun uittrok als men kon, „en hem dan bijna met water vulde: waarop, de visch liggende „op eene zekere diepte in het water van het glas, indien men „bij zijne daling bemerkt dat het water in het dunne bovenste „gedeelte daalt, dan mag men besluiten, dat hij zich samen„trekt, en indien, wanneer de visch rijst, het water ook op„stijgt, dan mag men daaruit besluiten dat hij zich uitzet *)."

---

*) Ik heb in het bovenstaande opzettelijk eene nagenoeg letterlijke vertaling

Ik weet niet of deze door BOYLE voorgestelde proef door hem of iemand anders ooit werkelijk genomen is. Trouwens het zal niet noodig zijn uitvoerig aan te toonen, dat de proef, op de wijze zooals zij door BOYLE werd beschreven, bezwaarlijk voor uitvoering vatbaar was. En zelfs indien het gelukte een visch in zulk een toestel te plaatsen, dan zoude het rijzen en dalen van het water in het vernauwde gedeelte van den hals des kolfs, al naar gelang de visch zelf rijst of daalt, nog alleen leeren, wat wel niemand betwijfelen zal, dat de lucht in de zwemblaas zich inkrimpt, wanneer de op den visch drukkende waterkolom hooger, en zich uitzet, wanneer deze lager is.

Toch is het aan die proef ten grondslag liggend denkbeeld voor eene goede toepassing vatbaar, mits men den eenvoudigen, door BOYLE voorgeslagen kolf door eenen anderen, meer samengestelden toestel vervangt, die veroorlooft de uitzetting en de inkrimping van de lucht in de zwemblaas niet alleen te zien, maar ook nauwkeurig te meten, en bovendien naar willekeur den visch hooger of lager in het water te plaatsen, terwijl de geheele toestel gesloten en overigens onveranderd blijft. Dit laatste scheen aanvankelijk, toen ik over deze zaak nadacht, het moeijelijkst gedeelte der opgaaf. Men zal beneden zien op welke eenvoudige wijze het opgelost wordt.

BESCHRIJVING VAN DEN PHYSOMETER.

Het werktuig, waaraan ik den naam van *physometer* heb gegeven, en dat naar mijne aanwijzingen, vervaardigd is door den instrumentmaker H. OLLAND alhier, is op een tiende der ware

---

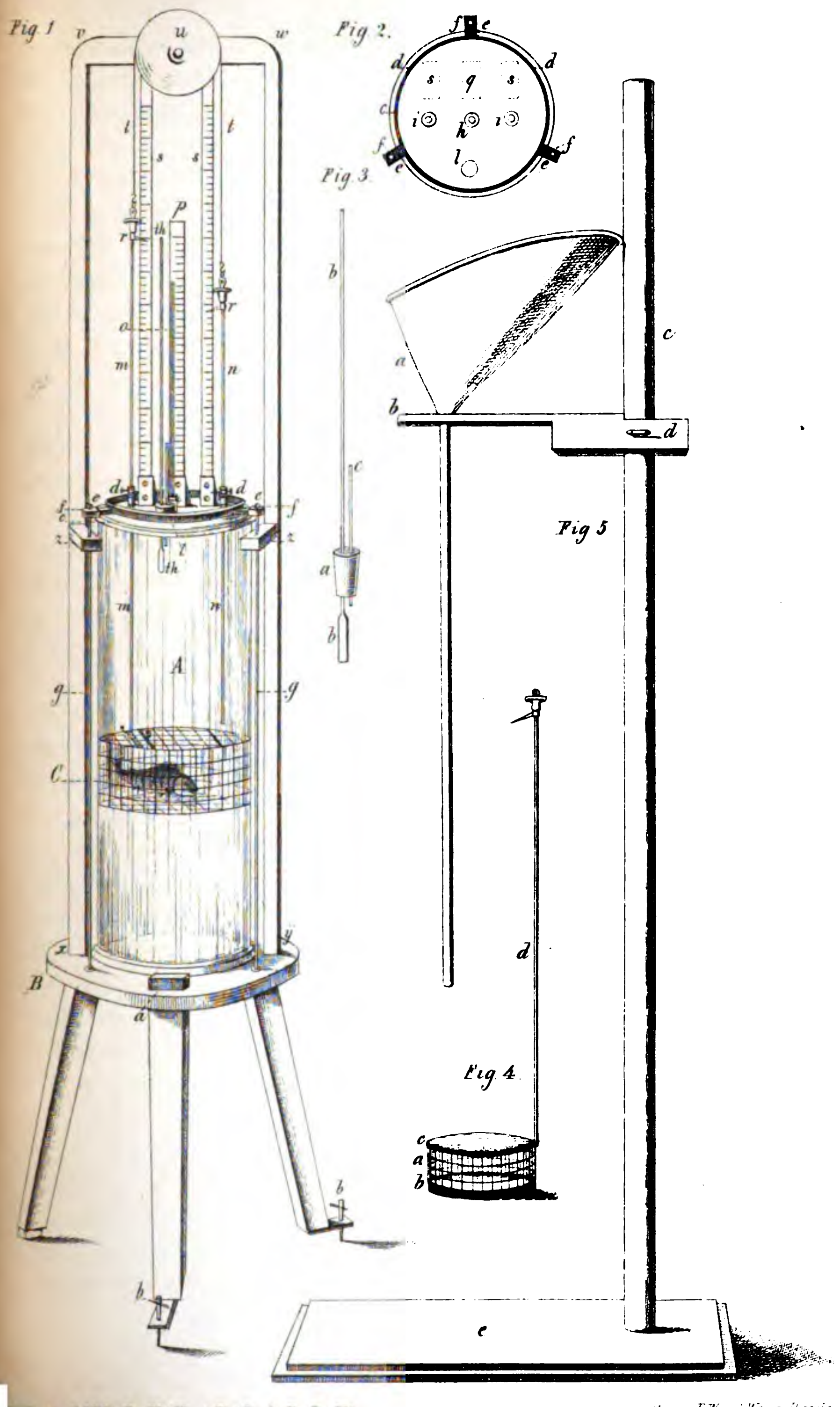
van het oorspronkelijke gegeven, dat ik hieronder ten overvloede laat volgen. "The Experiment by him (ROBERT BOYLE) suggested was; to take a Bolthead "with a wide neck, and having fill'd it almost full with water, to put into it "some live fish of a convenient size, that is, the biggest that can be got in, as "a Roch, Perch, or the like; and then to draw out the neck of the Bolthead "as slender as you can; and to fill that almost with water: Whereupon the fish "lying at a certain depth in the water of the Glass, if upon his sinking you "perceive the water at the slender top does subside, you may infer, he contracts "himself, and if, upon his rising, the water be also raised, you may conclude, "he dilates himself."

grootte afgebeeld in fig. 1. A is een groot cylinderglas, een gewone wijdemonds-stopflesch, van 63 centimeters hoogte en 20 centim. inwendige middellijn. De geheele inhoud is ongeveer 20 liters. Dit glas rust, tusschen drie klemmen, waarvan er slechts een in de figuur bij *a* te zien is, op een houten schijf B als voetstuk, gedragen door drie iets naar buiten staande pooten, waarvan er twee van stelschroeven (*b b*) voorzien zijn. De 3 centimeters breede rand van den mond der flesch is vlak geslepen, en daarop rust een cirkelronde schijf (*c*) van 1 centimeter dik spiegelglas. Deze aanmerkelijke dikte is noodig, om zooveel mogelijk de doorbuiging van het glas te verhinderen, bij de daarop uit te oefenen drukking, gelijk beneden nader blijken zal.

Om de sluiting volkomen te maken, brengt men tusschen beide glasoppervlakten een weinig reuzel of een mengsel van gele was en boomolie, en bevestigt de glasplaat vervolgens stevig door een daarop geplaatsten ijzeren ring (*d*), onder tusschenkomst van een ring van caoutchouc of leder, welke veroorlooft op de glasplaat eene sterke drukking uit te oefenen, zonder gevaar van haar te breken. Deze ijzeren ring (fig. 1 *d*), welks doormeter iets geringer is dan die der glasplaat, is in figuur 2 bij *d* van boven op gezien voorgesteld. Zij heeft drie uitsteeksels (*e e e*), op gelijke afstanden geplaatst en elk voorzien van eene opening. Deze drie openingen dienen om den ring aan het voetstuk te verbinden, door middel van drie daarop bevestigde ronde ijzeren staven, waarvan er slechts twee (*g g*) in fig. 1 te zien zijn, daar de derde door de flesch bedekt wordt. Bij het plaatsen van den ring op de glasplaat, zorgt men dat de openingen in de genoemde uitsteeksels de uiteinden der staven opnemen. Deze uiteinden zijn elk van een schroefdraad voorzien, en door middel der moeren *f f* kan de ring en daarmede tevens de glasplaat stevig worden vastgedrukt, zoodat de toestel langs den rand van het glas hermetisch gesloten is.

De glasplaat heeft vier openingen.

De middelste dezer openingen (fig. 2 *h*) is bestemd om daarop glazen maatbuizen (fig. 1 *o*) van verschillende wijdte te kunnen aanbrengen, die bestemd zijn om, door rijzing of daling van de waterkolom daarin, de uitzetting of inkrimping van den inhoud der flesch te meten. Ten einde de verwisseling der maatbuizen


Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 5

gemakkelijk te doen plaats hebben, is elk bevestigd in een rond koperen aanzetstuk, dat voorzien is van een schroefdraad die past in een koperen moer, welke hermetisch in de opening in de glasplaat sluit.

De tot dusver door mij gebruikte maatbuizen hebben eenen doormeter van omstreeks 1,5 tot 4 millim. Op de wijze hoe hun lumen nauwkeurig bepaald wordt, kom ik beneden terug.

Voor de meting der hoogte van het water in de buis dient eene daarachter geplaatste, in millimeters verdeelde schaal (*p*). Deze is bevestigd op een langwerpig vierkant stuk lood (fig. 2 *q*), zoodat zij genoegzaam vast op de glasplaat kan geplaatst worden, maar even gemakkelijk weder weggenomen, wanneer de toestel gevuld wordt.

Ter weerzijde van de middelopening bevindt zich een zijdelingsche (fig. 2 *i i*). Daarop zijn koperen busjes van 3,5 centim. hoogte bevestigd, in welker holte, door middel eener behoorlijk aangebragte pakking, zich de koperen stelen *m* en *n* (fig. 1) volkomen sluitend laten op en neder bewegen. Deze stelen zijn beide uit hetzelfde stuk hard koperdraad vervaardigd en hebben eene volkomen gelijke dikte van 3,6 millim. Hunne lengte is 64 centim., d. i. iets meer dan de hoogte der flesch. Aan hun boveneinde is elk voorzien van een knop met gekartelden rand en aan hun ondereinde van een schroefdraad, waaraan de beneden te vermelden toestellen kunnen worden bevestigd.

Het is duidelijk dat, wanneer een dezer stelen in het water, hetwelk in de flesch bevat is, juist evenveel daalt als de ander rijst, het niveau van de waterkolom in de maatbuis *o* onveranderd zal blijven. Deze rijzing of daling wordt aangewezen door een nabij het boveneinde van elken steel zich bevindenden, daarom horizontaal draaibaren wijzer (fig. 1 *r r*), die zich beweegt langs eene in millimeters verdeelde schaal (*s s*). Beide deze schalen worden, even als de middelste, door losse looden voetstukken (fig. 2 *s s*) gedragen, zoodat zij naar willekeur kunnen verwijderd of op de plaat gezet worden.

Ten einde nu de beweging der beide stelen *m* en *n* volkomen gelijkmatig te doen plaats grijpen, is op den knop van elken steel een kleine ring of oog aangebragt. Daarin grijpen twee haakjes, die bevestigd zijn aan de uiteinden van een draad (*t t*)

van rood koper, welke loopt in de groeve van een uit zink vervaardigde katrolschijf *u*, welker middellijn gelijk is aan den onderlingen afstand der beide stelen. Deze schijf wordt gedragen door het houten raam *v w x y*, dat stevig sluit in inkeepingen van het houten voetstuk waarop de flesch steunt, en bovendien nog door dwarsarmpjes *z z* aan twee der ijzeren staven verbonden is. Drukt men derhalve op den knop van een der stelen, zoodat deze daalt, dan zal de andere — mits de koperen draad over de schijf goed gespannen is, — juist even veel rijzen.

Wil men, gelijk soms noodig is, elken steel afzonderlijk gebruiken, dan trekt men een daarvan iets op, totdat de draad niet meer gespannen is, en ligt de haakjes uit de oogen der knoppen.

De vierde opening (fig. 1 en 2 bij *l*) in de glazen plaat bevindt zich aan de naar den waarnemer toegekeerde zijde, op 4 centim. van den rand. Zij heeft een middellijn van 23 millim. Het water wordt daardoor ingegoten. Zij wordt gesloten met een caoutchouc-stop (in fig. 3 *a*, naar iets grooteren maatstaf dan de overige figuren), die twee openingen heeft. De eene dient tot opneming van een thermometer (fig. 1 *t h* en fig. 3 *b*), waarvan de schaal in tienden van graden C. verdeeld is. In de tweede opening past een glazen staafje (fig. 3 *c*), dat op en neder kan geschoven worden en dient voor het regelen van de hoogte der waterkolom in de buis *o* (fig. 1).

Door middel van den schroefdraad, waarvan het benedeneinde van elk der stelen *m* en *n* (fig. 1) voorzien is, kan aan een daarvan een soort van kooi (C) verbonden worden, die bestemd is om een visch op te nemen. Deze kooi bestaat uit een traliewerk van dun koperdraad, waarvan de mazen ongeveer 2 centim. wijd zijn. Hare gedaante is cylindrisch. De middellijn van de kooi bedraagt 19 centimeters, zoodat, wanneer hij in de flesch bevat is, er van rondsom nog eene ruimte van ongeveer een halven centim. overblijft. De hoogte is 10 centim. Aan hare bovenvlakte is zij voorzien van een desgelijks uit traliewerk bestaande klep, die kan worden opengeslagen, om er den visch in te brengen, en vervolgens door inschuiving van een pen gesloten wordt.

Indien in die kooi een visch van gepaste grootte gebracht wordt, dan kan men hem er hetzij vrij in laten zwemmen of

door eenige draden door de rugvin, welke aan het traliewerk van de klep verbonden worden, hem dwingen op dezelfde hoogte daarin te blijven.

In de plaats dezer kooi kunnen nu nog andere toestellen, welke men voor de eene of andere proefneming behoeft, aan het benedeneinde van elk der stelen worden vastgeschroefd. Zoo, b. v. de elliptische plaat *c* fig. 4, die bestemd is om tijdelijk de opening te sluiten van het desgelijks uit koperen traliewerk vervaardigd, van boven open mandje *a*, dat, ten einde het genoeg te bezwaren, van onderen van een looden plaat *b* voorzien is Het mandje zelf is ongeveer dubbel zoo lang als breed en bestemd om een met lucht gevulde zwemblaas op te nemen. Daar het hier eene eenvoudige collegieproef geldt, vermeld ik hier tevens de wijze waarop men daarmede, op eene gemakkelijke en in het oogloopende wijze, de uitzetting van de lucht bij verminderde drukking aantoont. Men plaatst het mandje, met de zwemblaas of, in plaats daarvan, een caoutchoucblaas er in, op den bodem van het glas, zóó dat, wanneer de glasplaat, waardoor heen de stelen gaan, op den rand der flesch is geplaatst, de koperen plaat *c* (fig. 4) juist boven de elliptische opening van het mandje komt, met een paar millimeters tusschenruimte. Nu wordt de toestel, op de beneden nader te beschrijven wijze, met water gevuld. De zwemblaas tracht dan natuurlijk op te stijgen, maar wordt daarin verhinderd door de koperen plaat, waartegen zij wordt aangedrukt. Draait men echter den knop van de steel een halven slag om, dan komt de zwemblaas vrij, stijgt dadelijk naar boven, en de uitzetting der lucht daarin doet tevens met kracht het water in de maatbuis *o* rijzen. Om deze rijzing ook op eenen afstand zichtbaar te maken, kan men vooraf op het water in de flesch door de midden-opening, waarop de maatbuis geschroefd wordt, eenige droppels van een donker gekleurd vocht gieten.

INRICHTING EN GEBRUIK VAN DEN PHYSOMETER TOT HET VERRICHTEN VAN VOLUMENOMETRISCHE BEPALINGEN.

De boven beschreven toestel, ofschoon nog tamelijk samengesteld, is toch in het gebruik zeer eenvoudig en gemakkelijk.

Echter moeten er, om vertrouwbare uitkomsten daarmede te verkrijgen, eenige voorzorgen worden in acht genomen, die het niet ondienstig zal zijn, ten gevalle van hen die wellicht eenen dergelijken toestel tot het doen van eenig onderzoek willen aanwenden, hier eenigzins uitvoerig te vermelden.

Ofschoon de physometer ook nog voor andere doeleinden, waar het op eene nauwkeurige meting van veranderlijke volumina aankomt, goede diensten kan bewijzen, willen wij hier in de eerste plaats ons alleen bepalen bij zijn gebruik als werktuig om de veranderingen nategaan, die in de zwemblaas van een daarin gebrachten visch plaats grijpen.

Het allereerste vereischte bij het doen van elke proef met dit werktuig is dat de glazen plaat volkomen de opening van de flesch afsluit. Ik had aanvankelijk gemeend, dat dit gelukken zoude door middel van een tusschen den rand der flesch en de glasplaat geplaatsten caoutchoucring, onder behoorlijke drukking door den ijzeren ring *d* uitgeoefend, maar het is mij gebleken, dat men zich daarop niet verlaten kan. Het eenige afdoende middel bestaat in de aanwending eener vetachtige stof, die met zorg langs den geheelen rand wordt aangestreken, waarbij men natuurlijk er zeer op letten moet, dat de rand der flesch en het daarop rustend gedeelte der glasplaat volkomen droog zijn, daar het kleinste droppeltje water door uitbreiding een gebrek aan samenhang in de vetlaag te weeg brengt. Overigens kan men, door de glasplaat heen, wanneer men dezen genoegzaam heeft aangedrukt, gemakkelijk dit gebrek aan samenhang erkennen, en wanneer dit nog mogt blijken te bestaan, dan doet men beter de glasplaat te verwijderen om de gebrekkige plaats af te droogen en op nieuw van vet te voorzien, dan te pogen om, door sterkere aandrukking van den ijzeren ring door middel der moeren boven de zijdelingsche uitsteeksels, de sluiting te weeg te brengen. Eigenlijk moet die ring alleen dienen om de plaat bevestigd te houden en hare oplichting te verhinderen, wanneer een der daardoor heen gaande koperen stelen wordt opgetrokken.

Het is ook niet onverschillig welke de graad van vastheid van het gebruikte vet is. Eene te groote weekheid is minder schadelijk dan eene te groote hardheid. Gewone varkensreuzel is bruikbaar, zoolang de temperatuur boven 10° C. bedraagt,

maar bij lagere temperatuur moet er eenige boomolie bijgevoegd worden. Die weekheid is vooral ook daarom noodig, omdat de adhaesie anders tusschen de glasplaat en den rand der flesch zoo sterk wordt, dat men moeite heeft deze, na afloop eener proefneming, van elkander te verwijderen. Dit kan alleen geschieden door verschuiving der glasplaat, dan eens in de eene, dan weder in de andere richting, totdat het daarbij medegesleepte water de adhaesie opheft, waarna men de plaat gemakkelijk oplichten kan.

Wanneer de boven beschreven kooi met den visch daarin aan een der stelen is vastgeschroefd en men zich overtuigd heeft, dat de wand van de kooi bij het nederdalen in de flesch vrij is, d. i. niet langs den binnenwand van deze aanstoot, — iets, dat men overigens gemakkelijk verhelpen kan door eene kleine beweging aan den knop van den steel; — dan plaatst men de glasplaat op den rand der flesch in de houding die in fig. 1 is voorgesteld, d. i. met de drie op eene rij zich bevindende openingen tusschen de lengtestaven *v x* en *w ij* van het houten raam. Die stelling is noodig om alle wringing in de stelen, bij hunne op- en nederbeweging, door tusschenkomst van den over de katrolschijf *u* loopenden koperdraad *t t*, te voorkomen.

Nadat nu de uit caoutchouc of leder bestaande ring en de ijzeren ring daarop geplaatst zijn en de laatste vastgeschroefd is, moet de toestel met water gevuld worden.

Om dit vullen behoorlijk te doen plaats grijpen, zoodat er zoo weinig mogelijk luchtbellen langs de binnendeelen van den toestel blijven hangen, en tevens de opening in de glazen plaat niet te belasten met een grooten en zwaren trechter, waardoor ligtelijk een voor deze gevaarlijke drukking zoude ontstaan, wordt de in fig. 5 *a* afgebeelde trechter gebruikt, die eene scheef kegelvormige gedaante heeft, om niet te stooten tegen de maatbuis *o*, wanneer hij in de opening *l* is gebracht, en tevens groot genoeg is om eene aanmerkelijke hoeveelheid water op te nemen. De buis van den trechter is zoo lang, dat zij tot op den bodem der flesch reikt, en hare wijdte zoodanig, dat zij door de mazen van het traliewerk der kooi heen gestoken kan worden. De trechter wordt gedragen in een gat in het plankje *b*, dat langs den houten standaard *c* op en neder bewogen en

met een klemschroef *d* vastgezet kan worden. Bij het gebruik wordt de voetplank *e* onder het voetstuk van den physometer zoo ver doorgeschoven, dat de opening in het plankje *b* zich juist boven de opening in de glazen plaat bevindt. Eerst nu wordt de trechter er op geplaatst en door dezen de toestel met water gevuld. Het zal ter nauwernood behoeven gezegd te worden, dat het te gebruiken water genoegzaam zuurstofhoudend moet zijn, en dat derhalve rivierwater de voorkeur verdient.

Een gewichtig vereischte is evenwel, dat alle vrije lucht uit het water in den toestel verwijderd is. Indien de vulling met boven beschreven voorzorgen geschied is, dan blijven zelden eenige luchtbellen in de diepere deelen van den toestel achter. Mochten er echter nog eenige kleine hier of daar aankleven, dan kan men deze gemakkelijk los maken en doen opstijgen door het gebruik van een stuk stevig ijzerdraad van genoegzame lengte, om tot beneden in de flesch te reiken, en hetwelk aan zijn einde over eenige centimeters lengte regthoekig is omgebogen. Aan dit omgebogen gedeelte wordt een kleine veder bevestigd, welke dan dient om de luchtbelletjes als het ware weg te vegen.

Altijd evenwel blijft er, ook bij de zorgvuldigste vulling, eene zekere hoeveelheid lucht onder de glasplaat over. Men kan deze wel is waar tot een minimum reduceeren door met behulp der stelschroeven *b b* de glasplaat horizontaal te stellen, maar toch gelukt het bijna nooit door een enkel toegieten van water, nadat de trechter verwijderd is, alle lucht naar buiten te drijven. Om daartoe te geraken is men genoodzaakt den toestel op zijne drie pooten zulke bewegingen te doen maken als geschikt zijn om de nog aanwezige luchtbellen tot onder de opening te drijven en aldaar te doen ontsnappen. Ook hier kan de zoo even genoemde aan een regthoekig ijzerdraad bevestigde veder te stade komen. Overigens hebben deze wippende bewegingen geen het minste bezwaar, omdat zij gedaan worden vóór dat de maatbuis en de schalen op de glasplaat zijn geplaatst, terwijl de flesch zelve door het ijzeren gestel *g g* en de klossen *a* zoo stevig aan het voetstuk bevestigd is, dat zij daarbij niet lijden kan.

Het is echter juist de noodzakelijkheid van zeker te weten

dat alle lucht uitgedreven is, waarom een glazen plaat, die doorschijnend is, de voorkeur verdient boven eene plaat van koper of eenig ander metaal, waardoor heen men niet zien kan of zich nog hier of daar luchtbellen bevinden.

Is aldus de toestel behoorlijk gevuld en een der maatbuizen op de middelopening vastgeschroefd, dan wordt de caoutchouc-stop (fig. 3*a*) in de opening *l* gebragt, met den thermometer *b*, doch aanvankelijk zonder het glazen staafje *c*. Door de opening die bestemd is dit laatste op te nemen, vloeit dan het overtollige water uit. Brengt men er daarop dit staafje in, dan stijgt het water in de maatbuis op tot de hoogte die men er aan wenscht te geven.

Nu worden de beide bewegelijke stelen *m* en *n* in onderling verband gebracht door den over de katrolschijf loopenden koperdraad; de drie verdeelde schalen worden op hare aangewezen plaatsen gesteld, en de toestel is gereed voor het doen der waarnemingen.

Wil men het water, nadat de visch er zich eenigen tijd in heeft opgehouden, laten wegvloeien, om het door versch water te vervangen, dan kan men, zonder de verdere sluiting te verbreken, zulks door een hevel doen, waarvan de korte arm tot op den bodem der flesch reikt en die door hetzelfde plankje *b* gesteund wordt als dat hetwelk bij de vulling den trechter draagt.

Verkieslijker echter ware het in den bodem der flesch een kraan aan te brengen, omdat deze niet alleen dienen kan ter ontlediging, maar men dan ook gelegenheid zoude hebben om, door langzame toevloeiing door de opening *l* in de glazen plaat en uitvloeiing door de geopende kraan, den visch in een gestadigen stroom van versch water te houden. Alleen de vrees dat de op dit oogenblik door mij gebruikte flesch, die wegens hare grootte niet gemakkelijk dadelijk te vervangen zoude zijn, bij het boren der opening in den bodem gevaar zoude loopen van te barsten, heeft er mij tot dusver van weerhouden die verbetering te doen aanbrengen.

Het spreekt van zelf, dat, alvorens men met hoop op eenige bruikbare uitkomsten met dezen toestel proefnemingen kan doen, de kubieke inhoud van elk der maatbuizen, uitgedrukt

in lengtemaat door de in millimeters verdeelde schaal nauwkeurig moet bepaald worden. En daar een buis nimmer op alle punten volkomen gelijk van wijdte is, zoo moet zulk eene bepaling voor verschillende afdeelingen daarvan geschieden. Het best doet men zulks door weging met kwikzilver, waarvan men het specifiek gewigt nauwkeurig kent. Dit kwikzilver wordt achtereenvolgens tot op verschillende hoogten in de volkomen drooge buis gebracht, die men, zoo als van zelf spreekt, daartoe eerst van onderen door een geschikten stop gesloten heeft. Zoolang de buis niet al te nauw is, gelukt het zonder veel moeite er door een trechtertje met zeer dunnen hals of door een wijdere glazen buis, die men tot een zeer dun buisje heeft uitgetrokken, kwikzilver in te gieten, terwijl men vervolgens de aan den wand klevende luchtbelletjes verwijdert door er een dun en recht ijzerdraad in op- en neder te bewegen. Met zeer nauwe buizen, van b. v. 1 millim. wijdte, gelukt dit echter niet meer, en men moet dan een anderen weg inslaan. Het is namelijk geheel voldoende wanneer men deze bepaling met de noodige nauwkeurigheid voor één der buizen heeft verricht. Met behulp van deze, kan dan de maat als het ware worden overgebracht op een der stelen *m* of *n*. Men behoort daartoe slechts te weten, hoe hoog het water telkens in de maatbuis stijgt, wanneer men een der stelen achtereenvolgens over lengten van tien of vijf centimeters naar beneden drukt. Aan het boven beschreven werktuig beantwoordt elke 5 centimeters lengte van een der stelen aan eenen kubieken inhoud van 510.6 kub. millim., derhalve elke millimeter lengte aan 10.212 kub. millimeters. Dit eenmaal bepaald zijnde, kan men nu ook voor elke andere maatbuis gemakkelijk den factor bepalen, waarmede de hoogte der waterkolom moet vermenigvuldigd worden om zijn volume en daarmede den kubieken inhoud van de buis te vinden, zonder dat het noodig is nogmaals tijdroovende wegingen te doen.

Bij het doen van metingen met den physometer, oefent natuurlijk de temperatuur van het water eenen storenden invloed uit. De geheele toestel toch is een reusachtige thermometer, en eene geringe vermeerdering of vermindering der temperatuur

van het daarin bevatte water doet de waterkolom in de maatbuis aanmerkelijk stijgen of dalen. Aanvankelijk vreesde ik zelfs, dat die storende invloed zoo groot zoude zijn, dat de nauwkeurigheid der bepalingen daaronder aanmerkelijk lijden zoude. Het is mij echter gebleken, dat die vrees ongegrond was en dat men door het nemen van eenige voorzorgen dezen geheel kan opheffen.

Wanneer eene zeer nauwkeurige meting noodig is, zoo als b. v. ter bepaling van den kubieken inhoud der maatbuizen op de boven gezegde wijze, dan doet men best te wachten totdat het water in de flesch de temperatuur van de lucht in het vertrek heeft aangenomen en er geene merkbare rijzing of daling in de waterkolom meer wordt waargenomen. De groote massa vån het water zelve is hier voordeelig, daar kleine verschillen in de temperatuur dien ten gevolge niet spoedig zich aan het water in de flesch mededeelen. Doch ook dan wanneer de waterkolom in de buis dalende of rijzende is, kan men op meer dan eene wijze de daardoor in de waarneming ontstaande fouten onschadelijk maken.

Vooreerst kan men dit doen door den gang van de waterkolom te vergelijken met den gang van de kwikkolom in de thermometerbuis. Beide staan, wat de temperatuur aanbelangt, onder denzelfden invloed en houden derhalve gelijken tred, zoolang niet eene andere oorzaak dan eene temperatuursverandering het water in de maatbuis doet stijgen of dalen.

Een tweede middel is, dat men, voordat men eene meting doet, onderzoekt hoeveel millimeters het water in de buis gedurende een bepaald tijdsverloop, b. v. eene minuut, rijst of daalt, en vervolgens voor den tijd, die noodig is tot het doen eener proef, het gevonden verschil vermeerdert of vermindert met de hoogte van den weg dien de waterkolom in gelijk tijdsbestek zoude hebben afgelegd.

Het eenvoudigste en zekerste middel, en dat althans in verreweg de meeste gevallen toepasselijk is, bestaat echter daarin, dat men telkens, onmiddelijk na elkander, twee metingen doet, eene na de kooi met den visch daarin tot eene zekere hoogte, b. v. 45 centimeters te hebben doen rijzen, en eene tweede na haar weder tot op haar oorspronkelijke plaats evenveel te

hebben doen dalen. Beide metingen zullen dan, ten gevolge van den invloed der temperatuur, eene verschillende uitkomst geven, en geen dezer uitkomsten is de ware; doch de eene is zooveel grooter, als de andere kleiner dan deze is, en het gemiddelde cijfer van beiden kan als het juiste worden beschouwd.

Een tweede storende invloed wordt veroorzaakt door de drukking die het water tegen de ondervlakte der glasplaat uitoefent. In weerwil harer aanmerkelijke dikte en stevige bevestiging, wordt deze eenigzins doorgebogen of opgeheven, en het gevolg hiervan is dat het water in de maatbuis iets te laag staat, en wel des te lager naarmate de waterkolom in de maatbuis hooger is. Ook deze storende invloed laat zich echter gemakkelijk opheffen. Men kent namelijk de mate der kracht waarmede het water tegen de glasplaat wordt aangedrukt. Deze is gelijk aan het gewicht eener waterkolom, waarvan de binnenvlakte der glasplaat boven de opening der flesch de basis en de hoogte der waterkolom in de buis de hoogte is. Het gewicht dezer waterkolom laat zich derhalve berekenen, en men heeft nu niet anders te doen dan een gelijk gewicht op de glasplaat te plaatsen om door tegendrukking den druk van het water te veronzijdigen.

Nog gemakkelijker en eenvoudiger is echter eenmaal nauwkeurig te bepalen hoe groot de invloed dier drukking voor verschillende hoogten van het water in de maatbuis is, door op de glasplaat gewichten te plaatsen en te zien hoeveel hierdoor het water in de maatbuis klimt. Daaruit laat zich dan gemakkelijk afleiden hoeveel bij bepaalde standen van het water in de buis aan de gemeten hoogte der waterkolom moet worden toegevoegd, om de ware hoogte te vinden. Zoo b. v. bevond ik dat bij het door mij gebruikte werktuig, een gewicht van 6 kilogrammen op de glasplaat eene rijzing der waterkolom in eene der maatbuizen van 3 millim., in eene andere nauwere van 6,5 millim. te weeg brengt. De oppervlakte der opening van het glas nu bedraagt 314 vierkante centimeters; derhalve beantwoordt elke 100 millimeters der waterkolom in de buis aan 3,14 kilogrammen drukking. Om de ware hoogte der gemeten waterkolom te vinden, moet zij derhalve voor het eene

buisje met 1,6 proc., voor het andere met 3,4 proc. vermeerderd worden.

Wanneer men eenmaal den kubieken inhoud der gebruikte maatbuizen kent, kan men de uitzetting of inkrimping der zwemblaas, bij veranderde drukking der op den visch rustende waterkolom, dadelijk in maat uitdrukken. Maar men kan trachten nog verder te gaan en, op grond der bekende wet van BOYLE, uit de gevonden verschillen de grootte van het volume der lucht te berekenen, welke in de zwemblaas bevat is.

Daar ik mij zelven op dit gebied, waarop ik mij niet dagelijks beweeg, mistrouwde, riep ik hiertoe den bijstand van mijnen vriend en ambtgenoot R. VAN REES in, wiens kunde en welwillendheid reeds bij menige vroegere gelegenheid aan mijne onervarenheid in de oplossing van mathematische vraagstukken is te hulp gekomen.

De algemeene analytische oplossing van het vraagstuk, die de lezer aan hem te danken heeft, is de volgende.

Zij:

a de afstand tusschen het laagste en het hoogste punt der zwemblaas in den toestel, gemeten door den weg dien de wijzers r r langs de schalen s s hebben afgelegd;

b de afstand van de zwemblaas in haren hoogsten stand tot aan het beginpunt der schaal, waardoor de hoogte der waterkolom in de buis gemeten wordt;

h_1 de hoogte der waterkolom in de buis, gerekend van het beginpunt der schaal, wanneer de zwemblaas zich in haar diepsten stand bevindt;

h_2 de hoogte der waterkolom in de buis, wanneer de zwemblaas zich in haar hoogsten stand bevindt;

k de inhoud van de doorsnede van het maatbuisje;

p de atmospherische drukking, uitgedrukt in de hoogte eener daaraan beantwoordende waterkolom;

p_1 de drukking op de zwemblaas in haar diepsten stand;

p_2 de drukking op de zwemblaas in haar hoogsten stand;

v het volume der lucht in de zwemblaas, wanneer deze alleen aan de atmospherische drukking is onderworpen;

v_1 het volume der zelfde lucht in den diepsten stand der zwemblaas;

v_2 het volume der lucht in den hoogsten stand der zwemblaas.

Bij de berekening wordt aangenomen dat het luchtvolume, tot dat bij 0° C. of eene andere gelijke temperatuur herleid wordt, en dat de gemiddelde atmospherische drukking = 760 *mm* kwikzilver of 10333 *mm* water bedraagt, terwijl voor eenen daarvan afwijkenden barometerstand, alsmede voor het verschillend specifiek gewicht van het water in den physometer, de vereischte correctiën worden aangebracht.

Nu is:

$$p_1 = p + a + b + h_1 \ldots\ldots\ldots (1)$$

en

$$p_2 = p + b + h_2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

Derhalve:

$$v_1 : v = p : p_1 \text{ of } v_1 = \frac{vp}{p_1}$$

en

$$v_2 : v = p : p_2 \text{ of } v_2 = \frac{vp}{p_2}$$

waaruit volgt:

$$v_2 - v_1 = vp\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}\right) = \frac{vp\,(p_1 - p_2)}{p_1 p_2}$$

De vergrooting $v_2 - v_1$ van het volume der lucht in de blaas is weder gelijk aan het volume van de opgedreven waterkolom, welker hoogte $= h_2 - h_1$ is.

Dus is:

$$\frac{vp\,(p_1 - p_2)}{p_1 p_2} = k\,(h_2 - h_1)$$

en

$$v = \frac{k\,(h_2 - h_1)\,p_1\,p_2}{p\,(p_1 - p_2)} \ldots\ldots\ldots (3)$$

Uit (1) en (2) vindt men:

$$p_1 - p_2 = a + h_1 - h_2$$

zoodat de vorige vergelijking ook dus kan geschreven worden:

$$v = \frac{k\,(h_2 - h_1)\,p_1\,p_2}{p\,(a + h_1 - h_2)} \ldots\ldots\ldots (4).$$

De vraag ontstond nu: Stemt het aldus door berekening op

grond van de waargenomen uitzetting gevonden volume der lucht overeen met datgene, hetwelk de onmiddellijke meting geeft.

Ten einde de nauwkeurigheid der methode aan een afdoende proef te onderwerpen, werd, na verwijdering der kooi, aan een der koperen stelen een cylinderglas, met de opening benedenwaarts gekeerd, bevestigd. Door vooraf het met gedestilleerd water tot aan den rand gevulde glas te wegen, was zijn inhoud nauwkeurig bepaald. Na herleiding van de temperatuur der lucht in het vertrek tot die van het water in den physometer, bleek het dat het volume der lucht in het glas, bij laatstgenoemde temperatuur, 145,87 kub. centim. bedroeg.

Nu werd dit glas, dat inwendig volkomen droog was, in den bijna tot den rand met water gevulden physometer gebracht, daarbij groote zorg dragende dat de mond van het glas volkomen horizontaal was op het oogenblik dat deze de wateroppervlakte bereikte, zoodat het luchtvolume geheel onverminderd bleef. Ook spreekt het van zelf, dat alle, ook de kleinste luchtbelletjes zorgvuldig op boven beschreven wijze uit den toestel verwijderd werden. Door den steel, waaraan het glas bevestigd was, aanvankelijk naar omhoog te trekken, was de naar boven gekeerde bodem van het glas bij het begin der proef tot op korten afstand van de ondervlakte der glasplaat gebracht. Eenmaal daarin zijnde, kon het glas in het water dalen en rijzen, zonder dat daaruit lucht ontsnapte.

Het zal voldoende zijn een enkele reeks der met deze inrichting gedane bepalingen hier mede te deelen. De uitkomsten, verkregen bij drie achtereenvolgende rijzingen en dalingen zijn in het volgende tafeltje opgeteekend.

	RIJZING.			DALING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm*.		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm*.		Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	109	231	122	232,5	109	121,5
II	108	229	121	230	108	122
III	110	230	120	231	110	121

De door de lucht in het glas bij de rijzing en daling doorloopen afstand, d. i. a, bedroeg 200 millim.

De afstand van den openen mond van het glas in zijne hoogste stelling tot aan het 0-punt der schaal, d. i. b, was 155 millim.

De hoogte des barometers was 763,4 millim.

Het specifiek gewicht van het water in den physometer bedroeg 1,0005.

De waarde van den factor k voor het gebruikte gedeelte der maatbuis bedroeg 8,002.

De gemiddelde waarde van h_1 is 27 millim.: die van h_2 wordt gevonden door bij den gemiddelden hoogsten stand van het water in de maatbuis, zijnde 230,6 *mm*, 1,9 *mm* te voegen, als het bedrag van den te lagen waterstand tengevolge van de toegenomen drukking van het water tegen te ondervlakte der glasplaat; h_2 wordt dan 232,5 *mm*.

Uit deze gegevens vindt men door berekening een luchtvolume van 145,6 centim., hetgeen slechts zeer weinig van het ware volume der lucht in het glas verschilt.

Bij het doen van verscheidene andere bepalingen met hetzelfde glas, waarbij a van 200 tot 370 *mm*, b van 155 tot 310 *mm* en $h_2—h_1$ van 120 tot 246 *mm* verschilden, is mij echter gebleken, dat die overeenkomst tusschen het ware en het door berekening gevonden volume der lucht geenszins altijd zoo juist als in dit geval is. De uitkomsten der berekening waren:

	Verschil van het ware volume.	
139,76 kub. centim.	— 6,11 kub. centim.	— 4,2 proc.
142,12 " "	— 3,75 " "	— 2,6 "
143,22 " "	— 2,65 " "	— 1,8 "
143,23 " "	— 2,64 " "	— 1,8 "
143,54 " "	— 2,33 " "	— 3,3 "
145,60 " "	— 0,27 " "	— 0,2 "
146,72 " "	+ 0,85 " "	+ 0,6 "

Hieruit blijkt dat, hoewel in elke bijzondere waarnemingsreeks de verschillen tusschen de afzonderlijke bepalingen niet grooter dan 2 pCt. zijn, zoodat de waarschijnlijke fout der ge-

middelde cijfers inderdaad zeer gering wordt, er toch tamelijk groote verschillen bestaan tusschen de uitkomsten der berekening voor onderscheidene waarnemingsreeksen onder veranderde omstandigheden. Zulke verschillen kunnen trouwens niet verwonderen, wanneer men bedenkt, dat in de bovengenoemde gevallen de uitzetting en inkrimping der lucht, gemeten door het verschil in stand van de waterkolom in de maatbuis, niet meer dan $\frac{1}{80}$ tot $\frac{1}{150}$ van het geheele volume der lucht bedroeg, terwijl bovendien de waarde van k, ofschoon met groote zorg voor een tiental plaatsen der maatbuis bepaald, toch onzekerder is voor de tusschenliggende punten der schaal, voor welke zij alleen door vergelijking der twee naastbij liggende punten kan gevonden worden.

Eenigzins vreemd is het evenwel, dat al de door berekening gevonden uitkomsten, op ééne uitzondering na, beneden het ware volume blijven In het onderhavige geval zouden bovendien al de cijfers nog eene kleine vermindering ondergaan, indien de spanning des waterdamps werd in rekening gebracht. Wat de reden is dezer steeds te lage uitkomst, is mij duister gebleven. Mogelijk is het evenwel, dat, in weerwil van de grootste gebruikte zorg om den onderrand van het glas in volkomen horizontale houding met de wateroppervlakte in aanraking te brengen, zoodat er geen lucht ontsnapte, dit laatste toch nog tengevolge van eene zeer geringe afwijking van den horizontalen stand heeft plaats gehad.

Het door mij met dit werktuig beoogde doel was het in de eerste plaats tot het doen van physiologische onderzoekingen te doen strekken. Kan men nu ook bezwaarlijk verwachten, dat, bij het doen van waarnemingen daarmede aan lucht die in door vliezige wanden begrensde ruimten bevat is, eene groote nauwkeurigheid in de daaruit afgeleide absolute maat der voorhanden lucht bereikbaar is, zoo kan men toch vooraf nagaan,. hoe groot daarop de invloed van den wand der zwemblaas is.

Ten dien einde werd het volume van een met lucht gevulde zwemblaas van een grooten brasem zoo na mogelijk bepaald

door weging in gedestilleerd water, waarmede een gesloten stopflesch geheel was aangevuld, en door vervolgens dezelfde flesch, nu alleen gevuld met water, nogmaals te wegen. Daar het specifiek gewicht van den wand der zwemblaas te weinig verschilt van dat van water, om in aanmerking te komen, kan men in dit geval uit het gewicht van het door de zwemblaas verplaatste water tot het volume der in de zwemblaas besloten lucht besluiten. Het bleek dat dit, na aanbrenging der noodige correctiën voor temperatuur en barometerstand, 76.403 kubiek centimeters bedroeg

Nu werd deze zwemblaas in de kooi van den physometer gebracht. Wanneer de toestel met water gevuld is, legt zich de zwemblaas van zelf tegen de klep der kooi aan en blijft onveranderlijk in dien stand. Er werden drie dubbele bepalingen verricht, door beurtelings de kooi met de zwemblaas 45 centim. te doen rijzen en dan weder even zoo veel te doen dalen. De op de schaal afgelezen standen en de daaruit gevonden verschillen bedroegen na de

	RIJZING.			DALING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm*.		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm*.		Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	12	201	189	201	9	192
II	8	195	187	195	4	191
III	8	193	185	193	1	192

De temperatuur van het water was langzaam afnemende. Vandaar dat de verschillen bij de daling iets grooter waren dan bij de rijzing. Het gemiddelde verschil uit de zes waarnemingen bedraagt 189,5 millim. Hierbij moet ter correctie voor den te lagen waterstand gevoegd worden 2,04 millim., waardoor het verschil klimt tot 191,54 millim. Elke millim. beantwoordt aan een volume van 8,022 kub. millim., en dus bedroeg het verschil in volume van de lucht der zwemblaas in beide standen 1536 kub. millimeters, d. i. ongeveer $\frac{1}{50}$ van het geheele in de zwemblaas bevatte luchtvolume.

Met behulp der op blz. 306 gegeven formule en onder het aanbrengen der barometer- en temperatuur-correctiën, werd nu gevonden dat dit verschil beantwoordde aan een volume lucht van 69,81 kub. centim., hetgeen van het ware volume 7,586 kub. centim. of ongeveer 10 proc. verschilt. Dit verschil is meer dan dubbel zoo groot als het grootste verschil hetwelk bij het gebruik van enkel door water begrensde lucht is waargenomen en kan derhalve noch geheel aan fouten der methode noch aan fouten in de waarneming worden toegeschreven. Ook laat het zich niet moeielijk inzien, dat er bij de uitzetting en inkrimping der lucht in de zwemblaas nog eene andere oorzaak in het spel is dan alleen het verschil in drukking. De berekening op grond der wet van BOYLE veronderstelt eene geheel onbelemmerde uitzetting en inkrimping. Maar zoodra de lucht binnen een vlies besloten is, dat voor rekking en inkrimping vatbaar is, dan kan de weerstand die aan dit vlies zelve eigen is, niet buiten invloed blijven. Het duidelijkst blijkt dit, wanneer men een vooraf gedroogde met lucht gevulde zwemblaas aan de proef in den physometer onderwerpt. In weerwil dat het dunne vlies al spoedig water opneemt en buigzaam wordt, zijn de aanvankelijk bij de rijzing en daling waarneembare verschillen in den stand van het water in de maatbuis zeer gering. Deze nemen allengs toe, maar eerst na verscheidene uren zijn die verschillen weder gelijk geworden aan die welke dezelfde zwemblaas vertoonde toen zij nog in den verschen toestand was. Deze traagheid van den wand der zwemblaas, ofschoon in den met vocht doordrongen toestand natuurlijk het geringst, oefent echter ook dan nog genoegzamen invloed uit, om de berekening van het volume der daarin bevatte lucht, gegrond op het waargenomen verschil, te doen falen. Toch kan men daaruit bij benadering tot dit volume besluiten, en, indien men eene reeks van dergelijke bepalingen verrichtte, zoude het misschien gelukken, althans voor zwemblazen van dezelfde vischsoort, eenen gemiddelden factor te vinden, die men den traagheids-coëfficient zoude kunnen noemen. In het gegeven geval zoude die factor 1,09 bedragen. Het zal echter beneden blijken, dat op dien factor ook de omvang der zwemblaas en zelfs de graad van spanning harer wanden invloed uitoefent.

Wanneer de zwemblaas nog op hare plaats in de ligchaamsholte van den visch is, voegt zich bij deze door de traagheid van den wand der zwemblaas veroorzaakte vermindering in de uitzetting en inkrimping der lucht nu ook nog die welke het gevolg is van eene dergelijke traagheid in de bewegingen van den ligchaamswand. Het is mij echter bij onderzoek gebleken, dat het verschil in dit geval minder groot is, en nog bijna binnen de grenzen der waarnemingsfouten valt. Evenwel wanneer men eenige achtereenvolgende metingen doet en daaruit de gemiddelde afleidt, dan bevindt men, dat de zwemblaas, vrij zijnde, zich iets sterker uitzet dan terwijl zij een bestanddeel van het ligchaam uitmaakt. Bij een zeelt bedroeg het verschil ongeveer 4 proc.

Men moet bovendien nog op eene andere bron van fouten bedacht zijn. Het kan namelijk gebeuren, dat zich ook in het darmkanaal van den visch lucht bevindt, en deze oefent dan natuurlijk dezelfde werking uit als de lucht in de zwemblaas. Na elke proef is het derhalve noodig den visch onder water te openen, ten einde te kunnen nagaan of er ergens in zijn ligchaam, behalve in de zwemblaas, lucht aanwezig is. In de tot dusver door mij aan dit onderzoek onderworpen visschen is echter meestal in het geheel geen lucht in het darmkanaal gevonden, en in een paar gevallen waar daarin enkele luchtbellen bevat waren, waren deze zoo klein, dat zij geen noemenswaardigen invloed op het resultaat der proef konden hebben.

Al blijkt nu ook uit het boven gezegde, dat men uit het verschil in hoogte van de waterkolom in de maatbuis bij het op en neder bewegen van den visch, alleen bij benadering het geheele volume van de in de zwemblaas bevatte lucht kan afleiden, zoo neemt dit niets weg van de waarde van het werktuig om daarmede bepalingen te doen, die, als elk voor zich betrekkelijk juist zijnde, onderling vergelijkbaar zijn. Inderdaad kan men het toe- en afnemen van de lucht in de zwemblaas gedurende het leven met eene vrije groote nauwkeurigheid volgen. Om dit te doen zien, zal het dienstig zijn uit de reeksen van waarnemingen, die reeds door mij aan eenige visschen gedaan zijn, er althans eene mededeelen.

Den 25sten Maart, des morgens ten 11 ure, werd een zeelt, wegende 0,125 kilogram., die uit een vischkaar genomen was, waarin hij eenigen tijd met andere visschen in het water der stadsgracht bewaard was, in den physometer gebracht, en deze met versch welwater gevuld. De temperatuur van het water bedroeg 10° C., die van het vertrek 6°, waarvan eene tamelijk snelle daling der waterkolom in de maatbuis het gevolg was. Van daar de aanvankelijk groote afwijkingen tusschen de bij rijzing en bij daling van den visch, telkens over eene hoogte van 45 centim., verkregen verschillen in den stand van de waterkolom.

Het volgende tafeltje bevat de achtereenvolgens gedurende drie dagen gedane waarnemingen. Elke millimeter hoogte der waterkolom in de maatbuis beantwoordt aan 3,3003 kubieke millimeters.

Tijd der waarneming.		DALING. Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.* h_2	h_1	Verschil.	RIJZING. Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.* h_1	h_2	Verschil.	Gemiddeld verschil. h_2-h_1	AANMERKINGEN.
25 Mrt. 's m. 11 uur	I	190	111	89	108	166	58	65	De visch is traag in zijne bewegingen, en de ademhaling is onregelmatig.
	II	166	97	69	97	145	48		
	III	184	116	68	112	170	58		
〃 〃 's nam. 1 uur	I	74	11	63	10	59	49	56	Bijna geen ademhaling.
	II	58	2	56	1	53	52		
26 Mrt. 's m. 11 uur	I	190	111	79	113	182	69	68,3	De ademhaling heeft zich hersteld, e[n] de visch is iets levendiger geworden.
	II	107	34	73	33	96	63		
	III	96	29	67	27	86	59		
〃 〃 's nam. 3 uur	I	79	6	73	33	97	64	67	
	II	97	30	67	30	94	64		
〃 〃 〃 6 uur	I	153	64	89	75	153	78	77	
	II	217	142	75	64	148	84		
	III	205	138	67	136	205	69		
27 Mrt. 's m. 11 uur	I	105	0	105	163	260	97	97,5	De visch ademt zacht maar ligt [...] op zijde tegen den bovenkant der [...] aangedrukt.
	II	260	160	100	159	254	95		
	III	254	157	97	155	246	91		
〃 〃 's nam. 1 uur	I	181	80	101	78	172	96	92	Iets snellere ademhaling; de visch [...] iets minder op zijde.
	II	172	78	94	78	167	89		
	III	167	80	87	80	169	89		
〃 〃 〃 8 uur	I	166	66	100	66	157	91	95,2	
	II	157	63	94	63	159	96		
〃 〃 〃 7 uur	I	105	2	103	1	99	98	100,1	De ademhaling is langzaam en afge[bro]ken; de visch is met zijn rechterzijde te[gen] den bovenkant der kooi aangedrukt.
	II	108	7	101	4	105	101		
	III	110	8	102	4	103	99		
28 Mrt. 's m. 10 uur	I	153	77	76	70	141	71	69	De visch is gedurende den nacht [ge]storven. Er heeft zich geen lucht uit [den] mond ontlast.
	II	141	72	69	70	138	68		
	III	138	68	70	67	128	61		

Nadat de visch onder water geopend en het daarbij gebleken was dat er, buiten de lucht in de zwemblaas, geen andere lucht in het ligchaam aanwezig was, werd de zwemblaas er uit genomen en afzonderlijk in den physometer gebragt De daarmede verkregen uitkomsten zijn de volgende:

	DALING.			RIJZING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm*.		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm*.		Verschil.
	h_2	h_1		h_1	h_2	
I	218	150	68	142	217	75
II	231	154	77	150	230	80
III	229	157	72	153	228	75
IV	230	160	70	156	230	74
V	232	162	70	160	232	72
VI	232	163	69	162	232	70
VII	241	165	76	163	238	75
VIII	238	167	71	165	238	73
IX	239	167	72	167	239	72
X	240	168	72	167	240	73
		Gemidd.	71,7		Gemidd.	73,9
		Gemidd. bij daling en rijzing:				72,8

Deze reeks van onmiddellijk achter elkander verrichte bepalingen kan tevens eene voorstelling geven van den graad van nauwkeurigheid waarvoor zij vatbaar zijn. De temperatuur van het water was langzaam rijzende, gelijk uit de vergelijking der cijfers in beide kolommen blijkt. Vergelijkt men namelijk de standen der waterkolom bij het begin en bij het einde der proef, dan blijkt, dat h_1 gedurende de dalingen met 18 millim. en h_2 gedurende de rijzingen met 23 millim. is toegenomen. Het gemiddelde hiervan is 20,5. Indien men den toestel in rust had gelaten, dan zoude dus de waterkolom van zelf 20,5 millim. gerezen zijn. Voor den tijd benoodigd tot het doen van elke der twintig bepalingen, bedraagt dit derhalve 1 millim., die gevoegd moet worden *bij* het verschil dat tijdens de daling en daarentegen afgetrokken *van* het verschil dat tijdens de rijzing gevonden is. De beide gemiddelde cijfers worden dan 72,7 en 71,9, d. i. bijna gelijk. In weerwil derhalve dat er tusschen de afzonderlijke uitkomsten nog tamelijk groote verschillen bestaan, kunnen toch de daaruit afgeleide gemiddelde waarden als zeer nauwkeurig worden beschouwd. Voor den te lagen waterstand moet bij het gemiddelde verschil 2,5 millim. gevoegd worden, waardoor dat tot 75,3 millim. klimt.

Het volume der lucht in de zwemblaas werd nu bepaald volgens de methode die reeds op bl. 310 vermeld is, en gevonden 14,95 kub. centimeters te bedragen. De berekening volgens de formule op bl. 306 gaf daarvoor 12,37 kub. centimeters, d. i. 2,58 kub. centim. te weinig. Wat wij reeds boven onder den naam van traagheidscoëfficient hebben aangeduid, namelijk de verhouding tusschen het berekende en het ware volume der lucht, bedraagt hier 1,21, dus merkelijk meer dan in het eerste geval, toen het volume der lucht bijna vijfmaal grooter was. Dit verschil trouwens is niet moeielijk te verklaren. De traagheid in de herstelling van het evenwicht zetelt alleen in den wand der zwemblaas. Bij zwemblazen van verschillende grootte staan de volumina tot elkander als de derde machten en de uitgestrektheden der wanden als de tweede machten. Men mag derhalve reeds a priori veronderstellen dat, naar gelang een zwemblaas grooter is, de traagheids-coëfficient minder zal bedragen.

Deze invloed der traagheid van den zwemblaaswand, nog vermeerderd door dien van den ligchaamswand, openbaart zich nog op eene andere wijze. Men zal namelijk opmerken dat onder de bij de daling waargenomen verschillen in de hoogte der waterkolom steeds het eerste van elk twee– of drietal waarnemingen het grootst is. Dit verklaart zich daaruit, dat gedurende de rust van eenige uren, de lucht tijd gehad heeft om nader tot den toestand van evenwicht met de bestaande drukking te komen, terwijl bij eenige snel op elkander volgende waarnemingen de daartoe gevorderde tijd ontbreekt en dus de gevonden verschillen noodzakelijk iets te klein zijn.

Eindelijk werd de lucht in de zwemblaas, nadat deze goed was afgedroogd, boven kwikzilver in eene verdeelde proefbuis opgevangen en geanalyseerd door er achtereenvolgens pyrogalluszuur en bijtende potasch in te brengen. Het bleek hierbij dat alle zuurstof uit de zwemblaas geheel verdwenen was, maar dat er, behalve stikstof, eene betrekkelijk aanmerkelijke hoeveelheid koolzuur, namelijk 9,4 proc. in voorhanden was. Het overige stikstof zijnde, was dan de samenstelling der lucht in de zwemblaas van den dooden visch:

N. 90,6

CO^2 9,4.

Wenden wij ons nu nogmaals tot de waarnemingsreeks in de tabel op blz. 314, dan kan men zich met eene groote mate van waarschijnlijkheid eene voorstelling maken van hetgeen er gedurende den tijd, dat de visch in den physometer geleefd heeft, in de zwemblaas gebeurd is. Wij willen duidelijkshalve de bij de waarnemingen gevonden verschillen tot werkelijke volumina van lucht herleiden, doch daar het hier niet op groote nauwkeurigheid aankomt, deze alleen berekenen uit de verhouding tusschen de gevonden verschillen. Daar nu de lucht, die op het einde der proef een verschil van 69 *mm* gaf, een volume van 14,95 kub. centimeters had, zoo kan men aannemen dat 1 millim. verschil ongeveer beantwoordt aan 0,217 kub. centimeters lucht.

Toen de visch in den toestel was overgebracht uit een water, dat vermoedelijk slecht voor de ademhaling van visschen geschikt is, daar de naburige riolen er zich in uitstorten, bedroeg het luchtvolume in de zwemblaas 14,105 kub. centimeter. De visch was zeer traag in al zijne bewegingen en de kieuwdeksels vertoonden slechts geringe en onregelmatige ademhalingsbewegingen. Hij hield zich nagenoeg volkomen stil maar in rechtstandige houding. Allengs verminderde de ademhaling, zoodat er soms verscheidene minuten voorbij gingen, zonder dat de kieuwdeksels eenige beweging vertoonden. Toen de visch twee uren in den toestel geweest was, stond zijne ademhaling bijna stil, en was de hoeveelheid lucht in de zwemblaas gedaald tot 12,152 kub. centim. Gedurende het verdere gedeelte van dien dag begon echter de kieuwademhaling zich te herstellen, en den volgenden dag, vierentwintig uren na de inbrenging, was de hoeveelheid lucht in de zwemblaas reeds gestegen tot 14,821 kub. centim., en vijf uren later tot 16,709 kub. centim. In den loop van den nacht nam de afscheiding van lucht nog sterk toe, zoodat hare hoeveelheid den volgenden morgen 21,158 kub. centim. bedroeg. Hierdoor was het specifiek gewicht van den visch zeer verminderd, terwijl zich tevens zijn zwaartepunt door het aanzwellen der zwemblaas verplaatst had, omdat deze zich niet naar den rug, waar zij tegen de wervelkolom aanstuit, maar alleen naar den buik en de beide zijden kan uitzetten. Het gevolg hiervan was, dat de visch

zijne rechtstandige houding niet meer bewaren kon, maar met de rechterzijde van zijn ligchaam tegen den bovenwand der kooi werd aangedrukt. Indien hij in eenen geheel normalen toestand had verkeerd, dan zoude zich, gelijk ik bij verscheidene andere Cyprinen (voren, brasem) zag gebeuren, lucht uit de zwemblaas door den *ductus pneumaticus* ontlast hebben, en daardoor zijn specifiek gewicht weder verminderd zijn. Doch in dit geval bleef die ontlasting van de overtollige lucht geheel achterwege en, hoewel er gedurende den dag kleine wisselingen in de hoeveelheid daarvan waarneembaar waren, was deze op den avond van den derden dag tot 21,722 kub. centimeters geklommen. Nog steeds lag de visch op zijde, tegen den bovenwand der kooi aan. De ademhaling was weder zeer verminderd, en het liet zich aanzien dat deze weldra, bij gebrek aan zuurstof in het water, geheel zoude moeten ophouden. Hoogstwaarschijnlijk echter had zich in de zwemblaas eene zekere hoeveelheid zuurstof afgescheiden, welke, wanneer de zuurstof uit het water verdwenen was, in het bloed zoude terugkeeren. Gedurende den nacht stierf de visch. Den volgenden morgen lag hij nog wat op zijde, maar niet meer tegen den bovenwand der kooi aangedrukt. Het volume der lucht in de zwemblaas was wederom gedaald tot 14,95 kub. centim., en daarin was geen spoor van zuurstof voorhanden, maar zij bestond voor ongeveer 0,1 uit koolzuur.

Om een dergelijk onderzoek volledig te maken, zoude de hoeveelheid en de zamenstelling der in het water van den physometer voor en na de proef bevatte lucht moeten onderzocht zijn geworden, doch daartoe ontbrak mij voor het oogenblik de gelegenheid.

Ook voer ik deze proef hier alleen aan, om te doen zien welk nut men van den physometer bij physiologische onderzoekingen op visschen trekken kan, en onthoud mij van de mededeeling van meerdere dergelijke metingen bij eenige andere visschen verricht, omdat ik daarmede wachten wil totdat deze waarnemingen zich over een grooter aantal van soorten en individu's hebben uitgestrekt. Het is mij namelijk reeds gebleken, dat er ten aanzien van de uitkomsten door een verblijf in den physometer geleverd, tusschen de visschen, zelfs

tusschen individu's derzelfde soort, niet onbelangrijke verschillen bestaan, die tot voorzichtigheid nopen, wanneer het geldt uit die uitkomsten algemeene gevolgtrekkingen af te leiden.

Op de vraag: of de visschen het vermogen bezitten om door actieve zamendrukking der lucht in de zwemblaas hun specifiek gewicht te vermeerderen, moet ik voor alsnog het antwoord schuldig blijven. Slechts bij een der tot dusver onderzochte visschen, een voren, zag ik van tijd tot tijd een plotseling dalen en dan weder rijzen der waterkolom in de maatbuis, die aan geen andere oorzaak dan aan eene volume-verandering der lucht door actieve spierwerking konde worden toegeschreven. Doch die plotselinge, onregelmatige dalingen en rijzingen waren gering; zij bedroegen niet meer dan 2 of 3 millim., en de daardoor aangekondigde volume-verandering bleef ver beneden die, welke het gevolg is van de langzame afscheiding en opslorping der lucht in de zwemblaas.

Bij een baars was de invloed der kieuwademhaling op den stand van het water in de maatbuis zeer duidelijk. Aan elke beweging der kieuwdeksels beantwoordde eene kleine schommeling der waterkolom in de maatbuis, zoodat men, zonder den visch te zien, maar terwijl een ander waarnemer op hem lette, de ademhalingen tellen kon; en telkens wanneer de kieuwdeksels zich iets ruimer openden dan gewoonlijk en eenen grooteren watertoevoer doorlieten, openbaarde zich dit door eene iets hoogere opstijging en nederdaling der waterkolom, welke echter nimmer meer dan hoogstens een halve millimeter bedroeg. Het spreekt van zelf dat die regelmatige, volkomen rythmische schommelingen alleen dan duidelijk onderscheidbaar waren, wanneer de visch zich geheel stil hield Wat de oorzaak dezer kleine op- en neêrgaande bewegingen der waterkolom bij de ademhaling is, waag ik nog niet te zeggen. De spiercontractiën, waardoor de waterstroom door den mond over de kieuwen en door de kieuwspleten naar buiten gevoerd wordt, zijn te gering om hier aan eene merkbare volume-verandering der spieren te denken. Waarschijnlijker is het dat òf de schok van den intredenden waterstroom tegen den wand der keelholte zich aan de buikholte en de daarin gelegen zwemblaas mededeelt, òf dat elke ademhaling het ligchaam van den visch iets doet rijzen of

dalen. Een nader onderzoek is noodig om dit uit te maken. Ik deel hier het feit slechts mede als een blijk van de groote gevoeligheid van het werktuig voor elke volume-verandering in het ligchaam van den visch, die aan eene proefneming daarmede onderworpen wordt.

Dat niet alleen visschen, maar ook andere dieren, die lucht in hun binnenste bevatten, aan een dergelijk onderzoek met den physometer kunnen worden onderworpen, zal ter naauwernood behoeven herinnerd te worden. Indien het mogelijk ware eenen levenden Nautilus er in te brengen, dan zoude er hoop bestaan eindelijk het nog steeds raadselachtige rijzen en dalen van dit dier in het water tot klaarheid te brengen. Het zoude niet moeielijk zijn de proef zoo in te richten, dat daardoor bepaald antwoord werd gegeven op de vraag: of de oudere verklaring van BUCKLAND dan wel de nieuwere van KEFERSTEIN de voorkeur verdient *). Niet onmogelijk acht ik het zelfs, dat het daarbij blijken zoude, dat geene dier beide verklaringen juist is, maar dat in het rijzen en dalen van den Nautilus afscheiding en opslorping van lucht, gepaard aan de beweging der tentakels als roeiorganen, eene grootere rol speelt dan de eenvoudige mechanische zamendrukking en uitzetting der lucht in de kamers der schelp.

Doch ik wijs dit hier slechts in het voorbijgaan aan, als een punt van onderzoek voor dengenen, die gelegenheid mocht hebben den Nautilus in diens eigene woonplaats gade te slaan.

Een ander punt van onderzoek, waartoe de physometer dienstig kan zijn, is dat van het luchtgehalte van longen van pasgeboren kinderen, die slechts even hebben geademd en toen gestorven zijn. Het is duidelijk dat men aldus veel zekerder uitkomsten zal verkrijgen dan met de eenvoudige bekende longenproef, daar ook eene zeer geringe hoeveelheid lucht, die niet voldoende is om de longen te doen drijven, zich daarmede niet alleen aantoonen maar ook meten laat.

---

*) Meer hierover vindt men in Dr. WILH. MEIGERS, *Ueber den hydrostatischen Apparat des Nautilus Pompilius, Archiv für Naturgeschichte*, 36te Jahrgang, p. 1.

Het laat zich voorts gemakkelijk inzien, dat de physometer ook kan worden dienstbaar gemaakt tot aantooning der trouwens reeds door MARCHAND en E. WEBER waargenomen volumevermindering der spieren bij hare samentrekking. Pooldraden van eenen inductie-toestel kunnen aan de daarin reikende koperen stelen verbonden worden.

Niet enkel bij onderzoekingen op biologisch gebied, maar ook bij de nasporing van eenvoudige physische verschijnsels kan de physometer goede diensten bewijzen. Boven (bl. 297) beschreef ik reeds een collegieproef om de uitzetting der lucht bij vermindering van drukking door verkorting van de op eene zwemblaas rustende waterkolom aanschouwelijk te maken. In plaats eener zwemblaas kan men even goed en nog beter een kleine caoutchoucblaas gebruiken. Tot de volgende waarnemingen bediende ik mij van een dier kleine caoutchoucballons, die, met waterstofgas gevuld, tot een kinderspeelgoed zijn geworden. Zulk een kleine ballon, die echter niet verder werd opgeblazen dan voldoende was om den wand even te spannen, werd met een draad aan den bodem der kooi bevestigd en daarop gehandeld even als met de op bl. 310 vermelde zwemblaas. De uitkomsten van tien achtereenvolgende dubbele bepalingen, waartoe dezelfde maatbuis diende, terwijl ook de telkens bij de rijzing en daling doorloopen afstand even als vroeger 45 centim. bedroeg, waren de volgende:

	RIJZING.			DALING.		
	h_1	h_2	$h_2—h_1$	h_2	h_1	$h_2—h_1$
I	18	134	116	134	18	116
II	18	134	116	134	18	116
III	18	136	118	136	20	116
IV	20	137	117	137	21	116
V	21	138	117	138	22	116
VI	22	139	117	139	23	116
VII	23	140	117	140	24	116
VIII	24	141	117	141	44	117
IX	24	141	117	141	25	118
X	25	142	117	142	25	117
		Gemidd.	116,9			116,4

De gemiddelde van de bij rijzing en daling verkregen verschillen bedraagt 116,65 millim., hetgeen gelijk is aan 0,9451 kub. centimeters.

Het is opmerkelijk te zien hoeveel regelmatiger de uitzetting en inkrimping der in de caoutchoucblaas bevatte lucht is dan van die in de zwemblaas. Eene enkele waarneming met de caoutchoucblaas is blijkbaar even juist als het gemiddelde uit een tiental waarnemingen met eene zwemblaas.

Ook hier liet zich op de vroeger (blz. 310) beschreven wijze het volume der lucht bepalen. Dit werd gevonden, bij de temperatuur van het water in den physometer, 39,16 kub. centimeters te bedragen.

De berekening volgens de formule (bl. 306) gaf voor V daarentegen slechts 31,55 kub. centim., dat dus tot het ware volume staat als 1 : 1,24. Ook de caoutchouc-wand oefent derhalve, door haren weerstand, eenen dergelijken invloed uit als de wand der zwemblaas.

Om te onderzoeken of die weerstand ook verandering ondergaat, wanneer de wand sterker gespannen is, werd in dezelfde caoutchoucballon eene grootere hoeveelheid lucht geblazen. De weging leerde, dat deze 178,83 kub. centim, derhalve meer dan vier en een half maal zooveel als in het eerste geval bedroeg. De beproeving met den physometer leverde, voor eene rijzing en daling van 41 centim, de volgende uitkomsten:

	RIJZING.			DALING.		
			Verschil.			Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	3	245	242	245	3,5	24,5
II	3,5	245	241,5	245	3,5	24,5
III	3,5	243,5	240	243	3,5	24
IV	3,5	243,5	240	243,5	3,5	24
V	3,5	243,5	240	243,5	3,5	24

Het hieruit berekende volume der lucht bedraagt 131,09 kub. centim., hetgeen tot het ware volume staat als 1 : 1,37.

Het blijkt derhalve dat met de spanning ook de weerstand

van den wand in aanmerkelijke mate toeneemt. Zeer waarschijnlijk is dit ook bij de zwemblaas het geval.

Het caoutchouc zelf neemt echter, zoo als de reeds voor vele jaren door WERTHEIM *) verrichte waarnemingen leeren, bij uitrekking ook in volume toe. De wijze, waarop WERTHEIM zijne bepalingen deed, namelijk door metingen met een diktepasser die nog tiende gedeelten van den millimeter aangaf, kan evenwel onmogelijk zeer nauwkeurig zijn. Onlangs zijn dergelijke bepalingen ook gedaan door ÉMILIE VILLARI †), die eene betere methode aanwendde, namelijk de bepaling van het specifiek gewigt van dezelfde reep caoutchouc in den sterk gerekten en in den niet gerekten toestand. Men zoude daartegen alleen kunnen aanvoeren, dat de mogelijkheid bestaat, dat er in het caoutchouc zeer kleine mikroskopische barstjes ontstaan, waarin lucht dringt, en dat deze de oorzaak der afneming van het specifiek gewicht zouden zijn.

Met den physometer nu kan men deze toeneming van het volume van het caoutchouc dadelijk zichtbaar maken en meten. De volgende proef kan slechts als eene voorloopige worden beschouwd. Zij is echter voldoende voor het tegenwoordige oogmerk.

Op den bodem van de flesch werd een gewicht van 3 kilogram geplaatst. Door middel van een ijzeren haak werden daaraan twee ringen van gevulcaniseerd caoutchouc verbonden, waarin aan de tegenovergestelde zijde een tweede haak greep, die vastgeschroefd was aan het benedeneinde van een der koperen stelen. De middellijnen en de dikte der caoutchoucringen waren vooraf door metingen op een tiental verschillende plaatsen met een passer, welke vijftigste deelen van den millimeter aangaf, zoo nauwkeurig mogelijk bepaald geworden en daaruit werd hun volume berekend. Dit bedroeg 5506,88 kub. millimeters. Nadat de toestel met water gevuld was, en daarbij tevens met zorg op de vroeger (bl. 301) beschreven wijze alle, ook de kleinste, luchtbelletjes verwijderd waren, werd er een

---

*) G. WERTHEIM, *Mémoires de physique mécanique*. Paris, 1848. *Ann. de chimie et de physique*. 3me sér. T. XXII.

†) Uit de Nuovo Cimento medegedeeld in *Les Mondes*. T. XXV. p. 310.

maatbuis op geplaatst, waarvan elke millimeter lengte beantwoordde aan een volume van 3,3003 kub millimeter. Door nederdrukking van den tweeden steel werd nu de eerste en daarmede het caoutchouc met het daaraan bevestigde gewicht opgetrokken, totdat dit laatste niet meer op den bodem rustte maar vrij in het water hing De waterkolom in de maatbuis rees daardoor juist 5 millim. Bij nalating der rekking en terugkeer tot den eersten toestand, daalde ook de waterkolom weder tot hare eerste hoogte. Ditzelfde werd eenige malen herhaald, telkens met gelijke uitkomst. De temperatuur van het water was gedurende het nemen dezer proef volkomen constant, iets dat bij zulke proeven natuurlijk voordeelig is. De bij de rekking plaats grijpende uitzetting van het caoutchouc bedroeg derhalve in dit geval 16,5015 kuk. millim., d. i. 0,003 of $\frac{1}{333}$ van het oorspronkelijke volume. Bij rekking door een zwaarder gewicht zoude echter zonder twijfel eene nog sterkere uitzetting verkregen worden, terwijl ook door aanwending van nog nauwere maatbuisjes de nauwkeurigheid der meting winnen zoude. Het zoude langs dien weg zeer gemakkelijk zijn de aan verschillende gewichten beantwoordende uitzettingen te bepalen. Wilde men dan tevens de lengte-uitrekking meten, dan zoude men in plaats van caoutchoucringen beter doen een platte strook caoutchouc te gebruiken. De lengte-uitrekking kan dan gemeten worden door den weg, welken de wijzer van den steel langs een der op de glasplaat staande verdeelde schalen aflegt.

Mijn doel met bovenstaande mededeelingen is slechts geweest eenige gevallen aan te wijzen, waarin het nieuwe werktuig van nut kan zijn, en dit door voorbeelden op te helderen.

Utrecht, 2 April 1872.

SUR LES RACINES DES ÉQUATIONS

$$\int_0^\pi \cos(x \cos \omega)\, d\omega = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^\pi \cos(x \cos \omega) \sin^2 \omega\, d\omega = 0.$$

PAR

G. F. W. BAEHR.

Les racines de chacune de ces équations, qui se présentent dans plusieurs questions de physique mathématique, sont deux à deux égales et de signes contraires, puisque les premiers membres ne changent pas quand on change le signe de x; il suffit donc de considérer les racines positives.

Si dans la première on fait

$$x \cos \omega = z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

elle se réduit à

$$\int_0^x \frac{\cos z\, dz}{x \sin \omega} = 0, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

où la variable $\omega < \frac{1}{2}\pi$.

On peut décomposer le premier membre de (2) en un certain nombre d'intégrales partielles, dont la différence des limites est $\frac{1}{2}\pi$, telles que

$$\int_{2n\pi}^{(2n+\frac{1}{2})\pi} '' + \int_{(2n+\frac{1}{2})\pi}^{(2n+1)\pi} '' + \int_{(2n+1)\pi}^{(2n+\frac{3}{2})\pi} '' + \int_{(2n+\frac{3}{2})}^{2(n+1)\pi} '' + \text{etc.}$$

faisant successivement $n = 0, 1, 2 \ldots$, tandis que cette suite

finira à celle de ces intégrales qui a pour limite inférieure le plus grand multiple de $\frac{1}{2}\pi$ moindre que x, en sorte que sa limite supérieure sera x. Puisque $\cos z$ est positif entre les limites de la première et de la quatrième, et négatif entre les limites de la deuxième et troisième, le premier membre de (2), ainsi décomposé, commencera par un terme positif, et ensuite deux termes négatifs précéderont toujours deux termes positifs, jusqu'à la limite x, de sorte qu'en désignant par P, Q, R, S,...T les valeurs absolues des intégrales ci-dessus, ce premier membre sera une répétition de quatre termes telle que

$$P - Q - R + S,$$

dont la dernière pourra finir à un de ces termes, qui ait x pour limite supérieure.

Il est évident que ces intégrales partielles varieront continuement avec x. Tant que cette variable soit égale ou surpasse la limite supérieure de la dernière T, que l'on considère, on aura

$$P < Q < R < S \ldots < T \text{ etc.};$$

car pour chaque élément de P il y en a un de Q, pour lequel $\cos z$ a la même valeur absolue, les valeurs de z étant respectivement pour P et Q

$$z = 2n\pi + z' \quad \text{et} \quad z = (2n + 1)\pi - z',$$

où $z' < \frac{1}{2}\pi$, de sorte qu'en désignant les valeurs correspondantes de ω par ω_1 et ω_2, on a

$$P - Q = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{1}{\sin \omega_1} - \frac{1}{\sin \omega_2}\right) \frac{\cos z'}{x} dz';$$

mais les valeurs de z dans Q étant constamment plus grandes que celles dans P, on aura entre les limites de l'intégration toujours $\sin \omega_1 > \sin \omega_2$; donc tous les éléments de l'intégrale P — Q sont négatifs, et par conséquent $P - Q < 0$. De la même manière on voit que $Q - R < 0 \ldots.$ $S - T < 0$ etc

De plus on aura pour une suite de quatre intégrales, qui commence et finit par un terme positif,

$$P - Q - R + S > 0;$$

car on peut prendre les éléments de ces intégrales partielles quatre à quatre, tellement que pour chacun d'eux $\cos z$ a la même valeur absolue, les valeurs de z étant respectivement

$$2n\pi + z', \quad (2n+1)\pi - z', \quad (2n+1)\pi + z', \quad 2(n+1)\pi - z'$$

où $z' < \frac{1}{2}\pi$, et désignant les valeurs correspondantes de ω, par ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, on a

$$P - Q - R + S = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ \frac{1}{\sin\omega_1} - \frac{1}{\sin\omega_2} - \frac{1}{\sin\omega_3} + \frac{1}{\sin\omega_4} \right\} \frac{\cos z'}{x} dz';$$

mais par (1)

$$\sin\omega_1 > \sin\omega_2 > \sin\omega_3 > \sin\omega_4,$$

et en même temps

$$\cos\omega_4 - \cos\omega_3 = \cos\omega_2 - \cos\omega_1;$$

multipliant cette égalité membre à membre par l'inégalité

$$\cos\omega_4 + \cos\omega_3 > \cos\omega_2 + \cos\omega_1$$

on a, tous les facteurs étant positifs,

$$\cos^2\omega_4 - \cos^2\omega_3 > \cos^2\omega_2 - \cos^2\omega_1,$$

ou

$$\sin^2\omega_3 - \sin^2\omega_4 > \sin^2\omega_1 - \sin^2\omega_2,$$

et puis divisant par

$$\sin\omega_3 \sin\omega_4 (\sin\omega_3 + \sin\omega_4) < \sin\omega_1 \sin\omega_2 (\sin\omega_1 + \sin\omega_2),$$

il vient

$$\frac{1}{\sin\omega_4} - \frac{1}{\sin\omega_3} > \frac{1}{\sin\omega_2} - \frac{1}{\sin\omega_1};$$

donc tous les éléments de l'intégrale étant positifs, on aura

$$P - Q - R + S > 0,$$

et pareillement on verra que pour une suite de quatre intégrales qui commence et finit par un terme négatif, on aura

$$-R + S + T - U < 0.$$

Cela posé, écrivons l'équation (2) sous la forme

$$A - B - C + D + E - F - G + H + \ldots\ldots = 0, \ldots (3)$$

où chaque terme représente la valeur absolue d'une intégrale partielle prise entre des limites dont la différence est $\frac{1}{2}\pi$, on aura

$$A < B < C < D < E < F \ldots\ldots \text{etc.}$$

et en même temps

$$B - A < D - C < F - E < \ldots\ldots \text{etc.};$$

ces valeurs varieront avec x, mais tant que x n'est pas moindre que la plus grande limite de celles que l'on considère, elles satisferont à ces inégalités.

Tant que $x < \frac{1}{2}\pi$ le premier membre de (3) contiendra seulement un terme A, et sera positif; pour $x = \frac{1}{2}\pi$, il contiendra les deux termes $A - B$, et par conséquent il sera négatif; il y a donc une racine entre $\frac{1}{2}\pi$ et π.

Si ensuite l'on fait croitre x de π à $\frac{3}{2}\pi$, le premier membre (3) restera négatif, puisqu'à une partie négative $A - B$ s'ajoute une quantité négative $- C$, mais pour $x = 2\pi$ il sera positif puisque $D - C > B - A$; il y a donc une deuxième racine entre $\frac{3}{2}\pi$ et 2π. Généralement, en vertu des inégalités établies, le premier membre de l'équation (3) est positif ou négatif suivant qu'il finit à un terme positif ou négatif. Pour x égal à un multiple impair de $^1/_2\pi$ ce premier membre sera donc positif ou négatif en même temps que le terme final qui correspond à telle valeur de x, et qui est toujours le deuxième terme d'une permanence; mais alors le terme suivant, qui sera le terme final quand on augmente x de $\frac{1}{2}\pi$, est de signe contraire, et avec lui le premier membre de l'équation.

La première équation a donc une racine entre chaque multiple impair de $\frac{1}{2}\pi$ et le premier multiple de π qui le suit;

elle n'a pas de racines entre un multiple de π et le premier multiple de $^1/_2\pi$ qui le suit.

La seconde équation est la dérivée de la première, réduite à cette forme par l'intégration par parties, et divisée par $-x$. On trouve des difficultés en la traitant sous cette forme, mais en la mettant sous sa forme primitive

$$\int_0^\pi Sin\,(x\,Cos\,\omega)\,Cos\,\omega\,d\,\omega = 0,$$

la même méthode réussit.

Faisant

$$x\,Cos\,\omega = z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

elle se réduit à

$$\int_0^x \frac{Sin\,z\,dz}{x\,tang\,\omega} = 0$$

où $\omega < \frac{1}{2}\pi$.

Si l'on décompose le premier membre de celle-ci en intégrales partielles dont la différence des limites est $\frac{1}{2}\pi$, et dont la première a zéro pour limite inférieure, on aura, désignant par A, B, C, D, etc. des valeurs absolues,

$$A + B - C - D + E + F - G - H + \ldots . = 0; \ldots (5)$$

deux termes positifs sont suivis de deux termes négatifs et ainsi de suite.

Comme ci-dessus on verra facilement que l'on a, tant que x surpasse la limite supérieure de la dernière des valeurs que l'on considère,

$$A < B < C < D \ldots . . < H \ldots \ldots$$

Pour les trois premières, ou

$$A + B - C = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} '' + \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\pi} '' + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} '' ,$$

on aura en particulier

$$A + B - C < 0\,;$$

car en y faisant respectivement

$$z = z', \quad z = \pi - z', \quad z = \pi + z'$$

et nommant ω_1, ω_2, ω_3 les valeurs correspondantes de ω, ce trinôme devient

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{1}{tang\,\omega_1} + \frac{1}{tang\,\omega_2} - \frac{1}{tang\,\omega_3}\right)\frac{Sin\,z'\,dz'}{x}\,;$$

mais en vertu de (4)

$$Cos\,\omega_1 + Cos\,\omega_2 < Cos\,\omega_3,$$

ou

$$\frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_1}\cdot\frac{Sin\,\omega_1}{Sin\,\omega_3} + \frac{Cos\,\omega_2}{Sin\,\omega_2}\,\frac{Sin\,\omega_2}{Sin\,\omega_3} < \frac{Cos\,\omega_3}{Sin\,\omega_3}$$

donc à plus forte raison

$$\frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_1} + \frac{Cos\,\omega_2}{Sin\,\omega_2} < \frac{Cos\,\omega_3}{Sin\,\omega_3}\,;$$

par conséquent tous les éléments de la dernière intégrale seront négatifs.

Une suite de quatre termes, qui commence et finit avec un terme positif, sera une quantité positive. Pour les quatres termes B, C, D, E, on a

$$B - C - D + E = \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\pi} '' + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} '' + \int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} '' + \int_{2\pi}^{\frac{5}{2}\pi} ''\,;$$

en y faisant respectivement

$$z = \pi - z', \quad z = \pi + z', \quad z = 2\pi - z', \quad z = 2\pi + z',$$

ces quatres intégrales se réduisent à

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{\frac{1}{tang\,\omega_1} - \frac{1}{tang\,\omega_2} - \frac{1}{tang\,\omega_3} + \frac{1}{tang\,\omega_4}\right)\frac{Sin\,z'\,dz'}{x},$$

où, en vertu de la formule (4), on a entre les valeurs correspondantes de ω les relations

$$\mathit{Sin}\,\omega_1 > \mathit{Sin}\,\omega_2 > \mathit{Sin}\,\omega_3 > \mathit{Sin}\,\omega_4,$$

et

$$\mathit{Cos}\,\omega_4 - \mathit{Cos}\,\omega_3 \Rightarrow \mathit{Cos}\,\omega_2 - \mathit{Cos}\,\omega_1,$$

d'où, comme il est déjà démontré plus haut,

$$\frac{1}{\mathit{Sin}\,\omega_4} - \frac{1}{\mathit{Sin}\,\omega_3} > \frac{1}{\mathit{Sin}\,\omega_2} - \frac{1}{\mathit{Sin}\,\omega_1};$$

donc, puisque $\mathit{Sin}\,\omega_4 < \mathit{Sin}\,\omega_3$

$$\frac{\mathit{Cos}\,\omega_4}{\mathit{Sin}\,\omega_4} - \frac{\mathit{Cos}\,\omega_3}{\mathit{Sin}\,\omega_4} > \frac{\mathit{Cos}\,\omega_2}{\mathit{Sin}\,\omega_2} - \frac{\mathit{Cos}\,\omega_1}{\mathit{Sin}\,\omega_2},$$

et parce que $\mathit{Cos}\,\omega_3 > \mathit{Cos}\,\omega_1$

$$\frac{\mathit{Cos}\,\omega_3}{\mathit{Sin}\,\omega_4} - \frac{\mathit{Cos}\,\omega_3}{\mathit{Sin}\,\omega_3} > \frac{\mathit{Cos}\,\omega_1}{\mathit{Sin}\,\omega_2} - \frac{\mathit{Cos}\,\omega_1}{\mathit{Sin}\,\omega_1};$$

la somme de ces deux dernières inégalités donne

$$\frac{\mathit{Cos}\,\omega_4}{\mathit{Sin}\,\omega_4} - \frac{\mathit{Cos}}{\mathit{Sin}\,\omega_3} > \frac{\mathit{Cos}\,\omega_2}{\mathit{Sin}\,\omega_2} - \frac{\mathit{Cos}\,\omega_1}{\mathit{Sin}\,\omega_1};$$

ainsi tous les éléments de la dernière intégrale sont positifs, par conséquent

$$B - C - D + E > 0,$$

et pareillement on verra qu'une suite de quatre termes qui commence et finit par un terme négatif, est une quantité négative, ainsi

$$-D + E + F - G < 0.$$

Par suite, tant que $x < \pi$, et pour $x = \pi$, le premier membre (5), qui contient alors tout au plus les deux termes $A + B$, sera positif, tandis que pour $x = \frac{3}{2}\pi$ il sera négatif; il y a donc une racine entre π et $\frac{3}{2}\pi$.

Si x augmente de $\frac{3}{2}\pi$ à 2π le premier membre (5) reste négatif, mais pour $x = \frac{5}{2}\pi$ il sera positif, puisqu'alors il contient une quantité positive A, à la quelle s'ajoute une quantité positive $B - C - D + E$; il y a donc une deuxième racine entre 2π et $\frac{5}{2}\pi$.

De $x = \frac{5}{2}\pi$ à $x = 3\pi$ le premier membre reste positif, mais pour $x = \frac{7}{2}\pi$ il sera négatif, puisqu'alors il contient la quantité négative $A + B - C$ à laquelle s'ajoute une quantité négative, $- D + E + F - G$; il y a donc une troisième racine entre 3π et $\frac{7}{2}\pi$, et ainsi de suite. En général le premier membre de (5) sera positif ou négatif suivant qu'il s'arrête à un terme positif ou négatif. Pour x égal à un multiple de π il sera donc positif ou négatif en même temps que le terme final correspondant à cette valeur de x, et lequel est toujours le deuxième terme d'une permanence, en sorte que le terme suivant, qui sera le terme final quand x augmente de $\frac{1}{2}\pi$, sera de signe contraire et avec lui le premier membre (5). L'équation a donc une racine entre chaque multiple de π et le premier multiple de $\frac{1}{2}\pi$ qui le suit; elle n'a pas de racine entre un multiple impair de $\frac{1}{2}\pi$ et le premier multiple de π qui le suit.

Ces résultats s'accordent avec le théorème de ROLLE, suivant lequel la dérivée doit avoir au moins une racine entre deux racines consécutives de l'équation primitive; mais ils donnent pour les racines de cette dérivée des limites plus resserrées

Il semble encore que les racines des deux équations s'approcheront de plus en plus de leurs limites inférieures, puisque le premier membre de la première satisfait à l'équation différentielle

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + y = 0,$$

en sorte que, pour de grandes valeurs de x, la fonction y de-

viendra de plus en plus égale à la fonction déterminée par l'équation

$$\frac{d^2 y'}{dx^2} + y' = 0,$$

et qui est $y' = \sin x$ ou $y' = \cos x$; mais, le signe de y ne changeant pas quand on change le signe de x, la fonction y deviendra de plus en plus égale à $\cos x$ et sa derivée á $\sin x$, en sorte que les racines de la première équation s'approcheront de plus en plus des multiples impairs de $\frac{1}{2}\pi$ et celles de la seconde des multiples de π.

Delft, Avril 1872.

OVER DEN INVLOED VAN OPTISCH INACTIEVE OPLOSMIDDELEN

OP HET

SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN VAN OPTISCH ACTIEVE STOFFEN.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

(Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 27 April 1872).

Nadat de circulaire polarisatie in 1811 het eerst door ARAGO bij het kwarts was waargenomen, vond BIOT in 1815 (en gelijktijdig met hem SEEBECK), dat de aan het kwarts toekomende eigenschap ook bij eene vloeistof van organischen oorsprong, de terpentijnolie, werd aangetroffen.

Deze gewichtige ontdekking werd voor BIOT het uitgangspunt tot eene reeks van onderzoekingen, waaruit bleek, dat vele andere vloeistoffen, hetzij drupvormige organische verbindingen, hetzij oplossingen van organische vaste stoffen in water, alcohol enz., het verschijnsel in zeer verschillende mate vertoonden. Bij vaste stoffen was dit niet zoo gemakkelijk aan te wijzen, deels ten gevolge van de moeilijkheid, om geheel homogene kristallen van niet al te geringe afmetingen te verkrijgen, maar vooral omdat de verschijnselen van rechtlijnige polarisatie, die bij de meeste der aan het onderzoek onderworpen kristallen voorkwamen, het aanwijzen van het draaiingsvermogen dezer stoffen in den weg stonden.

Om het draaiingsvermogen van verschillende stoffen met elkaar te kunnen vergelijken, en verder de wetten der circulaire polarisatie te kunnen nagaan, voerde BIOT het begrip in van

soortelijk of moleculair draaiingsvermogen. Hieronder verstond hij de afwijking van het polarisatievlak voor eene bepaalde lichtstraal, te weeg gebracht door eene 1 decimeter lange laag van de werkzame stof, bij een concentratiegraad, gelijk aan de eenheid en hebbende eene densiteit gelijk aan de eenheid.

Wanneer alzoo α voorstelt de onmiddellijk waargenomene afwijking van het polarisatievlak voor eene l decimeters lange laag eener enkelvoudige vaste of vloeibare zelfstandigheid, hebbende eene densiteit δ, dan zal het soortelijk draaiingsvermogen (α) dezer stof worden uitgedrukt door $\frac{\alpha}{l.\delta}$.

Voor oplossingen van actieve zelfstandigheden in inactieve vloeistoffen, krijgt de formule de volgende gedaante

$$(\alpha) = \frac{\alpha}{\varepsilon.l.\delta},$$

waarin ε den concentratiegraad beteekent, d. i. de verhouding tusschen het gewicht van het werkzame bestanddeel en dat der totale vloeistof $\left(\frac{P}{P+p}\right.$, wanneer P het gewicht der werkzame stof en p dat van het oplosmiddel voorstelt.)

De eerste proeven van BIOT, gedurende jaren achtereen voortgezet, schenen te bewijzen, dat het soortelijk draaiingsvermogen van eene in oplossing voorkomende actieve stof geheel onafhankelijk was van den concentratiegraad; zoodat men, met behulp der boven aangehaalde formule, het draaiingsvermogen van alle actieve stoffen uit dat van eene oplossing dier stoffen in eenig inactief vocht zou kunnen afleiden, mits slechts de samenstelling der oplossing vooraf nauwkeurig bekend ware.

Proeven met suiker, waarbij het draaiingsvermogen van die stof in amorphen, gesmolten toestand werd vergeleken met dat, wat eene waterige oplossing dier zelfstandigheid vertoonde, gaven uitkomsten, die met de gemaakte vooronderstelling vrij goed strookten. BIOT meende althans de afwijking tusschen de berekende en de onmiddellijk gevonden waarde van het draaiingsvermogen te moeten toeschrijven aan kleine onnauwkeurigheden, die zoodanig moeilijk onderzoek, als hij had verricht, noodzakelijk medebracht.

Eerst later (in 1852) ontdekte BIOT, toen hij over betere hulpmiddelen kon beschikken, dat hetgeen tot nog toe voor een algemeen verschijnsel werd gehouden, slechts eene uitzondering was, en dat het soortelijk draaiingsvermogen van actieve stoffen gewijzigd werd door de meerdere of mindere hoeveelheid van het vocht, waarin het was opgelost; zoodat met behulp van de door hem gegevene formule voor oplossingen van *verschillende* sterkte *verschillende* waarden van (α) werden gevonden. Vooral bij wijnsteenzuur deed zich deze invloed van den concentratiegraad der oplossing zeer sterk gevoelen.

Van veel gewicht was het, te onderzoeken of het soortelijk draaiingsvermogen al of niet afhankelijk was van de temperatuur. Ook hieromtrent heeft BIOT menige belangrijke bijdrage geleverd; zijne proeven met oplossingen van wijnsteenzuur in houtgeest (Mém. de l'Académie des Sciences, T. XV, p. 260) leverden onder anderen het bewijs, dat de temperatuur op het draaiingsvermogen van de actieve stof in deze oplossingen een beslissenden invloed uitoefent. Natuurkundigen van lateren tijd hebben zich menigmaal met dergelijk onderzoek bezig gehouden. BOUCHARDAT bewees den invloed der temperatuur op het draaiingsvermogen van chininezouten; GERNEZ (Annales de l'École normale, T. I) op dat van terpentijnolie, oranjeolie en bigaradeolie. Dat die invloed zich niet bij *alle* stoffen doet gevoelen, bleek uit de onderzoekingen van TUCHSCHMID (J. f. p. C. Neue Folge. 2. 235 (1870)), waardoor duidelijk werd aangetoond, dat het draaiingsvermogen eener rietsuiker-oplossing met de temperatuur niet verandert.

Er is echter nog eene derde zaak, die op het soortelijk draaiingsvermogen een gewichtigen invloed kan uitoefenen en waarop tot nog toe zeer weinig acht is geslagen, ja, waarvan zelfs in de meest uitgebreide handboeken over natuurkunde in het geheel geene melding wordt gemaakt, namelijk de *aard* van het oplosmiddel.

In scheikundige handboeken en verhandelingen wordt bij opgaven omtrent het draaiingsvermogen van actieve stoffen doorgaans stilzwijgend aangenomen, dat dit niet gewijzigd wordt door het oplosmiddel, *wanneer dit geene scheikundige werking op de actieve stof uitoefent*. Van

daar dan, dat bij alcaloïden alleen een onderscheid gemaakt wordt tusschen oplossingen in alcohol en in verdunde zuren: van daar dan, dat ook soms bij stoffen als asparagine en dergelijken gezocht is naar verschil in draaiingsvermogen na het bijvoegen van zuren en alcaliën, maar dat over den invloed van vloeistoffen, die naar de algemeene opvatting scheikundig indifferent zijn, nagenoeg niets wordt medegedeeld.

Zoover ik heb kunnen ontwaren, zijn BIOT en JODIN de eenigen geweest, die den invloed van het optisch en chemisch inactieve oplosmiddel op het draaiingsvermogen der opgeloste actieve stof duidelijk hebben erkend en in rekening gebracht.

BIOT bepaalde zich bij zijn onderzoek tot oplossingen van wijnsteenzuur in water, alcohol en houtgeest (*Mémoires de l'Académie*, T. XV, p. 93) en vond, dat bij denzelfden concentratiegraad en nagenoeg dezelfde temperatuur het draaiingsvermogen van wijnsteenzuur in die oplossingen verschillend was, zooals blijken kan uit het volgende overzicht.

Afwijking van het polarisatievlak voor lichtstralen, doorgelaten door rood glas.

Temp.	Oplosmiddel.	Concentratiegraad (ε)	(α)
+ 25°.0	Water	0.24	↗ 10°.8
+ 25 .0	"	0.32	↗ 9 .5
+ 11 .8	Houtgeest	0.24	↗ 3 .7
+ 12 .0	"	0.32	↗ 2 .4
+ 22 .0	"	0.32	↗ 4 .3
+ 5 .0	Alcohol	0.02	↗ 2 .1
+ 5 .0	Water	0.02	↖ 2 .1

JODIN vond in 1864 (C. R. T. 58, p. 613) dat eene zekere waterige oplossing van geïnterverteerde suiker, met een gelijk volumen *water* verdund, een soortelijk draaiingsvermogen vertoonde van — 28°.8; dezelfde oplossing, met haar volumen *alcohol* vermengd, vertoonde een S. D. V. van slechts — 19°. Daar dergelijk verschil bij waterige oplossingen van rietsuiker en glycose niet was te bespeuren, meende hij de oorzaak van het vermelde feit te moeten zoeken bij de lévulose, die

een bestanddeel van de geïnterveerde suiker uitmaakt en met glycose gemengd, daarin voorkomt. Werkelijk vond hij dan ook voor oplossingen van lévulose, die 0.128 gr. per C. C. bevatten

Bij alcoholische opl. $\alpha = - 92$
Bij waterige oploss. $\alpha = - 104$

Jodin vond verder, dat bij het vermeerderen van den alcohol in het oplossend mengsel ook het S. D. V. van de suiker toenam *).

Nog geheel onkundig omtrent den boven vermelden invloed van inactieve oplosmiddelen op het S. D. V. van actieve stoffen, werd ik door eene toevallige omstandigheid daarop opmerkzaam gemaakt. Bij de bepaling van het draaiingsvermogen van zwavelzure cinchonine ondervond ik namelijk, dat het zout, hoewel zeer fijn gewreven, uiterst moeilijk en langzaam in koud water oploste. Eene zachte verwarming, ter bespoediging van het oplossen, had doorgaans eene geringe dissociatie en afscheiding van cinchonine ten gevolge en moest dus worden vermeden. Om aan dit bezwaar te gemoet te komen, voegde ik een weinig alcohol toe, niet vermoedende, dat dit eenigen invloed op het draaiingsvermogen van het zout zou uitoefenen. De resultaten van onderscheidene proeven, waarbij afwisselende hoeveelheden alcohol waren gebezigd, liepen echter zoodanig uiteen, dat bij de nauwkeurige wijze van waarnemen, de waargenomen afwijkingen alleen aan het toevoegen van alcohol konden worden toegeschreven. Werkelijk werd dan ook de invloed van deze vloeistof op het S. D. V. van het opgeloste sulfaat duidelijk aangetoond en hierin vond ik aanleiding, om het onderzoek wat verder uit te strekken en den invloed van het oplosmiddel bij eenige andere actieve stoffen na te gaan.

Bij het doen van deze proeven heb ik gebruik gemaakt van een polaristrobometer van Wild, een voortreffelijk werktuig, dat, onder gunstige omstandigheden en onder inachtneming van alle

*) Jodin verwijst hier naar eene door hem uitgegevene verhandeling, waarin de resultaten van dit laatste onderzoek breeder worden uiteengezet. Het is mij gelukt, te weten te komen, waar deze verhandeling is opgenomen.

vereischte voorzorgen, toelaat, bij een 12—16 tal waarnemingen een eindresultaat te verkrijgen, dat op ongeveer 1—2 minuten nauwkeurig is.

In den regel werden de waarnemingen achtereenvolgens op de verschillende quadranten van den verdeelden cirkel volbracht en dit eenige malen herhaald. Om uit de 12 of meer verkregene waarden het eindresultaat op te maken, heeft men slechts het gemiddelde te nemen; immers door VAN DE SANDE BAKHUIJZEN (POGG. *Ann.*, Bd. 144 p. 259 sqq.) is bewezen, dat wanneer men van de waarnemingen aan de vier quadranten het midden neemt, de fouten worden geelimineerd, die voortvloeien 1°. uit de constructie en de plaatsing van den draaienden nikol en 2°. uit de niet geheel juiste plaatsing van de kalkspaath-plaatjes van den SAVART'schen polariskoop.

De waarnemingen werden voorts verricht met geel sodiumlicht en zooveel mogelijk bij ééne zelfde temperatuur van 17—18° C. Alle oplossingen werden eerst zorgvuldig op die temperatuur gebracht, alvorens ze aan de proef werden onderworpen. Bij het samenstellen van de vloeistof ging ik bij mijne eerste proeven aldus te werk, dat ik het actieve lichaam en het oplosmiddel nauwkeurig afwoog en de densiteit der oplossing bepaalde bij 17—18° C. Met behulp van de formule

$(\alpha) = \frac{\alpha}{\varepsilon.\ \delta.\ l.}$ kon dan het S. D. V. worden berekend.

Later echter heb ik, wegens het tijdroovende van de densiteitsbepalingen, de afgewogene actieve stof opgelost in een bepaald volumen van het oplosmiddel bij eene temperatuur van 17—18° en dan het S. D. V. berekend met behulp van de formule $(\alpha) = \frac{v\,\alpha}{l\,p}$. De werktuigen die hiertoe werden gebezigd, waren kleine glazen maatkolfjes van 20—40 C. C. inhoud, voorzien van een hals, waarvan de doorsnede een middellijn heeft van 6—7 millimeter. Deze kolfjes werden nauwkeurig gekalibreerd en op den hals werd met diamant eene verdeeling gegrift in $\frac{1}{10}$ C. C., die den inhoud nauwkeurig aangaf. De deelstrepen hadden een onderlingen afstand van ongeveer 1 millimeter, zoodat men des noods $\frac{1}{100}$ C. C. zou kunnen schatten.

Ik heb mij vooraf overtuigd, dat men met deze toestelletjes het volumen op ongeveer $\frac{1}{1400}$ nauwkeurig kan bepalen.

Bij het volgen van deze laatste handelwijze mist men de *juiste* kennis omtrent den concentratiegraad, maar deze kan bij benadering worden berekend, wanneer men aanneemt, dat de vaste stof bij het oplossen geheel in het volumen van de vloeistof verdwijnt, zonder dit te vergrooten. Deze vooronderstelling beantwoordt wel niet geheel aan de waarheid, maar veroorlooft toch, den concentratiegraad met eene voor ons doel voldoende nauwkeurigheid te leeren kennen, vooral wanneer men de betrekkelijk geringe hoeveelheid vaste stof in aanmerking neemt, die ter vervaardiging van de oplossing wordt gebruikt.

Ik laat nu hier onmiddellijk de eindresultaten van het verrichte onderzoek volgen, en stel mij voor, de bij waarneming verkregene cijfers in eene afzonderlijke bijlage samen te vatten, ten einde den lezer in staat te stellen, over den graad van nauwkeurigheid der resultaten te oordeelen.

Onderzochte stof.	Ter oplossing gebezigde vloeistof.	Concentratie-graad.	Soortelijk draaiingsvermogen.
Rietsuiker.	Water.	0.056	↗ 66°.9
〃	Alcohol 50 %.	0.050	↗ 66 .4
Lichte cubebenolie.	Onvermengd.		↖ 40 .8
〃	Alcohol.	0.061	↖ 41 .6
〃	Benzol.	0.060	↖ 41 .6
〃	Chloroform.	0.075	↖ 41 .7
Cinchonine.	Alcohol.	0.006—0.008	↗ 228
〃	Chloroform.	0.004—0.005	↗ 212
Zwavelz. cinchonine.	Water.	0.014	↗ 169
〃	Alcohol.	0.023	↗ 191
〃	Alcohol.	0.055	↗ 193
Salpeterz. cinchonine.	Water.	0.020	↗ 154
〃	Alcohol.	0.022	↗ 172
Chloorwaterstofzure cinchonine.	Water.	0.016	↗ 162
〃	Water.	0.026	↗ 158
〃	Water.	0.031	↗ 156
〃	Alcohol 93 %.	0.054	↗ 175
Brucine.	Alcohol.	0.054	↖ 85
〃	Chloroform.	0.019	↖ 127
〃	Chloroform.	0.049	↖ 119
Podocarpinezuur.	Alcohol.	0.04	↗ 136
〃	Alcohol 93 %.	0.09	↗ 136
〃	Aether.	0.04	↗ 130
〃	Aether.	0.07	↗ 130
Podocarpinezuur natrium.	Water.	0.046	↗ 82
〃	Water.	0.064	↗ 79
〃	Water.	0.138	↗ 73
〃	Alcohol.	0.09	↗ 86
Phlorizine.	Alcohol.	0.040	↖ 52
〃	Houtgeest.	0.039	↖ 52

Uit het bovenstaande overzicht blijkt, dat er gevallen zijn, waarin het S. D. V. van eene actieve stof door het oplosmiddel niet merkbaar wordt gewijzigd (bijv. bij phlorizine), maar dat in den regel, bij verschil van oplosmiddel, onder overigens gelijke omstandigheden, kleinere of grootere verschillen in soortelijk draaiingsvermogen worden waargenomen. Een gering verschil zien wij bij rietsuiker; dat dit niet is toe te schrijven

aan eene waarnemingsfout, komt mij nagenoeg zeker voor, met het oog op den graad van naauwkeurigheid, die men bij het onderzoek met den polaristrobometer bereiken kan. Bijzonder groot zijn de verschillen, die worden waargenomen bij alcaloïden en hunne verbindingen: bij brucine zien wij het S. D. V. in eene chloroformische oplossing bijna anderhalf maal zoo groot als in eene alcoholische. Het is mogelijk, dat alcaloïden zich in het algemeen te dien opzichte gedragen evenals de door mij onderzochte cinchonine en brucine; met zekerheid laat zich daaromtrent niets voorspellen.

Uit het feit, dat het S. D. V. van levulose sterke verschillen vertoont naarmate het oplosmiddel verandert, en dat bij glycose en rietsuiker de invloed van het oplosmiddel daarentegen zeer gering is, schijnt wel te blijken, dat leden van ééne zelfde groep van lichamen zich te dien opzichte zeer verschillend kunnen gedragen. Voortgezet onderzoek in deze richting mag allezins wenschelijk geacht worden.

Terwijl ik met het bepalen van het S. D. V. van cinchonine bezig was, beging ik bij het samenstellen van een der vloeistoffen eene vergissing; ik goot namelijk ter aanvulling van het gebezigde maatkolfje een weinig alcohol bij de oplossing van cinchonine in chloroform, doch bemerkte de vergissing eerst nadat ik het S. D. V. had bepaald. Tot mijne verwondering vond ik, dat de daarvoor verkregene waarde veel grooter was, dan die voor cinchonine in alcohol en in chloroform. Ik achtte het van belang te onderzoeken, wat hiervan de oorzaak was en vond nu, dat het S. D. V. van cinchonine bij oplossing in mengsels van chloroform en alcohol geheel anders wordt gewijzigd, dan zich uit den door proefneming bekenden invloed van de beide vochten afzonderlijk liet verwachten.

Wij zagen namelijk boven dat de waarden van (α), uit het onderzoek van oplossingen in alcohol en in chloroform afgeleid, zijn ↗ 228° en ↗ 212°. Men zou nu verwachten, dat (zooals JODIN het ook bij levulose waarnam) bij oplossingen van het alcaloïde in mengsels van de twee vloeistoffen de waarden van (α) tusschen deze uiterste grenzen gelegen en des te grooter

zouden zijn, naarmate de alcohol in het mengsel de overhand had — en omgekeerd.

Intusschen was dit geenszins het geval, zooals met een oogopslag kan worden gezien uit het volgende overzicht, waarin de waarden van (α) zijn opgegeven voor de verschillende vloeistoffen, waarvan het S. D. V. is onderzocht.

N°.	Samenstelling van het oplosmiddel			Waarden van (α).
	pCt. Chloroform.		pCt. Alcohol.	
1	100.00	+	0	212°.0
2	99.66	+	0.34	216 .3
3	98.74	+	1.26	226 .4
4	94 48	+	5.52	236 .6
5	86.95	+	13.05	237 .0
6	82.26	+	17.74	234 .7
7	65.00	+	35.00	229 .5
8	44.29	+	55.71	226 .6
9	27.54	+	72.46	227 .6
10	17.02	+	82.98	227 .8
11	0.00	+	100.00	228 .0

Om mij volkomen rekenschap te geven van den invloed, die door de beide samenstellende deelen van de ter oplossing gebezigde vloeistof wordt uitgeoefend, heb ik de wet, volgens welke het S. D. V. van de samenstelling der vloeistof afhangt, graphisch voorgesteld. In Fig. 1 zijn als ordinaten aangenomen de waarden van (α), verminderd met eene lengte, die met een bedrag van 210° overeenkomt De abscissen (van links naar rechts tellende) stellen voor de procenten chloroform, die in het oplosmiddel voorkomen. Bij A geeft de ordinaat dus aan het S D V. voor cinchonine opgelost in enkel alcohol, bij B. voor cinchonine opgelost in zuiveren chloroform.

Bij de beschouwing der aldus verkregene kromme, komen de volgende merkwaardige feiten aan het licht:

1°. Men kan in eene alcoholische oplossing van cinchonine ongeveer de helft van den alcohol door chloroform vervangen, zonder dat dit op het S. D. V. eenen merkbaren invloed uit-

oefent; want het grootste verschil tusschen de daarvoor verkregene waarde zou nog geen graad bedragen (overeenkomende met 1'—1¼' bij de waarnemingen met den polaristrobometer. Zie Bijlage). Wordt daarentegen bij eene oplossing van cinchonine in chloroform slechts $\frac{1}{100}$ van het oplosmiddel door alcohol vervangen, dan is reeds een verschil van 4° in soortelijk draaiingsvermogen voortgebracht *).

2°. Het S D. V. van chinchonine is het grootst bij oplossing in eene vloeistof, die 10 pCt. alcohol en 90 pCt. chloroform bevat.

3°. Men kan uit den invloed, die twee vloeistoffen elk afzonderlijk op het draaiend vermogen eener actieve stof uitoefenen, niet besluiten tot den invloed, die door een mengsel van beide zal worden uitgeoefend.

In verband hiermede is het raadzaam, om bij het onderzoek naar het draaiingsvermogen van actieve stoffen naauwkeurig te letten op de zuiverheid van het te bezigen oplosmiddel. Vooral is dit van toepassing op het onderzoek van alcoholische oplossingen; men zal wel doen, ter vervaardiging daarvan *absoluten* alcohol te bezigen, of althans, bij vergelijkend onderzoek, van één zelfde mengsel van alcohol en water van bekende samenstelling uit te gaan. Want, zoo als mengsels van alcohol en chloroform in hunne werking op vaste actieve stoffen verschillen van elk der daarin voorkomende bestanddeelen, zoo kan van mengsels van alcohol en water hetzelfde verwacht worden; eene enkele proef heeft mij het gegronde van deze stelling dan ook voldoende bewezen.

Keeren wij nu intusschen tot het boven beschrevene verschijnsel zelve terug. Biot heeft den invloed van den concentratiegraad op het S. D. V. van actieve stoffen verklaard, door aan te nemen, dat zich zekere soort van moleculaire verbindingen vormen van de actieve stof met het oplosmiddel. Naar-

---

*) Met het oog hierop zou het bepalen van het S. D. V. van eene oplossing van cinchonine in chloroform een middel kunnen zijn, om een gehalte aan alcohol te vinden en quantitatief te bepalen. Gemakkelijker ware dit echter te doen, door de bepaling van oplosbaarheid van cinchonine in de te onderzoeken vloeistof, omdat die, zooals wij later zullen zien, binnen zekere grenzen zeer toeneemt, naarmate de chloroform meer alcohol bevat.

mate de verhouding tusschen beide veranderde, zouden telkens andere verbindingen tot stand komen; en het liet zich denken, dat het S. D. V. der actieve stof in deze verbindingen allengs kleinere of grootere wijzigingen ondergaan kon.

Wanneer wij deze zienswijze aannemen, om ook den invloed van *verschillende* oplosmiddelen op het S. D. V. eener actieve stof te verklaren, dan doet zich de vraag voor, of er niet eenig verband bestaat tusschen dezen invloed op het S. D. V. en het vermogen om vaste stoffen op te lossen.

Bestaat dit verband, dan is het, zooals mij voorkomt niet onwaarschijnlijk, dat in het algemeen het S. D. V. eener actieve stof meer zal gewijzigd worden door eene inactieve vloeistof, waarin zij gemakkelijk, dan door eene waarin zij moeilijk oplost. Immers men kan zich het oplossen van eene vaste of vloeibare stof in eenig vocht niet voorstellen, zonder aan te nemen dat de deeltjes van beide eene aantrekking op elkander uitoefenen, hoe zwak die ook moge zijn in vergelijking van hetgeen wij gewoon zijn scheikundige verbinding te noemen.

Om deze hypothese eenigszins aan de waarneming te toetsen, heb ik de oplosbaarheid van cinchonine in alcohol, chloroform en in mengsels van deze beide bepaald. De resultaten van dit onderzoek zijn samengevat in het volgende tafeltje:

N°.	Samenstelling van het oplosmiddel.			Hoeveelheid der opgeloste stof in procenten. (Gewicht van het oplosmiddel = 100).
	pCt. alcohol.		pCt. chloroform.	
1	100 0	en	0.0	0.77
2	90.9	〃	9.1	0.94
3	77.6	〃	22.4	1.27
4	64.9	〃	35.1	1.83
5	47.7	〃	52.3	3.30
6	34.9	〃	65.1	4.84
7	27.4	〃	72.6	5.67
8	22.8	〃	77.2	5.88
9	18.2	〃	81.8	5.81
10	7.8	〃	92.2	4 14
11	1.9	〃	98.1	1.30
12	0.0	〃	100.0	0.28

Oplossing in alcohol van 50 pCt.

$p = 1.0573$; $v = 20$ CC; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 10°43′	↗ 10°45′	↗ 10°44′
10 37	10 42	10 40
10 38	10 44	10 41
10 45	10 38	10 38
10°40′.8	10°42′.3	10°40′.8

Midden α = ↗ 10°41′

(α) = ↗ 66°.4′

LICHTE CUBEBENOLIE.

(Dit praeparaat was uit eene hoeveelheid van ongeveer 1 liter ruwe cubebenolie, die ik aan de goedheid van Dr. J. E. DE VRIJ te danken had, door gefractioneerde destillatie afgezonderd. Het kookpunt lag bij 221° C. Voor het s. g. vond ik 0,856, alzoo een veel geringer cijfer, dan door SCHMIDT in zijn onderzoek omtrent cubebenolie (*Arch. der Pharmacie*, Bd. 191. S. 1—49) wordt opgegeven (namelijk 0.915.) Het is mij gebleken, dat door overhaling in het luchtledige eene meer volledige scheiding der beide aetherische oliën C_{30} H_{48} kan worden uitgevoerd en dat het S. D. V. van de aldus bereide lichte olie grooter is dan van het onder gewone luchtdrukking verkregen product.)

Cubebenolie onvermengd.

$\delta = 0.856$; $l = 303.9$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↘ 16°11′	↘ 16°10′	↘ 16° 8′
15 59	16 9	16 9
16 16	16 10	16 9
16 4	15 55	16 12
16° 7′.5	16° 6′	16°9′.5

Midden α = ↘ 16°8′

(α) = ↘ 40°.8′

Oplossing in absoluten alcohol.

$\varepsilon = 0.0612$; $\delta = 0.8001$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 6°10′	↖ 6°11′	↖ 6°12′
6 17	6 18	6 12
6 9	6 8	6 10
6 7	6 5	6 8
6°10 .8	6°10′.5	6°10′.5

Midden α = ↖ 6°10′.6
(α) = ↖ 41°.6

Oplossing in benzol.

$\varepsilon = 0.0595$; $\delta = 0.8814$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 6°43′	↖ 6°47′	↖ 6°44′
6 48	6 50	6 51
6 39	6 40	6 43
6 40	6 39	6 38
6°42′.5	6°44′	6°44′

Midden α = ↖ 6°43′.5
(α) = ↖ 41°.6

Oplossing in chloroform

$\varepsilon = 0.0694$; $\delta = 1.4211$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 12°29′	↖ 12°30′	↖ 12°30′
12 35	12 35	12 33
12 34	12 34	12 31
12 24	12 20	12 25
12°30′.5	12°29′.8	12°29.′8

Midden α = ↖ 12°30′
(α) = ↖ 41°. 7

CINCHONINE.

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 1.

$p = 0.1023$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°33′	↗ 3°35′	↗ 3°30′
3 35	3 33′	3 33
3 32	3 32	3 30
3 30	3 35	3 33
3°32′.5	3°33 8	3°31′.5

Midden α = ↗ 3°32′.6

(α) = ↗ 227°.6

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 2.

$e = 0.00824$; $\delta = 0.8271$; $l = 300^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 4°33′	↗ 4°10′	↗ 4°38′	↗ 4°37′	↗ 4°34′
4 38	4 41	4 35	4 36	4 37
4 46	4 47	4 39	4 42	4 38
4 42	4 48	4 41	4 43	4 43
4°39′.6	4°43′.8	4°38′.5	4°39′.5	4°38′

Midden α = ↗ 4°40′

(α) = ↗ 228°.3

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 3.

$p = 0.1505$; $v = 20$ C.C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5° 9′	↗ 5°16′	↗ 5°13′
5 11	5 11	5 17
5 13	5 15	5 15
5 10	5 15	5 12
↗ 5°10′.8	↗ 5°14′.2	↗ 5°14′.2

Midden α = ↗ 5°13′.1

(α) = ↗ 228°.1

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 4.

$p = 0.1145$; $v = 20.2$ C. C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°59′	↗ 3°57′	↗ 3°53′	↗ 3°51′	↗ 3°58′	↗ 3°55′
3 52	3 59	4 0	3 58	4 0	3 56
4 0	3 58	4 4	4 0	3 59	3 58
3 56	3 56	3 58	3 53	3 51	3 56
3°56′.8	3°57′.5	3°58′.8	3°55′.5	3°57′	3°56′.2

Midden α = ↗ 3°57′

(α) = ↗ 229°.3.

Oplossing in chloroform. N°. 1.

$p = 0.1052$; $v = 20$ C.C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°23′	↗ 3°23′	↗ 3°31′	↗ 3°29′	↗ 3°24′
3 27	3 18	3 24	3 23	3 26
3 19	3 15	3 19	3 18	3 16
3 18	3 18	3 18	3 19	3 21
3°21′.8	3°18′.5	3°23′	3°22′.2	3°21′.8.

Midden α = ↗ 3°21′.3

(α) = ↗ 209°.7.

Oplossing in chloroform. N°. 2.

$p = 0.1115$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°38′	↗ 3°32′	↗ 3°34′
3 31	3 30	3 30
3 31	3 33	3 33
3 32	3 36	3 37
3°33′	3°32′.8	3°33′.5

Midden α = ↗ 3°33′.1

(α) = ↗ 209°.6

Oplossing in chloroform. No. 3.

$p = 0.0946$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°7′	↗ 3°.8′	↗ 3°.9′
3 9	3 4	3 5
3 1	3 1	3 0
3 8	3 5	3 5
3°6′.2	3°4′.5	3°4′.8

Midden α = ↗ 3°5′
(α) = ↗ 214°.8

Oplossing in chloroform. N°. 4.

$p = 0.1028$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°12′	↗ 3° 9′	↗ 3°14′	↗ 3° 8′
3 24	3 24	3 25	3 21
3 20	3 16	3 17	3 24
3 24	3 19	3 15	3 18
3°20′	3°17′	3°17′.8	3°17′.8

Midden α = ↗ 3°18′.1
(α) = ↗ 211°.7

Oplossing in chloroform. N°. 5.

$p = 0.1072$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303{,}9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarde van α.

↗ 3°26′	↗ 3°32′	↗ 3°29′
3 27	3 28	3 24
3 27	3 28	3 27
3 28	3 26	3 28
3°27′	3°28′.5	3°27′

Midden α = ↗ 3°27′.5
(α) = ↗ 212°.3

ZWAVELZURE CINCHONINE.

$$2\,(C_{20}\,H_{24}\,N_2\,O),\ SH_2O_4 + 2\,H_2\,O.$$

Oplossing in water. N°. 1.

$\varepsilon = 0.01397$; $\delta = 1.0031$; $l = 271.3^{mm}$; $t = 16^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 6°27′	↗ 6°25′	↗ 6°29′	↗ 6°24′
6 26	6 22	6 22	6 25
6 33	6 26	6 26	6 26
6 22	6 29	6 29	6 26
6°27′	6°25.5	6°26′.5	6°25′.3

Midden α = ↗ 6°26′

(α) = ↗ 169°.2

Oplossing in water. N°. 2.

$\varepsilon = 0.01252$; $\delta = 1.0019$; $l = 271.3^{mm}$; $t = 21^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5°42′	↗ 5°43′	↗ 5°46′	↗ 5°47′
5 43	5 47	5 43	5 45
5 44	5 46	5 44	5 41
5 48	5 41	5 46	5 43
5°44′.2	5°44′.2	5°44′.8	5°44′

Midden α = ↗ 5°44′.4

(α) = ↗ 168°.6

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 1.

$\varepsilon = 0.0232$; $\delta = 0.8123$; $l = 200^{mm}$; $t = 17^\circ.6$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°20′	↗ 7°14′	↗ 7°10′	↗ 7°11′
7 11	7 9	7 13	7 13
7 11	7 11	7 12	7 14
7 9	7 6	7 10	7 12
7°12′.8	7°10′	7°11.′3	7°12′.5

Midden α = ↗ 7°11′.7

(α) = ↗ 190°.8

Oplossing in absoluten alcohol. No. 2.

$\varepsilon = 0.05493$; $\delta = 0.8396$; $l = 100^{mm}$; $t = 18^{o}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 8°58′	↗ 8°56′	↗ 8°55′	↗ 8°54′
8 48	8 54	8 55	8 55
8 47	8 54	8 56	8 57
8 51	8 50	8 53	8 54
8°51′	8°53′.5	8°54.8	8°55′

Midden α = ↗ 8°53′.6

(α) = ↗ 192°.9

SALPETERZURE CINCHONINE.

$C_{20} H_{24} N_2 O, NO_3 H + \frac{1}{2} H_2O$.

Oplossing in water.

$p = 0.4028$; $v = 20$ C. C.; $l = 303.9$; $t = 17^{o}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°26′	↗ 9°26′	↗ 9°26′
9 32	9 33	9 26
9 34	9 22	9 26
9 22	9 22	9 24
9°28′.5	9°25′.8	9°25′.5

Midden α = ↗ 9° 26′.5

(α) = ↗ 154°.2

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 0.3574$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^{o}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°20′	↗ 9°19′	↗ 9°20′
9 23	9 24	9 23
9 19	9 16	9 18
9 24	9 20	9 22
9°21′.5	9°19′.8	9°20′.8

Midden α = ↗ 9° 20′.5

(α) = ↗ 172°.0

CHLOORWATERSTOFZURE CINCHONINE.

$C_{20}\,H_{24}\,N_2\,O,\,H\,Cl + 2\,H_2\,O.$

Oplossing in water. N°. 1.

$\varepsilon = 0.03135$; $\delta = 1.0053$; $l = 200$; $t = 17°$.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°50′	↗ 9°46′	↗ 9°46′	↗ 9°48′
9 48	9 49	9 52	9 52
9 53	9 54	9 52	9 51
9 47	9 47	9 49	9 50
9°49′.5	9°48′	9°49.8	9°50′.3

Midden α = ↗ 9° 49′.4

(α) = ↗ 156°.0

Oplossing in water. N°. 2.

$\varepsilon = 0.02648$; $\delta = 1.0042$; $l = 200^{mm}$; $t = 18°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 8°21′	↗ 8°29′	↗ 8°26′	↗ 8°23′
8 29	8 26	8 25	8 27
8 22	8 23	8 24	8 24
8 30	8 25	8 27	8 28
8°25′.5	8°25′.8	8°25′.5	8°25′.5

Midden α = ↗ 8° 25′.5

(α) = ↗ 158°.4

Oplossing in water. N°. 3.

$\varepsilon = 0.01572$; $\delta = 1.0023$; $l = 200$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5°2′	↗ 5° 1′	↗ 5°4′	↗ 5° 2′	↗ 5°6′
5 8	5 13	5 8	5 5	5 7
5 6	5 7	5 5	5 6	5 4
5 3	5 6	5 8	5 10	5 4
5°4′.8	5° 6′.8	5°6′.2	5° 5′.8	5°5′.2

Midden α = ↗ 5° 5′.8

(α) = ↗ 161°.6

Oplossing in alçohol van 93 pCt.

$\varepsilon = 0.0536$; $\delta = 0.8387$; $l = 200{,}13^{mm}$; $t = 16^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 15°38′	↗ 15°38′	↗ 15°49′	↗ 15°53
15 45	15 43	15 27	15 41
15 53	15 50	15 41	15 43
15 38	15 37	15 57	15 50
15°43′.5	15°42′	15°43′.5	15°46′.8

Midden α = ↗ 15° 44′

(α) = ↗ 174°.9

BRUCINE.

(Op 100° C. gedroogd.)

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 0.8986$; $v = 20$ C. C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 18^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 11°30′	↖ 11°34′	↖ 11°36′
11 39	11 37	11 35
11 44	11 37	11 37
11 37	11 32	11 36
11°37′.5	11°35′	11°36′

Midden α = ↖ 11° 36′

(α) = ↖ 85°.0

Oplossing in chloroform. N°. 1.

$p = 1.4917$; $v = 20$ C. C.; $l = 303{,}9^{mm}$; $t = 18^{\circ}$C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 27° 7′	↖ 27° 9′	↖ 27°10′
27 4	27 6	27 6
27 15	27 13	27 11
27 13	27 11	27 13
27° 9′.8	27° 9′.8	27°10′

Midden α = ↖ 27° 10′

(α) = ↖ 119°.8

Oplossing in chloroform. No. 2.

$p = 0.5900$; $v = 20$ C.C.; $l = 303.9$; $t = 18°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 11°1′	↖ 11°3′	↖ 11°2′
11 2	11 0	11 2
11 0	11 0	11 4
11 4	11 5	11 0
11°1′.8	11°2′	11°2′

Midden α = ↗ 11° 2′

(α) = ↗ 123°.0

PODOCARPINEZUUR. *)

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 1.4314$; $v = 40$ C. C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°37′	↗ 9°41′
9 42	9 40
9 43	9 46
9 42	9 44
9°44	9°42′.8

Midden α = ↗ 9° 42′

(α) = ↗ 135°.7

Oplossing in alcohol van 93 pCt.

$\varepsilon = 0.09176$; $l = 225^{mm}$; $t = 16°.8$; $\delta = 0.8498$

Waargenomene waarden van α.

↗ 23°44′	↗ 23°43′	↗ 23°52′	↗ 23°52′
23 56	23 45	23 46	23 34
23 55	23 54	23 49	23 32
23 56	23 52	24 5	23 50
23°52′.8	23°49′.5	23°53′.5	23°42′

Midden α = ↗ 23° 49′.5

(α) = ↗ 135°.7

*) Een kristallijn harszuur, door mij ontdekt in eene harsmassa, afkomstig het hout van oude exemplaren van Podocarpus cupressina. Samenstelling $H_{22} O_3$.

Oplossing in aether. N°. 1.

$p = 2.0673$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 13°27′	↗ 13°24′	↗ 13°23′
13 34	13 35	13 27
13 18	13 24	13 29
13 27	13 21	13 24
13°26′.5	**13°26′**	**13°25′.8**

Midden α = ↗ 13° 26.
(α) = ↗ 130°.0

Oplossing in aether. N°. 2.

$p = 1.0717$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°1′	↗ 7°0′	↗ 6° 52′
7 4	7 3	6 0
7 0	7 4	7 4
7 9	7 2	7 2
7°3′.5	**7°2′.3**	**6°59′.5**

Midden α = ↗ 7° 1′.8
(α) = ↗ 131°.2

PODOCARPINEZUUR NATRIUM.

Oplossing in water. N°. 1.

$p = 1.8367$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°35′	↗ 7°38′	↗ 7°34′
7 31	7 34	7 28
7 32	7 29	7 31
7 30	7 35	7 29
7°32′	**7°34′**	**7°30′.5**

Midden α = ↗ 7° 32′.3
(α) = ↗ 82°.1

Oplossing in water. N°. 2.

$p = 2.5491$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 10°2′	↗ 10°0′	↗ 10°0′
10 1	10 2	10 2
10 5	10 1	10 4
10 4	10 2	10 4
10°3′	10°1′.8	10°2′.5

Midden α = ↗ 10° 2′.2

(α) = ↗ 78°.8

Oplossing in water. N°. 3.

$p = 5.5233$; $v = 40$ CC.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 19°46′	↗ 19°47′	↗ 19°50′
19 40	19 50	19 51
19 40	19 55	19 59
19 56	19 57	19 56
19°45′.5	19°52′.3	19°54′

Midden α = ↗ 19° 50′.6

(α) = ↗ 73°.2

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 2.7345$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°.5$.

Waargenomene waarden van α.

↗ 11°50′	↗ 11°47′	↗ 11°47′
11 47	11 43	11 49
11 37	11 44	11 49
11 44	11 49	11 50
11°44′.5	11°45′.8	11°48′.5

Midden α = ↗ 11°46′.3

(α) = ↗ 86°.1.

PHLORIZINE.

Oplossing in absoluten alcohol.

$\varepsilon = 0.04038$; $\delta = 0.8224$; $l = 200^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 3°24′	↖ 3°31′	↖ 3°26′	↖ 3°28′
3 25	3 30	3 24	3 30
3 26	3 29	3 26	3 26
3 28	3 23	3 26	3 26
3°25′.8	3°28′.3	3°25′.5	3°27′.5

Midden α = ↖ 3°26′8

(α) = ↖ 52°.0

Oplossing in houtgeest.

$\varepsilon = 0.03944$; $\delta = 0.8453$; $l = 200$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 3°25′	↖ 3°21′	↖ 3°22′	↖ 3°24′
3 27	3 33	3 29	3 31
3 35	3 25	3 29	3 27
3 22	3 23	3 27	3 25
3°27′.3	3°28′	3°26′.8	3°26′.8

Midden α = ↖ 3°26′.8

(α) = ↖ 52°.0

OPLOSSINGEN VAN CINCHONINE IN MENGSELS VAN CHLOROFORM EN ALCOHOL.

$l = 303.9^{mm}$.

N°. 1.

$p = 0.1080$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$CHCl_3$ 17.02 pCt.

C_2H_6O 82.98 "

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°48′	↗ 3°42′	↗ 3°43′	↗ 3°47′
3 42	3 48	3 49	3 42
3 38	3 45	3 42	3 45
3 45	3 46	3 40	3 46
3°43′.3	3°45′.2	3°43′.5	3°45′

Midden α = ↗ 3° 44′.3

(α) = ↗ 227°.8

N°. 2.

$p = 0.1119$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$CHCl_3$ 27.54 pCt.
C_2H_6O 72.46 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°51′	↗ 3°51′	↗ 3°54′	↗ 3°53′
3 49	3 53	3 52	3 50
3 52	3 54	3 53	3 49
3 52	3 54	3 56	3 54
3°51′	3°53′	3°53′.8	3°51′.5

Midden α = ↗ 3° 52′.4
(α) = ↗ 227°.6

N°. 3.

$p = 0.1178$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$CHCl_3$ 44.29 pCt.
C_2H_6O 55.71 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 2′	↗ 4° 1′	↗ 4° 5′	↗ 4° 2′	↗ 4° 1′
4 11	4 11	4 11	4 13	4 8
4 4	4 5	4 2	4 3	4 2
3 52	3 58	4 0	4 0	3 57
4° 2′.2	4° 3′.8	4° 4′.5	4° 4′.5	4° 2′

Midden α = ↗ 4° 3′.4
(α) = ↗ 226°.6

N°. 4.

$p = 0.1141$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$CHCl_3$ = 65.00 pCt.
C_2H_6O = 35.00 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 0′	↗ 3°59′	↗ 4° 2′
4 1	4 6	4 1
3 57	3 55	3 57
3 56	3 56	3 55
3°58′.5	3°59′	3°58′.8

Midden α = ↗ 3° 58′.8
(α) = ↗ 229°.5

N°. 5.

$p = 0.1122$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$CHCl_3$ 82.26 pCt.

C_2H_6O 17.74 "

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 4′	↗ 4° 3′	↗ 4° 4′
3 56	3 55	3 56
3 56	3 54	4 0
4 1	4 2	4 3
3°59′.2	3°58′.5	4° 0′.8

Midden α = ↗ 3° 59′.4

(α) = ↗ 234°.7

N°. 6.

$p = 0.1139$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$CHCl_3$ = 86.95 pCt.

C_2H_6O = 13.05 "

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 6′	↗ 4°4′	↗ 4° 6′
4 10	4 6	4 12
4 6	4 7	4 10
4 3	4 2	4 1
4° 6′.3	4°4′.8	4° 7′.3

Midden α = ↗ 4° 6′.1

(α) = ↗ 237°.0

N°. 7.

$p = 0.1038$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$CHCl_3$ = 94.48 pCt.

C_2H_6O = 5.52 "

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°47′	↗ 3°42′	↗ 3°47′	↗ 3°49′
3 40	3 48	3 41	3 44
3 42	3 42	3 41	3 43
3 46	3 46	3 42	3 41
3°43′.8	3°44′.5	3°42′.9	3°44′.3

Midden α = ↗ 3° 43′.9

(α) = ↗ 236°.6

N°. 8.

$p = 0.1169$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$C\,H\,Cl_3 = 98.74$ pCt.

$C_2H_6O = 1.26$ "

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°59′	↗ 4° 2′	↗ 4° 5′
4 2	4 2	4 6
4 8	4 2	4 0
3 58	3 57	3 56
4° 1′.8	4° 0′.8	4° 1′.8

Midden α = ↗ 4° 1′ 4

(α) = ↗ 226°.4

N°. 9.

$p = 0.1325$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$C\,H\,Cl_3 = 99.66$ pCt

$C_2H_6O = 0.34$ "

Waargenomene waarden van α.

↗ 4°17′	↗ 4°24′	↗ 4°24′	↗ 4°29′
4 27	4 20	4 26	4 23
4 22	4 21	4 22	4 18
4 16	4 18	4 14	4 17
4°20′.5	4°20′.8	4°21′.5	4°21′.8

Midden α = ↗ 4° 21′.1

(α) = ↗ 216°.3.

OPLOSBAARHEID VAN CINCHONINE IN ALCOHOL, CHLOROFORM EN IN MENGSELS VAN BEIDE BIJ 17° C.

Hiertoe werd cinchonine gebezigd, die door neêrslaan uit eene slap alcoholische solutie van zuivere chloorwaterstofzure cinchonine in den vorm van uiterst fijne mikroskopische kristalletjes was afgescheiden. Bij elke proef werd de kolf met het vocht en met eene overmaat van cinchonine 1 uur lang in een bad met water van 17° gelaten en van tijd tot tijd geschud. Het

vocht werd daarna door een bedekten trechter in een kolfje afgefiltreerd, waarvan het gewicht met de daarop passende kurk bekend was. De kolf werd nu gesloten en met haren inhoud gewogen; eindelijk werd deze laatste in een platinaschaal gebracht, de kolf eenige malen met alcohol uitgespoeld, het vocht verdampt en het residu op 100° C. gedroogd.

1)	Absolute alcohol	6.9275 gr. der opl. gaven	0.0537 gr. resid.
	(dus alcohol	6.8738 en cinchonine	0.0537).
2)	9.1 % $CH Cl_3$ + 90.9 % C_2H_6O. —	7.1260 gr. der opl. gaven	0 0664 » »
3)	22.4 » $CH Cl_3$ + 77 6 » C_2H_6O. —	6.4654 » » »	0 0810 » »
4)	35.1 » $CH Cl_3$ + 64.9 » C_2H_6O. —	7.2914 » » »	0.1314 » »
5)	52.3 » $CH Cl_3$ + 47.7 » C_2H_6O. —	7.9565 » » »	0.2531 » »
6)	65.1 » $CH Cl_3$ + 34.9 » C_2H_6O. —	7.0071 » » »	0.3226 » »
7)	72.6 » $CH Cl_3$ + 27 4 » C_2H_6O. —	7.1426 » » »	0.3327 » »
8)	77.2 » $CH Cl_3$ + 22.8 » C_2H_6O. —	6.1256 » » »	0.3392 » »
9)	81.8 » $CH Cl_3$ + 18.2 » C_2H_6O. —	5 6554 » » »	0.3106 » »
10)	92.2 » $CH Cl_3$ + 7.8 » C_2H_6O. —	6.9240 » » »	0.2749 » »
11)	98.1 » $CH Cl_4$ + 1.9 » C_2H_6O. —	6.7042 » » »	0.0855 » »
12)	Absolute chloroform.	4.9694 » » »	0.0139 » »

EENIGE WAARNEMINGEN EN OPMERKINGEN

OVER HET

OPWAAIEN VAN WATER.

DOOR

J. R. T. ORTT.

Voorgedragen in de Vergad. van 26 April 1872.

Reeds meermalen werd in deze Vergadering gesproken over het wenschelijke van juiste gegevens te bezitten der hoogten, waarop het water bij hevigen wind kan worden opgestuwd. Dat gaf mij aanleiding daaromtrent eenige waarnemingen te verzamelen, waarvan ik hier de uitkomst wil mededeelen.

Dat zulke opwaaiingen groote verhooging van den waterspiegel kunnen ten gevolge hebben, leeren ons de stormen, waarbij het zeewater tot 2, ja zelfs tot meer dan 3 meters boven den gewonen stand van volzee tegen onze kusten en dijken wordt opgevoerd, zonder nog van hoogeren aanslag der golven te spreken.

Ook worden er voorbeelden van sterke afwaaiing aangetroffen, waarbij het watervlak tot meer dan 2 meters onder den stand van gewoon laagwater daalt.

Doch niet alleen de zee, maar ook de binnenwateren zijn bij harden wind aan sterke op- en afwaaiing onderhevig.

Zoo kan het met de zee in verbinding staande Zwarte-water in Overijssel zich bij aan- en aflandigen wind zoo zeer verhoogen en verlagen, dat Zwolle òf overlast van water heeft, òf dat de meeste vaartuigen aldaar aan den grond liggen en de scheepvaart er gestremd is.

Hoewel geheel van het buitenwater afgesloten, werd dezelfde

uitwerking op het vroegere Haarlemmermeer in sterke mate ondervonden. Men behoeft daarbij maar indachtig te zijn tot welke rampen dit meer aanleiding heeft gegeven, door de menigvuldige inbraken der omliggende polders.

Vooral leverde het jaar 1836 daarvan droevige voorbeelden op, toen, bij den zuidwester storm van 29 November, het water aan de zijde van Amsterdam van 0.43 onder tot 0.64 M. boven A.P. en alzoo 1 07 M. werd opgedreven, de Sloter Binnen- en Middelveldsche gecombineerde polders, alsmede de Osdorper Binnenpolder en de polder Rietwijkeroord, gezamenlijk ter grootte van 2685 H. A. onder water werden gezet, en, bij den spoedig daarop volgenden N. O. storm van 24—25 December, de Lisserpoel voor de derde maal onderliep. Ook andere polders, als die der Vier Ambachts, Hazerswoude enz., deelden in een gelijk lot van doorbraak, welke rampen allen aan de opwaaiing van het water zijn te wijten.

Nog werd van het meerwater ander ongerief ondervonden, bijv. dat de stad Leiden en de Straatweg tusschen Oegstgeest en Sassenheim in 1836 onder water werden gezet, en dit zelfde ook meermalen geschiedde met den Straatweg tusschen Amsterdam en Haarlem, waardoor het berijden van dien weg gevaarlijk werd en het verkeer daarvan slechts stapvoets kon plaats hebben.

Een voorbeeld van sterke af- en opwaaiing vindt men aangeteekend in het rapport van de Toezienders en landmeter in dienst van Rijnland, CRUQUIUS, JAN NOPPEN en MELCHIOR BOLSTRA, dd. Juli 1742, aan de WelEdele Heeren Dijkgraaf en Hoogheemraden van Rijnland, handelende over eene droogmaking van het Haarlemmermeer, alwaar men leest, dat op den 26sten Februari 1714 Rijnlands boezem voor Zwanenburg in 30 minuten tijds, van 19 tot 80 duim onder peil zakte, terwijl het Kagermeer tot 40 duim boven peil gerezen was, gevende alzoo een verschil van 120 Rijnl. duimen, of 3.132 M. op ongeveer 23000 M. lengte, overeenkomde met een verhang van 13.6 cM. per K. M.

Ook tijdens den bouw van het stoomgemaal den Leeghwater nabij de Kaag, werd, bij het opkomen van een sterken N. O. wind, binnen den tijd van een half uur, eene verhooging van den waterspiegel van 0.90 M. waargenomen.

Doch niet slechts in meren maar ook in kanalen kunnen zich zeer sterke opwaaiingen voordoen. Eene belangrijke opgave vind ik daarvan in de aangeteekende waterstanden in den Haarlemmermeerpolder op 1 Februari 1868, toen het water aan den Leeghwater tot 6.10 M. onder A.P. afliep en bij den Lijnden tot 4.50 M. onder A P. werd opgezet, gevende, over eene lengte van 203000 M., 1.60 verhang, of ruim 7.88 cM. per K.M., en dit groote verschil in waterstand was daarbij reeds verminderd door voortdurende krachtige uitmaling aan den Lijnden, terwijl de Leeghwater bij gebrek aan water buiten werking stond.

Van welken grooten invloed de op- en afwaaiing voor de uitwatering der polders is, behoef ik slechts aan te stippen. Een groot aandeel in den strijd tegen de droogmaking van het Haarlemmermeer bestond ook daarin, dat alsdan de dubbele werking van opwaaiing van het boezemwater en gelijktijdige afwaaiing van het IJ, niet meer zouden kunnen samenwerken en men daardoor de krachtigste loozingen zoude missen.

Opmerkelijk is het verschijnsel der opwaaiing van het IJ ten gevolge van de veelal heerschende westelijke winden, waardoor de waterstanden aan de meest westwaarts gelegen sluizen gunstiger voor de afwatering zijn, dan bij de meer oostwaarts gelegene, hoewel het water nog over de gansche lengte van het IJ moet wegvloeien voor dat het de Zuiderzee bereikt.

Gedurende het driejarig tijdvak, van het begin van 1868 tot het einde van 1870, verkrijgt men dienaangaande de volgende uitkomsten, afgeleid uit de driemaal daags gedane waarnemingen.

PLAATSEN.	AANTAL UREN VAN WATERSTAND LAGER ONDER A.P. DAN													AANMERKINGEN.
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.–	1.1	1.2	1.3	1.4	1.6	2.2	
Nauerna	1936	1186	544	256	112	104	80	72	16	32	24	—	—	De waterstanden zijn gerekend op en beneden een aangenomen boezemstand van 0.40 ÷ A.P.
Zaandam	2192	1112	528	224	128	136	80	16	8	—	—	—	—	
Willemsluizen	1784	584	360	192	104	186	72	56	16	0	0	8	8	
Monnickendam	1184	632	272	176	184	80	24	—	16	8	—	—	—	

Waardoor het uitwateringsvermogen op genoemde plaatsen bij gelijke afmetingen der sluizen tot elkander staat als:

Nauerna	41
Zaandam	40
*) Willemsluizen	30.5
Monnickendam	25.5

Na de hierboven vermelde voorbeelden van sterke op en afwaaiing, valt het beter in het oog, welk belang er in gelegen is, deze zaak meer van nabij te beschouwen, daar zulks van invloed zou kunnen zijn op de groote waterwerken nu in uitvoering, of die tot welker instandbrenging men wil besluiten.

Zoo doet zich bijvoorbeeld de vraag voor, of men bij de afsluiting van het IJ, die in den loop van dit jaar zal plaats hebben, ook even als vroeger bij het Haarlemmermeer, aan groot waterverschil door op- en afwaaiing zal bloot staan, en dat de waterspiegel zich daardoor 1 of meer meters zou kunnen verhoogen, terwijl men van verschillende zijden met opgewondenheid het gevoelen verdedigt, dat de voorgeschreven waterstand

---

*) Aan de sluizen van Schermerboezem te Nauerna, Zaandam en Monnickendam zijn de waarnemingen gedaan 's morgens te 8 uur, 's middags te 12 en 's namiddags te 4 uur, waardoor de dag van 's morgens 6 tot 's avonds 6 uur juist in tijdvakken van 4 uur is verdeeld. De waargenomen standen zijn voor den tijd van 4 uur aangehouden en verder de nachtgetijden aan die van den dag gelijk gesteld. Voor de Willemsluizen is hetzelfde geschied, hoewel de waterstanden volgens de zelfregistreerende peilschaal een minder gunstigen toestand voor afvloeiing aangeven, zooals uit achterstaande opgaven blijkt:

Onder	0.4	÷	A.P. gedurende	1017	uur.	Onder	1.6	÷	A.P.	gedurende	1.5	uur
〃	0.5	〃	〃	〃	446.5	〃	〃	1.7	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.6	〃	〃	〃	217.5	〃	〃	1.8	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	0.7	〃	〃	〃	170	〃	〃	1.9	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.8	〃	〃	〃	121	〃	〃	2.—	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.9	〃	〃	〃	89	〃	〃	2.1	〃	〃	〃	0.—	〃
〃	1.—	〃	〃	〃	72.5	〃	〃	2.2	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	1.1	〃	〃	〃	13.5	〃	〃	2.3	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	1.2	〃	〃	〃	5.5	〃	〃	2.4	〃	〃	〃	1.5	〃
〃	1.3	〃	〃	〃	4	〃	〃	2.5	〃	〃	〃	1.5	〃
〃	1.4	〃	〃	〃	2.5	〃	〃	2.6	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	1.5	〃	〃	〃	2.—	〃	〃						

Bij het in rekening brengen dezer uren zou het gevonden verhoudingsgetal van 30.5 tot 21.2 verminderen.

van 0.50 M. onder A.P. zal kunnen worden behouden, of wel, dat het water tot 0.40 M. onder A.P. of nog eenige centimeters meer zal rijzen.

Ook voor het geval dat men eenmaal mocht besluiten om over te gaan tot de droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee, zullen er groote kanalen worden gemaakt in doorgaande strekkingen van meerdere uren gaans; ook daarbij werpt zich de vraag op, of er zich nadeelige opwaaiingen kunnen voordoen, die eenen hoogeren aanleg der kanaaldijken noodig zullen maken, of waarvan men de nadeelige uitwerking zal moeten tegengaan door het stellen van tijdelijke waterkeeringen, of door eenig ander middel.

Een feit dat uit de waarnemingen ten duidelijkste blijkt is dit, dat het water bij sterken wind geen doorgaande gelijke helling in het oppervlak aanneemt, iets dat men geneigd zoude zijn bij den eersten indruk te vooronderstellen.

Wanneer men de kaart der Zuiderzee beschouwt, dan ziet men dat Enkhuizen, Urk en Schokland in eene rechte lijn zijn gelegen, van W. t. N. naar het O. t. Z. alzoo in de hoofdrichting der hevigste stormen. Uit bijlage I blijkt dat er groot verschil bestaat in de verhanglijnen tusschen die plaatsen. In centimeters per K. M. uitgedrukt zijn die als volgt:

Storm van 31 Dec. 1854—2 Jan. 1855 tuss. Enkhuizen-Urk 1.078, Urk en Schokl. 6.462
" " 18—20 December 1862 " " " 1.171 " " " 5.726
" " 19—22 Januari 1863 " " " 1.366 " " " 5.726
" " 6— 7 " 1865 " " " 0.537 " " " 1.391
" " 2— 3 December 1867 " " " 0.390 " " " 1.381

waarbij de windrichting, tijdens de sterkste stooten, te Helder tusschen W. en W.N.W. werd waargenomen.

Neemt men in plaats van Enkhuizen als vergelijkingspunt Medemblik, dat meer aan open zee, doch iets noordelijker gelegen is, dan verkrijgt men blijkens dezelfde bijlage nog grooter verschil, daar alsdan viermaal van deze vijf gevallen het water te Urk lager dan te Medemblik teekende, zoodat tusschen Medemblik en Urk een verhang bestond, juist tegenovergesteld van hetgeen men bij de windrichting had mogen verwachten.

Ook bij afwaaiing van het IJ vindt men tijdens de laagste

standen groote onregelmatigheden. Uit bijlage II zijn de volgende verhangen genomen, uitgedrukt in centimeters per kilometer.

DATUM DER STORMEN.	Spaarndam Nauerna.	Nauerna Zaandam.	Zaandam Willemsluizen.
27 Mei 1860.	÷ 4.286	4.861	3.538
19 Januari 1863	0.286	1.667	÷ 14.153
3 December 1863.	÷ 1.143	0	÷ 2.462
6 Februari 8 uur 1867. .	2.286	0.833	÷ 1.077
6 Februari 12 uur 1867 .	÷ 1.429	2.083	÷ 0.154
1 December 1867.	0.857	0.694	÷ 1.538
7 December 1868.	÷ 12.286	5.972	8.923
11 December 1868	÷ 3 429	0.696	÷ 2.308
27 December 1868	6.286	0.139	÷ 3.538

Hoewel al de oorzaken van zulke onregelmatige uitkomsten moeilijk zullen kunnen worden aangewezen, zoo is het toch duidelijk, dat het water in vele gevallen geene doorgaande helling in het oppervlak aanneemt, en ook, dat wanneer zulks geschiedde, er met eene breedte als die der Noordzee, veel hooger stormvloeden op onze kusten zouden moeten komen dan werkelijk het geval is.

Het verschil toch tusschen Urk en Schokland bedraagt, blijkens Bijlage I, meermalen 0.70 M. en dat op een afstand van slechts 2 uur gaans. In dezelfde verhouding zoude 10 maal deze afstand, of 20 uur gaans, tot stormvloeden van 7 M. boven volzee leiden, of wel zou het water tot gelijke diepte onder volzee kunnen wegvloeien. Na zulke ongerijmde uitkomsten zal het wel niet noodig zijn, het feit van het niet bestaan eener doorgaande helling in het oppervlak van het water, door meerdere voorbeelden of beschouwingen te staven.

Ten einde eenigszins met de opwaaiing van het water in kanalen bekend te worden, heb ik getracht de uitkomsten van waarnemingen te verzamelen en daartoe biedt het Noordhollandsch kanaal eene uitnemende gelegenheid aan. Dagelijks toch wordt op verschillende punten de stand van het water aangeteekend,

terwijl men, door den zelf-registreerenden windwijzer en windmeter te Helder, met de richting en kracht van den wind nauwkeurig bekend is. Slechts het gedeelte tusschen Alkmaar en het Nieuwediep heb ik daarbij behandeld, als zijnde het naaste bij het observatorium gelegen, waardoor de kans vermeerderde van den geheerscht hebbenden wind, zoowel in richting als in kracht, in rekening te brengen.

Dit gedeelte van het kanaal bevat drie nagenoeg gelijke vakken, als:

Van de Koopvaardersluis te Nieuwediep tot de Zijpersluis	lang ongeveer	12000 M.
„ „ Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis	„ „	14000 „
„ „ Jacob Klaassensluis tot de Schermervlotbrug bij Alkmaar	„	13000 „

aan welker begin en uiteinde dagelijks waarnemingen worden gedaan.

Deze vakken zijn te meer voor het doel geschikt, omdat zij ieder voor zich in hoofdzaak in ééne richting loopen, en op het eerste kanaalvak in het geheel geene dwarskanalen uitkomen, op het tweede vak alleen de evenwijdige of haaksche slooten van de Zijpe en op het derde slechts weinige slooten van zeer geringe afmetingen aan de westzijde.

De groote sloot van de Zijpe, welke veelal in vrije gemeenschap met het kanaal staat en bij de Jacob Klaassensluis uitkomt, kan intusschen eenigen invloed uitoefenen, zoowel op het 2de als op het 3de vak.

Verder zijn de standen genomen over de jaren 1869 en 1870, waarbij op het volgende is gelet:

1° Dat terwijl men de waarnemingen deed, te Nieuwediep niet werd gespuid en zulks den vorigen nacht ook geen plaats vond.

2° Dat de wind minstens een druk van 5 K.G. per M^2 bezat, en dat niet alleen tijdens de waarneming maar ook gedurende het vorige etmaal.

3° Dat de windrichting in overeenstemming met het kanaalvak was, of daarmede hoogstens 2 windstreken verschilde.

Door bovenstaande voorwaarden werd het aantal waarnemin-

gen, blijkens Bijlage III, tot 83 dagen beperkt. Die dagen zijn achter de lijst der waarnemingen in staat B, volgens den winddruk, gerangschikt.

De uitkomsten dezer waarnemingen loopen zoo ontzettend uiteen, dat daaruit onmogelijk eenige wet kan worden afgeleid.

Ik behoef om dit aan te toonen slechts op het volgende te wijzen. Het grootste verhang van 1.21 cM. wordt gevonden bij een winddruk van 10 K.G., terwijl onder dienzelfden winddruk ook $^1/_{15}$ gedeelte van dat verhang of 0.08 cM. wordt aangetroffen, en bij een drie en een halfmaal sterkeren winddruk van 35 K.G. slechts een verhang van 0.42 cM. wordt gevonden, en eindelijk een winddruk van slechts 6 K.G. 0.57 cM. verhang aangeeft, zijnde 0.15 cM. meer dan bij een zesmaal sterkeren stoot.

Men behoort daarbij echter in het oog te houden, dat bij dergelijke waarnemingen nog menige kans bestaat om feilen te begaan, waaronder, behalve den invloed der dwarskanalen, nog kunnen genoemd worden, de onzekerheid of er op de dagen van waarneming ook door bemaling water op het kanaal is gebracht, of bij droogte daaraan water werd onttrokken, als ook onnauwkeurige schatting der hoogte bij het kabbelen van het water.

Hierna heb ik een onderzoek ingesteld der opwaaiingen die zich in de ruime Hoofd- en Kruisvaart van den Haarlemmermeerpolder hebben voorgedaan. Daarvan worden toch, door de goede zorgen van het Polderbestuur, sedert vele jaren de dagelijksche waterstanden aangeteekend, zoowel aan de uiteinden bij de stoomwerktuigen de Leeghwater, de Lijnden en de Cruquius, als aan het punt van kruising te Hoofddorp.

De Hoofdvaart lang 20300 M. loopt in de richting van Z.W. naar N.O., en de kruisvaart te lood daarop van N.W. naar Z.O.

Deze beide kanalen hebben het voordeel van geheel afgescheiden te zijn van het buitenwater, en ook, van geen water door windmolens te ontvangen, terwijl van het malen der stoomwerktuigen en van het soms inlaten van het water bij groote droogte nauwkeurig aanteekening wordt gehouden, zoodat men met elken vreemden invloed bekend is.

Ik heb de waterstanden nagegaan van het begin van 1861 tot het einde van 1869, alzoo gedurende 9 jaren.

Van dit tijdvak vielen al dadelijk buiten beschouwiug de dagen, waarop een of meer der stoommachines in werking werden gesteld, of waarop water werd ingelaten, alsmede de dag, die op de afmaling of inlating volgde, zoodat men kan aannemen dat het water steeds gelegenheid heeft gehad zich weêr in een natuurlijken stand te herstellen. Ook de dagen van vorst moesten buiten rekening blijven, waardoor van het geheele aantal van 3287 dagen slechts 1209 ter beschouwing overbleven.

Van deze 1209 waarnemingen werden er 250 gevonden, waarvan het verhang op het Noordelijk gedeelte der Hoofdvaart juist in tegengestelden zin was van dat op het Zuidelijk gedeelte; ook deden zich nog 251 gevallen voor, waarbij zich op het eene gedeelte geen, en op het andere gedeelte wel een verhang vertoonde, dat zelfs tot 1.5 cM. per K.M. steeg, terwijl ik eindelijk vond dat het verhang op het eene gedeelte van de Hoofdvaart soms 2, 4, 6, 7 ja tot 11 maal meer bedroeg dan op het andere gedeelte, zoodat men niet met eenige vrucht een gemiddelde daarvan mocht nemen.

Daar de richting en kracht van den wind niet bij de opgaven van den Haarlemmermeerpolder voorkomen, zoo heb ik die uit de waarnemingen te Helder en te Utrecht afgeleid. Het bleek mij daarbij al spoedig, dat men slechts die dagen mocht aanhouden, waarin zoowel de richting als de kracht van den wind op beide plaatsen nagenoeg overeenstemden, daar men anders tot ongerijmde uitkomsten kwam. Ook hierdoor verviel weêr een aantal dagen. Er bleven alzoo ten slotte slechts 140 waarnemingen van de 1209 over, die ter beoordeeling der opwaaiing in aanmerking konden komen Verder had ik de windrichtingen noodig die juist in de strekking van de Hoofd- of Kruisvaart vielen, waardoor eindelijk het aantal waarnemingen, dat in aanmerking kon komen, tot op 47 werd teruggebracht, die in Bijlage IV Staat B voorkomen en waarin dan ook werkelijk eenig verband tusschen windkracht en verhang wordt bespeurd.

Ook heb ik in dezelfde Bijlage sub C de uitkomsten verza-

meid der windrichtingen, die onder een hoek van 45° met de Hoofd- en Kruisvaart invielen, hetgeen te gemakkelijker kon geschieden, doordat alsdan de verhangen op beide vaarten gelijk moesten zijn.

Van deze richtingen hebben er zich slechts 21 voorgedaan, zoodat dit aantal ook te gering is om eene vaste betrekking te ontdekken tusschen de windkracht en het verhang, daar er zich in de uitkomsten dezer enkele gevallen natuurlijk veel onregelmatigs voordoet. Bij eene vergelijking met de uitkomsten, die wij hierboven in Staat B verkregen, blijkt het intusschen duidelijk, van hoeveel minderen invloed de wind op het verhang is wanneer die kracht onder een hoek van 45° invalt dan wel in de strekking van het kanaal waait.

Ziehier de uitkomst en de vergelijking der beide verhangen.

Winddruk per M² in K.G.	Verhang per K.M. in c.M.	
	Bij wind in de richting van het kanaal.	Bij windrichting onder 45°.
26	3.65	—
22	2.32	—
18	1.18	0.92
14.5	0.99	0.72
12	0.77	—
10	0.68	0.60
8	0.62	—
7	0.60	0.47
5	0.55	0.40
2	0.36	0.18
1	0.30	—

Hoe weinig beslissend de uitkomsten van dit onderzoek ook zijn mogen, zoo hebben zij toch eenig licht verspreid, en aangetoond hoe ontzettend onregelmatig de wind gewoonlijk waait, en dat zoowel wat de richting als wat de kracht betreft.

Deze uitkomsten leiden alzoo tot de gevolgtrekking, dat ongelijkheid in richting en kracht van den wind, zelfs tusschen

nabij elkâar gelegen plaatsen, regel is te noemen, en gelijkmatigheid daarvan tot de zeldzaamheden behoort. Bij zulk eene bevinding wekt het alzoo geene verwondering meer, dat de verhangen ten opzichte van de windkracht op het Noordhollandsch kanaal, in Staat B achter Bijlage III gevonden, zoo uiteenliepen. De windkracht te Helder waargenomen, zal niet overal dezelfde zijn geweest, en de richting, die in de strekking van het kanaal werd gedacht, kan daarvan meermalen aanmerkelijk zijn afgeweken.

Hoewel dit onderzoek niet tot de uitkomsten heeft geleid, die ik mij voorstelde, zoo is de tijd daaraan besteed toch niet verloren te noemen. Van hoog belang althans zijn de gevonden verhangen op beide kanalen, wanneer men die onderling vergelijkt. Die in den Haarlemmermeerpolder zijn in den regel merkbaar grooter dan op het Noordhollandsch kanaal.

Het grootste verhang per K.M. op het Noordhollandsch kanaal bedroeg slechts 1.21 cM. en in den polder 3.65. Op het Noordhollandsch kanaal heeft men, bij windkracht van boven de 5 K.G., vele verhangen van slechts 1 à 2 mM., terwijl in den polder, bij gelijke windkracht, 6 mM., en, bij windkracht van slechts 1 K.G., gemiddeld 3 mM. verhang werd gevonden.

Dit merkbare verschil moet dus zijne oorzaak vinden in de grootere afmetingen van het Noordhollandsch kanaal, bij vergelijking met die van de beide kanalen in den Haarlemmermeerpolder.

Het Noordhollandsch kanaal heeft, bij eene diepte van 5.70 M. onder kanaalpeil, eene breedte op den waterspiegel van 38 M. De Hoofd- en Kruisvaart hebben, bij eene diepte van 1.30 M., eene breedte op den waterspiegel van 24 M.

De grootere breedte kan intusschen onmogelijk aanleiding tot minder verhang geven, om reden dat de golven zich dan beter kunnen ontwikkelen en de wind dieper in het water grijpt, waardoor de opwaaiing sterker moet worden.

Werkt de breedte van kanalen alzoo in omgekeerden zin dan de uitkomsten hierboven gevonden, zoo volgt daaruit, dat het vooral de diepte moet zijn die hier van overwegenden invloed is, hetgeen dus tot de vooronderstelling leidt, dat er bij diepere

kanalen onder langs den bodem een tegenstroom ontstaat, waardoor het verhang zich herstelt.

Ik heb deze zaak doen onderzoeken en wel op den 7den October jl. in het Noordhollandsch kanaal nabij het Nieuwediep, in het gedeelte genaamd het Palenrak, bij een waterstand van 0.10 M. boven A.P. en met eene windrichting Z.W.t.W. en een winddruk van 20 K.G.

De kanaalbodem ligt op 6.08 M. onder A.P., zoodat er tijdens de proefneming eene diepte bestond van 6.18 M.

Bij gebrek aan een geschikten stroommeter, werd door den opzichter van den Waterstaat J. C. MANN een tonnetje gebezigd van 0.40 M. middellijn en 0.55 M. lengte, dat tot zinkens toe was gevuld, doch door een touw verbonden aan den zinken kop van een gewonen drijver, op de verlangde diepte werd gehonden.

Toen het tonnetje op 4 M. onder den waterspiegel was geplaatst, dreef de drijver met den wind af. Op 4.50 M. diepte was de drijver soms in rust, of dreef zeer langzaam tegen den wind in.

Op 5 en 5.50 M. diepte dreef het toestel, zoodra het werd losgelaten, tegen den wind in, en wel met eene snelheid die geschat werd 2 M. per minuut te bedragen *).

Deze uitkomst gaf mij aanleiding om te onderzoeken of het verhang zich ook op de Zuiderzee naar de diepte regelt.

Eene schoone gelegenheid werd mij daartoe aangeboden, door waarnemingen, die in Februari, Maart en April 1871 om het uur werden gedaan op verschillende plaatsen aan de Zuiderzee.

Bij de dagen van windstilte bleek het, dat de tijden van hoog- en laagwater gelijk waren te Enkhuizen en te Urk, en

*) Het water stond tijdens de proef aan de Zijpersluis 0.20 M. onder A.P., en bij de Koopvaardersluis 0.10 M. + A.P., zoodat er over de lengte van 12000 M. een verhang bestond van 30 cM., gevende 2.5 cM. per K.M. Dit verschil is grooter dan bij een der hierboven vermelde waarnemingen werd gevonden. Mogelijk is het verhang vermeerderd door eene golving over de lengte van het kanaal, veroorzaakt door het oploopen van het water bij sluiting der deuren, welk oploopen na verschillende spuiingen is waargenomen. Het is intusschen niet gebleken na hoeveel tijd het water weder geheel in rust komt.

ook aan de van Ewijcksluis en te Stavoren; tevens werden daarbij die waterstanden als het vlak van vergelijking voor de dagen van opwaaiing aangenomen. Enkhuizen en Urk liggen juist W.t.N. en Z.t.O. De van Ewijcksluis en Stavoren liggen West en Oost.

In Bijlage V zijn de dagen opgegeven, waarbij de wind in die richtingen waaide of daarmede een hoek van 45° vormde. In de eerste lijn is de richting van den wind alleen te Enkhuizen waargenomen, in de tweede lijn heeft zulks op beide uiteinden plaats gehad. Het aantal waarnemingen bij vloed en eb gedaan, bedroeg 178, hiervan vervielen de 9 eerste dagen in Februari door vorst en die, waarbij de strekking van den wind niet in de verlangde richting liep, of aan de uiteinden veel verschilde, alsmede die waarbij de windkracht beneden 5 K G. bleef, zoodat er in het geheel voor de eerste lijn 33 en voor de tweede 26 waarnemingen tot vergelijking konden worden gebezigd.

De uitkomst volgens Staat B van Bijlage V verkregen, geeft per kilometer de volgende verhangen in cM. uitgedrukt.

Windkracht in K.G. per M².	Bodemsdiepte van 3.90 M.		Bodemsdiepte van 3 M.	
	Wind in de richting der plaatsen.	Windrichting onder 45°.	Wind in de richting der plaatsen.	Windrichting onder 45°.
5—10	0.31	0.12	0.33	0.23
10—15	0.44	0.26	0.53	0.47
15—20	0.53	0.38	0.84	0.62

Hieruit blijkt ten duidelijkste:

1° dat het verhang toeneemt met de kracht van den wind;

2° dat het verhang bij dezelfde windkracht, grooter is wanneer de wind juist in de richting der lijn waait, dan onder een hoek van 45°;

3° dat zoowel bij eene windrichting in de lijn der plaatsen, als wanneer die een hoek van 45° daarmede vormt, het verhang grooter is naarmate het water minder diepte bezit.

Ik vestig er tevens de aandacht op, dat de verhangen bij

vermeerdering van diepte veel verminderen, en ook met matigen wind bij eene diepte van 4 M. niet groot zijn. In Bijlage I wordt tijdens de zwaarste stormen, tusschen Enkhuizen en Urk, met eene diepte van ongeveer 6 M., slechts 1.366 cM. per K.M. aangetroffen, terwijl dat grootste verhang tusschen Urk en Schokland, met nagenoeg 1 M. mindere diepte, tot 6.462 cM. klimt.

Daar men hier bij een betrekkelijk klein aantal waarnemingen reeds tot zulke afdoende uitkomsten geraakt, schijnt men daaruit te mogen besluiten, dat de winden op zee aan minder afwisseling onderhevig zijn dan op het land, waar zoo vele voorwerpen daarop invloed uitoefenen. Men dient evenwel niet onopgemerkt te laten, dat hier slechts windkrachten van 5 K.G. en hooger, in rekening zijn gebracht, terwijl in den Haarlemmermeerpolder ook mindere windkracht, tot 1 K.G., in aanmerking werd genomen.

De regel, die hierboven werd gevonden, dat zich naar gelang der meerdere of mindere diepte, kleinere of grootere opwaaiing voordoet, wordt door de hoogte der stormvloeden op eene in het oogvallende wijze bevestigd.

Op de kusten van Groningen en Friesland, vóór welke zich de breede en ondiepe wadden bevinden, bereiken de stormvloeden in den regel een hoogeren stand boven volzee dan bij het gewone Noordzeestrand te Petten en te Katwijk, terwijl te Vlissingen, waar eene diepte van 30 en meer meters wordt gepeild, de opwaaiing verreweg het minste bedraagt. Bijlage VI, getrokken uit het verslag aan den Koning over de openbare werken van 1868, waarin de hoogten der stormvloeden boven volzee zijn aangegeven, levert daarvan het bewijs. De gemiddelde hoogten boven volzee uit de elf daar vermelde stormen zijn als volgt:

te Statenzijl	2.21 M.	}
„ Zoutkamp	2.14 „	}
„ Munnekezijl	2.14 „	}
„ Petten	1.81 „	}
„ Katwijk	1.80 „	}
„ Vlissingen	1.28 „	

Ook de zoo verbazende verlaging van het IJ bij het begin der stormen zal wel aan dezelfde oorzaak, namelijk aan de ondtepte van het Pampus, moeten worden toegeschreven. Het water, dat daarover eenmaal is heen gedreven, heeft door de weinige diepte geene gelegenheid om over den bodem terug te vloeien.

Zoo daalde het water met den storm van 27—28 Mei 1860 te Amsterdam aan de Oosterdoksluis tot 2.55 M. ÷ A.P., waarbij het water te Zaandam 1.00 ÷ A.P. en te Nauerna 1.50 M. ÷ A.P. stond.

In December 1863 liep het water te Amsterdam af tot 2.19 M. ÷ A.P. en te Spaarndam tot 1.04 M. ÷ A.P.

Hierbij moet worden opgemerkt, dat de waterstanden te Zaandam, Nauerna en Spaarndam door de uitstrooming der boezems zeer worden verhoogd, en dat wanneer de waarnemingen midden in het IJ tegenover die plaatsen waren gedaan, de waterstanden zeer zeker veel lager zouden zijn bevonden.

De laagste mij bekende stand op het IJ werd den 1sten Februari 1868 aan de Willemsluizen waargenomen, op 2.63 M. ÷ A.P., terwijl de laagste stand te Marken toen slechts 1.03 M. ÷ A.P. bedroeg. De stand der Zuiderzee schijnt alzoo geene aanleiding te hebben gegeven tot zulk een lagen waterstand in het IJ, tenzij eene bijzondere oorzaak, hier de ondiepte van het Pampus, dit te weeg bracht.

Als slotsom dezer beschouwingen komt het mij voor:

1°. Dat men bij het maken van lange kanalen geen vrees behoeft te koesteren voor te groote op- en afwaaiing, wanneer bij groote breedte de diepte slechts ruim is en minstens 5 meter bedraagt.

Zoowel het zeer lange doch ook bochtige Noordhollandsch kanaal, als het kortere doch geheel rechte kanaal door Zuidbeveland, leveren daarvan het bewijs.

Op het Noordhollandsch kanaal werd nimmer nadeel door opwaaiing ondervonden, terwijl men op het 8000 lange en 6.50 M. diepe kanaal door Zuidbeveland, bij de sterkste winden, schier geene opwaaiing bespeurt.

2°. Dat men na voltooiing van het Noordzeekanaal op den

IJboezem voor geene groote opwaaiing behoeft te vreezen, daar het kanaal eene diepte van 7 M. onder het kanaalpeil verkrijgt, en de geul voor Amsterdam nog eenige meters meerdere diepte bezit. Daarbij komt nog, dat het kanaal in de doorgraving wederzijds door hooge duinen is begrensd, zoodat de wind juist in die richting moet waaien om daarop merkbaren invloed uit te oefenen. Verder heeft het kanaal geene doorgaande rechte strekking, zoodat de wind over de geheele lengte niet met gelijke kracht op het water werkt.

Vóór dat het kanaal op diepte is gebracht en de indijkingen zijn voltooid, zal de opwaaiing zich nog kunnen doen gevoelen, daar de uitgestrekte oppervlakte van het westelijk IJ weinig diepte peilt en de wind dat water alzoo oostwaarts zal kunnen drijven. Men mag intusschen aannemen, dat eene sterke aftapping, die bij zulke omstandigheden te Schellingwoude zal plaats hebben, gepaard met een teruggaanden stroom door de reeds voltooide gedeelten van het diepe Noordzeekanaal, krachtig zullen medewerken om de opwaaiing te temperen.

Op ééne toepassing van het hier besprokene moet ik nog wijzen, namelijk van hoeveel invloed de vorm van het profil van een kanaal kan zijn op het uitwateringsvermogen. Wanneer toch een kanaal eene strekking heeft van het oosten naar het westen, dan vereischt het belang der afwatering dat men daaraan, bij behoud van denzelfden inhoud, een geheel ander profil geeft wanneer de sluis aan het westelijk uiteinde, dan wel aan het oosteinde is geplaatst.

Staat de sluis aan het westeinde, dan zal men, om den nadeeligen invloed der meest heerschende westenwinden te verminderen, het kanaal diep en smal moeten maken, waardoor de waterstand binnen de sluizen door mindere afwaaiing steeds hooger zal staan. Bij eene oostwaarts geplaatste sluis zal men juist het kanaal breed en weinig diep moeten maken, waardoor de stand achter de sluizen door opwaaiing merkelijk zal verhoogen, en de uitwatering veel krachtiger zal plaats hebben.

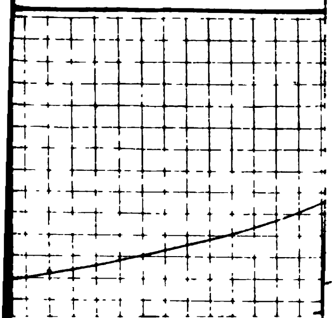
Handelt men in beide gevallen in omgekeerden zin, dan zal men de afwatering in hooge mate benadeelen.

Om dezelfde reden was het IJ, vóór den aanleg der kanaalwerken, zoo geschikt voor eene krachtige uitloozing der daaraan gelegen sluizen, daar bij groote breedte op het westelijk gedeelte weinig diepte bestond en voorts het ondiepe Pampus de terugkeer van het weggevoerde water verhinderde.

Haarlem, April 1872.

Zost

losmiddelen.



BIJLAGEN.

BIJLAGE I. EENIGE WATERSTANDEN EN VERHANGEN TIJDENS STORMVLOEDEN OP DE ZUIDERZEE.

JAAR EN DATUM DER STORMEN.	Waterstanden in meters boven A.P. te				Verhangen in centimeters tusschen						Waarnemingen te Helder gedaan.			
					Medemblik en Urk (34500 M.)		Enkhuizen en Urk. (20500 M.)		Urk en Schokland. (12225 M).					
	Medemblik.	Enkhuizen.	Urk.	Schokland.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	DAG EN UUR. DER WAARNEMING.	Windrichting.	Grootste windstoot in kilogrammen.	Waterstand in het Marsdiep in meters boven A.P.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Februarij 1825	2.98	—	2.87	3.58	÷ 11	÷ 0.319	—	—	71	5.807	—	—	—	—
25 en 26 September 1858.	1.98	—	2.02	2.56	4	0.112	—	—	54	4.417	25 September	W.N.W.	86	1.93
31 Dec. 1854—2 Jan. 1855.	2.98	2.15	2.37	3.16	÷ 61	÷ 1.768	22	1.073	79	6 462	1 Januari	W N.W.	76	2.07
27—29 Mei 1860.	1.18	—	1.43	1.98	25	0.725	—	. –	55	4.499	29 Mei, midd. 12 uur.	N.W.t.W.	135	1.02
18—20 December 1862 .	2.41	2.15	2.39	3.09	÷ 2	÷ 0.058	24	1.171	70	5.726	20 Dec., voorm. 4 uur.	W.N.W.	70	2.19
19—22 Januari 1863. . .	2.18	2.00	2.28	2.98	10	0.290	28	1.366	70	5.726	20 Jan., nam. 6 uur	W.t.N.	97	1.96
2—4 December 1863. . .	2.23	2.20	2.41	—	18	0.522	21	1.024	—	—	4 Dec., voorm. 0u 30′.	W.t.N.	135	1.59
6—7 Januari 1865. . . .	2.39	1.80	1.91	2.08	÷ 48	÷ 1.390	11	0.537	17	1.391	6 Jan , nam. 9u 40′.	W.N.W.	80	2.07
5—8 Februari 1867 . . .	1.48	—	1.20	1.42	÷ 23	÷ 0.667	—	—	22	1.800	7 Febr., nam. 6 uur.	W.	50	1.18
2—3 December 1867. . .	2.36	2.19	2.27	2.50	÷ 9	÷ 0.261	8	0.390	23	1.881	2 Dec., voorm. 11u40′.	W.t.Z.	68	1.89

BIJLAGE II.

VERHANGEN OP HET IJ BIJ STERKE AFWAAIING.

JAAR EN DATUM DER STORMEN.	Waterstanden in meters onder A.P. te				Verhangen in centimeters tusschen					
	Spaarndam.	Nauerna.	Zaandam.	Willemsluizen.	Spaarndam en Nauerna (3500 M.)		Nauerna en Zaandam (7200 M.)		Zaandam en Willemsluizen. (6500 M.)	
					Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
27 Mei 1860	0.90	1 05	0.70	0.47	÷ 15	÷ 4.286	35	4.861	23	3.538
19 Januari 1863	0.41	0.40	0.28	1.20	1	0.286	12	1 667	÷ 92	÷ 14.153
3 December 1863	0 61	0.65	0.65	0.81	÷ 4	÷ 1.143	0	0	÷ 16	÷ 2.462
6 Februari 1867 te 8 uur	0.62	0.54	0.48	0.55	8	2.286	6	0.833	÷ 7	÷ 1.077
6 Februari 1867 te 12 uur	0.70	0.75	0.60	0.61	÷ 5	÷ 1.429	15	2.083	÷ 1	÷ 0.154
1 December 1867	0.68	0.65	0 60	0.70	3	0.857	5	0.694	÷ 10	÷ 1.538
7 December 1868	0.90	1.33	0.90	0.32	÷ 43	÷ 12.286	43	5.972	58	8.923
11 December 1868	0.87	0.98	0.93	1.08	÷ 12	÷ 3.429	5	0.696	÷ 15	÷ 2.308
27 December 1868	0.58	0.36	0.35	0.58	22	6.286	1	0.139	÷ 23	÷ 3.538

Bijlage III. Staat A.

WAARNEMINGEN OMTRENT OP- EN AFWAAIING VA

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.	Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande.	Gemiddelde winddruk gedurende het etmaal den, [illegible]
1.	2.	3.	4.	5.
Van de Koopvaardersluis tot de Zijpersluis, loopende in de richting van N.t.O. naar Z t.W.	12000	30 Januari 1869	Z.Z.W.	17.
		31 „ „	Z t.W.	14.
		7 Februari „	Z.W.t.Z.	10.
		9 „ „	Z.W.t.Z.	23.
		22 Maart „	N.O t.N.	14.
		7 April „	Z.W.t.Z.	11.
		29 „ „	N.N.O.	9.
		30 „ „	N.N.O.	9.
		7 Mei „	Z.t.W.	7.
		19 „ „	Z.Z.W.	10.
		29 „ „	N.t.O.	15.
		2 Juli „	N.N O.	6.
		4 Augustus „	Z.W.t.Z.	13.
		30 „ „	N.t.O.	12.
		2 September „	N.t.W.	7.
		7 „ „	Z.W.t.Z.	11.
		11 „ „	Z.Z.W.	9.
		13 Mei 1870	Z.W.t.Z.	12.
		14 „ „	Z.Z.W.	9.
		18 Juni „	Z W.t.Z.	7.
		28 Juli „	N.N.O.	7.
		11 Augustus „	N.	13.
		12 „ „	N.	8.
		13 „ „	N.	7.
		14 „ „	N.t.W.	7.
Van de Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis, liggende in de richting van N.N.O. naar Z.Z.W.	14000	30 Januari 1869	Z Z.W.	17.
		31 „ „	Z.t.W.	14.
		7 Februari „	Z.W.t.W.	10.
		9 „ „	Z.W.t.Z.	22.
		29 Maart „	N.O.	22.
		30 „ „	N.O.	11.
		31 „ „	N.O.	13.
		7 April „	Z.W.t.Z.	11.
		29 „ „	N.N.O.	9.

WATER IN HET NOORD-HOLLANDSCH KANAAL.

Wind-richting.	Winddruk in kilogrammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te: Koopvaardersluis.	Zijpersluis.	Jacob Klaassensluis.	Schermerlotbrug te Alkmaar.	Verhang in centimeters. Over den geheelen afstand.	per kilometer.
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Z.W.t.Z.	15	0.10	0.16	—	—	6	0.50
Z.Z.W.	25	+0.10	0.01			11	0.91
Z.W.t.Z.	26	0.05	0.08			3	0.25
W.Z.W.	24	0.23	0.28			5	0.41
N.O.	13	0.50	0.47			3	0.91
Z.W.t.Z.	10	0.37	0.43			6	0.50
N.O.	8	0.70	0.69			1	0.08
N.	10	0.76	0.72			4	0.33
Z.W.t.Z.	11	0.45	0.52			7	0.58
Z.W.t.Z.	13	0.50	0.53			3	0.25
N.N.O.	18	0.78	0.70			8	0.66
N.N.O.	7	0.60	0.57			3	0.25
W.Z.W.	8	0.61	0.63			2	0.16
[illegible]O.t.N.	6	0.65	0.64			1	0.08
[illegible]N.W.	7	0.67	0.65			2	0.16
[illegible]W.t.Z.	7	0.52	0.55			3	0.25
Z.W.	7	0.54	0.57			3	0.25
Z.W.	10	0.38	0.46			8	0.66
Z W.	14	0.35	0.47			12	1.00
Z.W.	5.8	0.62	0.66			4	0.33
[illegible].N.W.	9	0.78	0.71			7	0.58
N.	12	0.65	0.60			5	0.41
N.	8	0.55	0.52			3	0.25
N.	7	0.50	0.50			0	0.
[illegible].N.O.	10	0.51	0.52			1	0.08
[illegible]W.t.Z.	15	—	0.16	0.23	—	7	0.50
[illegible]Z.W.	25		0.01	0.13		12	0.85
[illegible]W.t.Z.	26		0.08	0.22		14	1.00
[illegible].Z.W.	24		0.28	0.40		12	0.85
[illegible]O.t.O.	20		0.59	0.53		6	0.42
N.O.	17		0.59	0.54		5	0.35
N.O.	7		0.54	0.50		4	0.28
[illegible]W.t.Z.	10		0.43	0.60		17	1.21
[illegible]N.O.	8		0.69	0.67		2	0.14

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.	Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming vooraf gaande.
1.	2.	3.	4.
		30 April 1869	N.N.O.
		7 Mei „	Z.t.W.
		18 „ „	Z.W.
		19 „ „	Z.Z.W.
		20 „ „	Z.W.
		29 „ „	N.t.O.
		16 Juni „	Z.W.
		2 Juli „	N.N.O.
		30 „ „	Z.W.
		31 „ „	Z.W.
		4 Augustus „	Z.W.t.Z.
		8 „ „	Z.W.
		30 „ „	N.t.O.
		7 September „	Z.W.t.Z.
		11 „ „	Z.Z.W.
		13 „ „	Z.W.t.W.
		16 „ „	Z.W.
		16 October „	Z.W.
		14 November „	Z.W.t W.
		17 December „	Z.W t W.
		4 Maart 1870	N O.
		5 „ „	N.O.
		1 Mei „	Z.W.
		13 „ „	Z.W.t.Z.
Van de Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis, gaande van N.N.O. naar Z.Z.W.	14000	14 Mei 1870	Z.Z.W.
		1 Juni „	Z W.
		18 „ „	Z.W.t.Z.
		5 Juli „	Z.W.
		28 „ „	N.N.O.
		11 Augustus „	N.
		12 „ „	N.
		13 „ „	N.
		9 October „	Z.W.
Van de Jacob Klaassensluis tot de Schermervlotbrug te	13000	31 Januari 1869	Z.t.W.
		19 April „	N.N.W.
		7 Mei „	Z.t.W.

Wind-richting.	Winddruk in kilogrammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te				Verhang in centimeters.	
		Koopvaardersluis.	Zijpersluis.	Jacob Klaassensluis.	Schermervlotbrug te Alkmaar.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
N.	10		0.72	0.69		3	0.21
Z.W.t.Z.	11		0.52	0.57		5	0.35
Z.W.	8		0.57	0.65		8	0.57
Z.W.t.Z.	13		0.53	0.60		7	0.50
Z.W.	15		0.58	0.65		7	0.50
N.N O.	18		0.70	0.60		10	0.71
N.N.W.	6		0.59	0.67		8	0.57
N.N.O.	7		0.57	0.52		5	0.35
Z.W.	10		0.60	0.66		6	0.42
Z.W.	6		0.62	0.65		3	0.21
W.Z.W.	8		0.63	0.61		2	0.14
Z.W.t W.	10		0.60	0.64		4	0.28
N.O.t N.	6		0.64	0.60		4	0.28
Z.W.t Z.	7		0.55	0.57		2	0.14
Z.W.	7		0.57	0.59		2	0.14
Z.W.t.W.	39		0.43	0.52		9	0.64
W.	40		0.18	0.28		10	0.71
Z.W.t Z.	23		0.30	0.38		8	0.57
Z.W t W.	15		0.10	0.15		5	0.35
W t.N.	35		0.34	0.40		6	0.42
N O.t.N.	18		0.73	0.61		12	0.80
N.O.	16		0.64	0.54		10	0.71
Z.W.	6		0.56	0.58		2	0.14
Z.W.	10		0.46	0.50		4	0.28
Z.W.	14	—	0.47	0.50	—	3	0.21
Z.W.	5.5		0.71	0.72		1	0.07
Z.W.	5.8		0.66	0.66		0	0.
Z.W.	15		0.55	0.58		3	0.21
N.N.O.	10		0.71	0.63		8	0.57
N.	12		0.60	0.50		10	0.71
N.	8		0.52	0.47		5	0.35
N.	7		0.50	0.45		5	0.35
Z.W.t.W.	10		0.40	0.48		8	0.57
Z.Z.W.	25	—	—	0.13	0.14	1	0.07
N N.W.	8			0.63	0.60	3	0.23
Z.W.t.Z.	11			0.57	0.60	3	0.23

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.	Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande	Gemiddelde winddruk gedurende het etmaal den, dag der waarneming [illegible]
1.	2.	3.	4.	5.
Alkmaar, liggende N.t.W. naar Z.t.O.		29 Mei 1869	N.t O.	15,[illegible]
		30 „ „	N.N.W.	9,[illegible]
		1 Juni „	N.W.t N.	8,[illegible]
		9 „ „	N.W.	14,[illegible]
		10 „ „	N.W.	13,[illegible]
		11 „ „	N.W.t N.	12,[illegible]
		30 Augustus „	N.t.O.	12,[illegible]
		2 September „	N.t W.	7,[illegible]
		9 Maart 1870	N.W.t.N.	8,[illegible]
		11 Augustus „	N.	13,[illegible]
		12 „ „	N.	8,[illegible]
		13 „ „	N.	7,[illegible]
		14 „ „	N.t.W.	7,[illegible]

NOTA. De opgaven betrekkelijk wind- en waterstand, in de kolom[illegible]

Wind richting.	Winddruk in kilogrammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te				Verhang in centimeters.	
		Koopvaardersluis.	Zijpersluis.	Jacob Klaassensluis.	Schermervlotbrug te Alkmaar.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
N.N.O.	18			0.60	0.57	3	0.23
N.W.t.W.	5			0.51	0.47	4	0.30
N.W.	5			0.43	0.40	3	0.23
W.	10			0.64	0.61	3	0.23
N.W.	14			0.68	0.61	7	0.53
N.N.W.	10			0.64	0.61	3	0.23
N.O.t.N.	6			0.60	0.56	4	0.30
N.N.W.	7			0.60	0.58	2	0.15
W.N.W.	7			0.50	0.45	5	0.38
N.	12			0.50	0.50	0	0.
N.	8			0.47	0.46	1	0.07
N.	7			0.45	0.43	2	0.15
N.N.O.	10			0.45	0.42	3	0.23

12 voorkomende, zijn te 12 uur op den dag bepaald.

STAAT B.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT DEN VOORGAANDEN STAAT NAAR DE WINDKRACHT.

Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.
1.	2.	3.	1.	2	3.	1.	2.	3.
51	40	0.71	10	13	0.25	45	8	0.14
50	39	0.64	64	12	0.71	7	»	0.08
54	35	0.42	22	»	0.41	81	»	0.07
28	26	1.00	80	»	0.	79	7	0.38
3	»	0.25	9	11	0.58	42	»	0.35
2	25	0.91	36	»	0.35	66	»	0.35
27	»	0.85	70	»	0.23	32	»	0.28
68	»	0.07	33	10	1.21	12	»	0.25
29	24	0.85	18	»	0.66	16	»	0.25
4	»	0.41	63	»	0.57	17	»	0.25
52	23	0.57	67	»	0.57	15	»	0.16
30	20	0.42	6	»	0.50	78	»	0.15
55	18	0.80	43	»	0.42	82	»	0.15
40	»	0.71	8	»	0.38	48	»	0.14
11	»	0.66	46	»	0.38	49	»	0.14
71	»	0.23	58	»	0.28	24	»	0.
31	17	0.35	74	»	0.23	41	6	0.57
56	16	0.71	76	»	0.23	77	»	0.30
1	15	0.50	83	»	0.23	47	»	0.28
26	»	0.50	35	»	0.21	44	»	0.21
39	»	0.50	25	»	0.08	57	»	0.14
53	»	0.35	21	9	0.58	14	»	0.08
62	»	0.21	37	8	0.57	20	5.8	0.33
19	14	1.00	65	»	0.35	61	»	0.
75	»	0.53	23	»	0.25	60	5.5	0.07
59	»	0.21	69	»	0.23	72	5	0.30
5	13	0.91	13	»	0.16	73	»	0.23
38	»	0.50	84	»	0.14			

BIJLAGE IV. STAAT A.

WAARNEMINGEN BETREKKELIJK VERHANG DO

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te Utrecht.	Windkracht per M² in kilogrammen te Helder.	Waterstand onder A.P. in meters aan den Leegh-water.	Waterstand onder A.P. in meters aan het Hoofd-dorp.	Waterstand onder A.P. in meters aan den Lynden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1861						
1	18 April	N.O.	1.3	1.2	4.74	4.77	4.78
2	19 „	O.N.O.	4.	7.7	4.73	4.76	4.80
3	20 „	O.N.O.	0.8	1.6	4.73	4.75	4.78
4	22 „	N.N.O.	1.2	3.5	4.71	4.74	4.76
5	29 „	N.N.W.	9.	10.2	4.74	4.76	4.77
6	5 Mei	N.O.	9.7	8.2	4.66	4.74	4.75
7	14 „	N.	1.	1.8	4.66	4.68	4.69
8	28 „	N.O.	7.7	8.9	4.62	4.69	4.74
9	24 Juni	W.Z.W.	10.	8.2	4.74	4.69	4.67
10	19 Juli	Z.W.	7.	15.7	4.79	4.71	4.65
11	26 „	Z.W.	10.2	15.5	4.79	4.71	4.65
12	3 Augustus	Z.W.	15.	26.7	4.91	4.71	4.60
13	13 „	Z.W.	13.2	13.2	4.79	4.69	4.62
14	15 „	Z.W.	9.	12.	4.76	4.69	4.65
15	17 „	W.N.W.	3.2	5.9	4.70	4.69	4.69
16	20 „	W.Z.W.	8.	10.3	4.75	4.70	4.66
	1862.						
17	26 Februari	N.O.	7.	8.6	4.73	4.82	4.88
18	27 „	O.N.O.	8.5	7.9	4.71	4.82	4.86
19	28 „	N.O.	1.2	3.8	4.73	4.80	4 87
20	21 April	W.Z.W.	3.	4.8	4.92	4.84	4 81
21	23 „	Z.W.	18.5	14.7	5.01	4.80	4.72
22	25 „	Z.Z.O.	0.5	2.6	4.81	4.79	4.78
23	30 „	O.Z.O	8.	11.2	4.71	4.76	4.80
24	1 Mei	Z.O.	10.5	8.	4.74	4.76	4.76
25	4 „	O.N.O.	4.2	6.3	4.72	4.76	4.77
26	10 „	Z.W.	7.5	9.	4.87	4.76	4.73
27	13 „	N.O.	0.5	1.5	4.73	4.77	4.79
28	14 „	N.O.	5.7	10.8	4.71	4.78	4.83
29	15 „	N.O.	3.7	11.3	4.72	4.79	4.83
30	18 „	N.O.	1.5	2.9	4.75	4.80	4.83
31	19 „	N.O.	1.2	0.7	4.76	4.80	4.82
32	22 „	Z.Z.W.	10.	17.5	4.94	4.80	4.70
33	27 „	Z.W.	7.	15.	4.93	4.81	4.76
34	12 Juni	Z.W.	6.7	9.5	4.86	4.82	4.78
35	13 „	Z.W.	20.	24.5	5.15	4.82	4.68
36	15 „	Z.W.	10.	10.2	4.93	4.83	4.80

IING ONTSTAAN IN DEN HAARLEMMERMEERPOLDER.

n centimeters tusschen aatsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	12.	13.	14	15.	16.
1	0	0.225	0.141	0.	
4	2	0.225	0.563	0.377	
3	1	0.150	0.422	0.189	
2	1	0.225	0.281	0.189	
1	2	0.150	0.141	0.377	
1	0	0.600	0.141	0.	
1	1	0.150	0.141	0 189	
5	0	0.525	0.704	0.	
2	1	0.375	0.281	0.189	
6	0	0.600	0.844	0.	
6	1	0.600	0.844	0.189	
11	1	1.500	1.549	0.189	
7	1	0.750	0.986	0.189	
4	1	0.525	0.563	0.189	
0	1	0.075	0.	0.189	
2	1	0.375	0.281	0.189	
6	1	0.675	0.845	0.189	
6	2	0.825	0.845	0.377	
7	1	0.525	0.986	0.189	
3	2	0.600	0.422	0.377	
8	1	1.575	1.126	0.189	
1	2	0.150	0.141	0.377	
4	5	0.375	0.563	0.943	
0	6	0.150	0.	1.132	
1	1	0.300	0.141	0.189	
3	0	0.825	0.422	0.	
2	0	0.300	0.281	0.	
5	1	0.525	0.704	0.189	
4	1	0.525	0.563	0.189	
3	0	0.375	0 422	0	
2	0	0.300	0.281	0	
10	2	1.050	1.408	0.377	
5	1	0.900	0.704	0.189	
4	0	0.300	0.563	0.	
14	0	2.475	1.971	0.	
3	1	0.750	0.422	0.189	

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder ... in meters aan		
			Utrecht	Helder.	den Leeghwater.	het Hoofddorp.	den Lijden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8
	1862.						
37	28 Juni	W.N.W.	6.	7.5	4.77	4.74	4.73
38	1 Juli	W.N.W.	3.5	8.	4.75	4.71	4.65
39	25 „	Z.W.	15.5	13.	4.90	4.76	4.70
40	27 Augustus	N.O.	3.7	7.7	4.65	4.74	4.81
41	19 September	O.N.O.	3.2	3.3	4.67	4.75	4.80
42	20 „	N.O.	3.2	2.5	4.67	4.74	4.79
	1863.						
43	19 Januari	W.N.W.	31.5	44.2	5.00	4.82	4.76
44	7 Maart	Z.W.	8.	6.4	4.97	4.86	4.81
45	16 „	N.O.	4.	6.	4.90	4.95	4.99
46	28 „	W.N.W.	18 5	14.7	5.03	4.92	4.86
47	29 „	W.N.W.	14.	13.	4.97	4.90	4.86
48	8 April	Z.	1.5	4.3	4.83	4.80	4.76
49	21 „	Z.W.	5	8.4	4.94	4.88	4.63
50	22 „	Z.W.	25.	27.5	5.39	4.87	4.65
51	23 „	W.N.W.	5.	7.5	4.89	4.87	4.86
52	27 „	Z.W.	8.	7.1	4.94	4.85	4.89
53	29 „	N.W.	5.5	9 5	4.84	4.84	4.84
54	3 Mei	O.N.O.	3.7	2.6	4.77	4.85	4.91
55	5 „	Z.W.	8.5	10.2	4.90	4.83	4.76
56	9 „	O.N.O.	1.5	5.3	4.80	4.86	4.90
57	13 „	Z.W.	7.	9.7	4.96	4.85	4.80
58	14 „	Z.W.	10.2	12.5	4.99	4.84	4.79
59	16 „	Z.W.	5.2	8.1	4.91	4.84	4.79
60	19 „	O.N.O.	21.5	28.	4.67	4.87	5.00
61	21 „	O.N.O.	3.5	8.9	4.75	4.86	4.91
62	22 „	O.	4.2	8.2	4.79	4.86	4.89
63	24 „	O.N.O.	4.7	3.2	4.78	4.86	4.91
64	26 „	O.	2.	3.4	4.82	4.86	4.89
65	30 „	N.W.	1.7	2.1	4.88	4.88	4.55
66	7 Juni	Z.Z.W.	11.	10.5	4.88	4.78	4.73
67	9 „	Z.W.	8.7	12.7	4.89	4.79	4.73
68	13 „	Z.Z.O.	4.5	4.1	4.85	4.82	4.81
69	17 November	Z.	3.7	6.8	4.92	4.88	4.85
	1864.						
70	22 Maart	N.O.	6.7	7.6	4.88	4.96	4.99
71	23 „	O N.O.	5.	5.4	4.87	4.94	4.99
72	15 April	O Z.O.	6.5	7.6	4.92	4.95	4.96
73	16 „	O.Z O.	9.	12.7	4.90	4.95	4.97
74	21 „	O.Z.O.	8.	5.4	4.84	4.91	4.95

centimeters tusschen atsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5800 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
1	2	0.225	0.141	0.377	
3	3	0.300	0.422	0.566	
6	1	1.050	0.845	0.189	
7	1	0.675	0.986	0.189	
5	2	0.600	0.704	0.377	
5	1	0.525	0.704	0.189	
6	16	1.350	0.845	3.018	
5	0	0.825	0.704	0.	
4	0	0.375	0.563	0.	
6	8	0.825	0.845	1.409	
4	6	0.525	0.563	1.132	
4	2	0.225	0.563	0.377	
5	0	0.450	0.704	0.	
22	1	3.900	3.091	0.189	
1	3	0.150	0.141	0.566	
5	1	0.675	0.704	0.189	
0	3	0.	0.	0.566	
6	2	0.600	0.845	0.377	
7	0	0.525	0.986	0.	
4	2	0.450	0.563	0.377	
5	1	0.825	0.704	0.189	
5	1	1.125	0.704	0.189	
5	1	0.525	0.704	0.189	
13	3	1.500	1.830	0.566	
5	3	0.825	0.704	0.566	
3	3	0.525	0.422	0.566	
5	2	0.600	0.704	0.377	
3	2	0.300	0.422	0.377	
0	1	0.	0	0.189	
5	2	0.750	0.704	0.377	
6	1	0.750	0.845	0.189	
1	2	0.225	0.141	0.377	
3	2	0.300	0.422	0.377	
3	1	0.600	0 422	0.189	
5	2	0.525	0.704	0.377	
1	6	0.225	0.141	1.132	
2	9	0.375	0.281	1.698	
4	6	0.525	0.563	1.132	

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te Utrecht.	Windkracht per M² in kilogrammen te Helder.	Waterstand onder [...] in meters aan den Leeghwater.	het Hoofddorp	den Lijnden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1864.						
75	7 Mei	Z.	1.5	2.6	4.85	4.83	4.82
76	9 „	O.Z.O.	12.5	11.6	4.74	4.85	4.91
77	10 „	O.Z.O.	6.	11.5	4.72	4.79	4.82
78	26 „	N.N.W.	13.5	16.2	4.78	4.80	4.82
79	6 Juni	Z.Z.W.	6.7	7.3	4.85	4.80	4.78
80	18 „	Z.Z.W.	10.2	9.3	4.90	4.82	4.78
81	20 „	Z.Z.W.	2.2	5.5	4.86	4.82	4.80
82	23 „	Z.W.	7.2	8.8	4.90	4.84	4.80
83	25 „	Z.W.	5.7	7.3	4.89	4.85	4.81
84	5 Juli	W.Z.W.	9.	9.	4.87	4.84	4.82
85	31 „	Z.Z.O	4.	4.6	4.85	4.82	4.80
86	31 September	O.Z.O.	1.5	2.3	4.83	4.81	4.80
87	2 October	O.Z.O.	12.	8.1	4.72	4.77	4.79
88	3 „	O.	5.5	7.1	4.72	4.76	4.79
89	4 „	O.Z.O.	7.5	8.2	4.71	4.76	4.79
90	5 „	O.Z.O.	7.7	6.	4.72	4.76	4.78
91	6 „	O.Z.O.	2.5	2.6	4.71	4.76	4.78
92	29 „	O.Z.O.	11.5	14.5	4.77	4.85	4.89
93	30 „	O.N.O.	4.	8.8	4.75	4.83	4.89
94	14 November	Z.Z.O.	9.5	12.2	5.05	4.98	4.95
	1865.						
95	20 April	O.N.O.	3.2	5.4	4.79	4.83	4.85
96	21 „	O.	4.7	3.1	4.78	4.83	4.86
97	22 „	O.N.O.	3.	0.9	4.80	4.83	4.85
98	24 September	O.	1.5	3.4	4.83	4.85	4.87
99	4 October	O.Z.O.	1.7	2.1	4.83	4.85	4.87
	1866.						
100	23 April	O.N.O.	13.4	11.5	4.81	4.90	4.95
101	30 „	O.N.O.	14.5	15.1	4.74	4.85	4.98
102	24 Mei	O.N.O	11.5	9.7	4.78	4.87	4.94
103	25 „	O.N.O.	12.5	12.3	4.79	4.87	4.93
104	31 „	O.Z.O.	5.2	6.	4.85	4.89	4.92
	1867.						
105	23 Februari	W.N.W.	10.	10.2	4.97	4.91	4.90
106	17 Juni	N.N.W.	4.	5.2	4.77	4.78	4.80
107	8 Juli	N.W.	6.	13.5	4.80	4.80	4.80
108	15 „	Z.W.	3.	1.8	4.85	4.81	4.79

...ng in centimeters tusschen ...le plaatsen van kolom			Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 ... M.)	7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	1	1	0.150	0.141	0.189	
	6	8	0.825	0.845	1.409	
	3	4	0.525	0.422	0.754	
	2	3	0.150	0.281	0.566	
	2	1	0.375	0.281	0.189	
	4	2	0.600	0.563	0.377	
	2	1	0.300	0.281	0.189	
	4	1	0.450	0.563	0.189	
	4	0	0.300	0.563	0.	
	2	1	0.225	0.281	0.189	
	2	1	0.225	0.281	0.377	
	1	3	0.150	0.141	0.566	
	2	3	0.375	0.281	0.566	
	3	2	0.300	0.422	0.377	
	3	5	0.375	0.422	0.943	
	2	2	0.300	0.281	0.377	
	5	3	0.375	0.281	0.566	
	4	5	0.600	0.563	0.943	
	6	3	0.600	0.845	0.566	
	3	6	0.525	0.422	1.132	
	2	1	0.300	0.281	0.189	
	3	2	0.375	0.422	0.377	
	2	1	0.225	0.281	0.189	
	2	1	0.150	0.281	0.189	
	2	3	0.150	0.281	0.566	
	8	3	0.675	1.126	0.566	
	13	2	0.825	1.830	0.377	
	7	2	0.675	0.986	0.377	
	6	2	0.600	0.845	0.377	
	3	3	0.300	0.422	0.566	
	1	5	0.450	0.141	0.943	
	2	3	0.075	0.281	0.566	
	0	4	0.	0.	0.754	
	3	1	0.300	0.422	0.189	

STAAT B.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT DEN VOORGAANDEN STAAT NAAR DE WINDKRACHT.

Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.
1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.
51	40	0.71	10	13	0.25	45	8	0.14
50	39	0.64	64	12	0.71	7	,,	0.08
54	35	0.42	22	,,	0.41	81	,,	0.07
28	26	1.00	80	,,	0.	79	7	0.38
3	,,	0.25	9	11	0.58	42	,,	0.35
2	25	0.91	36	,,	0.35	66	,,	0.35
27	,,	0.85	70	,,	0.23	32	,,	0.28
68	,,	0.07	33	10	1.21	12	,,	0.25
29	24	0.85	18	,,	0.66	16	,,	0.25
4	,,	0.41	63	,,	0.57	17	,,	0.25
52	23	0.57	67	,,	0.57	15	,,	0.16
30	20	0.42	6	,,	0.50	78	,,	0.15
55	18	0.80	43	,,	0.42	82	,,	0.15
40	,,	0.71	8	,,	0.33	48	,,	0.14
11	,,	0.66	46	,,	0.28	49	,,	0.14
71	,,	0.23	58	,,	0.28	24	,,	0.
31	17	0.35	74	,,	0.23	41	6	0.57
56	16	0.71	76	,,	0.23	77	,,	0.30
1	15	0.50	83	,,	0.23	47	,,	0.28
26	,,	0.50	35	,,	0.21	44	,,	0.21
39	,,	0.50	25	,,	0.08	57	,,	0.14
53	,,	0.35	21	9	0.58	14	,,	0.08
62	,,	0.21	37	8	0.57	20	5.8	0.33
19	14	1.00	65	,,	0.35	61	,,	0.
75	,,	0.53	23	,,	0.25	60	5.5	0.07
59	,,	0.21	69	,,	0.23	72	5	0.30
5	13	0.91	13	,,	0.16	73	,,	0.23
38	,,	0.50	84	,,	0.14			

BIJLAGE IV. STAAT A.

WAARNEMINGEN BETREKKELIJK VERHANG DOO

Volgnummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te Utrecht.	Windkracht per M² in kilogrammen te Helder.	Waterstand onder AP. in meters aan den Leeghwater.	Waterstand onder AP. in meters aan het Hoofddorp.	Waterstand onder AP. in meters aan den Lijnden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1861						
1	18 April	N.O.	1.3	1.2	4.74	4.77	4.78
2	19 „	O.N.O.	4.	7.7	4.73	4.76	4.80
3	20 „	O.N.O.	0.8	1.6	4.73	4.75	4.78
4	22 „	N.N.O.	1.2	3.5	4.71	4.74	4.76
5	29 „	N.N.W.	9.	10.2	4.74	4.76	4.77
6	5 Mei	N.O.	9.7	8.2	4.66	4.74	4.75
7	14 „	N.	1.	1.8	4.66	4.68	4.69
8	28 „	N.O.	7.7	8.9	4.62	4.69	4.74
9	24 Juni	W.Z.W.	10.	8.2	4.74	4.69	4.67
10	19 Juli	Z.W.	7.	15.7	4.79	4.71	4.65
11	26 „	Z.W.	10.2	15.5	4.79	4.71	4.65
12	3 Augustus	Z.W.	15.	26.7	4.91	4.71	4.60
13	13 „	Z.W.	13.2	13.2	4.79	4.69	4.62
14	15 „	Z.W.	9.	12.	4.76	4.69	4.65
15	17 „	W.N.W.	3.2	5.9	4.70	4.69	4.69
16	20 „	W.Z.W.	8.	10.3	4.75	4.70	4.68
	1862.						
17	26 Februari	N.O.	7.	8.6	4.73	4.82	4.88
18	27 „	O.N.O.	8.5	7.9	4.71	4.82	4.88
19	28 „	N.O.	1.2	3.8	4.73	4.80	4 87
20	21 April	W.Z.W.	3.	4.8	4.92	4.84	4 81
21	23 „	Z.W.	18.5	14.7	5.01	4.80	4.72
22	25 „	Z.Z.O.	0.5	2.6	4.81	4.79	4.78
23	30 „	O.Z.O	8.	11.2	4.71	4.76	4.80
24	1 Mei	Z.O.	10.5	8.	4.74	4.76	4.76
25	4 „	O.N.O.	4.2	6.3	4.72	4.76	4.77
26	10 „	Z.W.	7.5	9.	4.87	4.76	4.73
27	13 „	N.O.	0.5	1.5	4.73	4.77	4.79
28	14 „	N.O.	5.7	10.8	4.71	4.78	4.83
29	15 „	N.O.	3.7	11.3	4.72	4.79	4.83
30	18 „	N.O.	1.5	2.9	4.75	4.80	4.83
31	19 „	N.O.	1.2	0.7	4.76	4.80	4.82
32	22 „	Z.Z.W.	10.	17.5	4.94	4.80	4.70
33	27 „	Z.W.	7.	15.	4.93	4.81	4.76
34	12 Juni	Z.W.	6.7	9.5	4.86	4.82	4.78
35	13 „	Z.W.	20.	24.5	5.15	4.82	4.68
36	15 „	Z.W.	10.	10.2	4.93	4.83	4.80

…AAIING ONTSTAAN IN DEN HAARLEMMERMEERPOLDER.

…ang in centimeters tusschen de plaatsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	12.	13.	14	15.	16.
1	0	0.225	0.141	0.	
4	2	0.225	0.563	0.377	
3	1	0.150	0.422	0.189	
2	1	0.225	0.281	0.189	
1	2	0.150	0.141	0.377	
1	0	0.600	0.141	0.	
1	1	0.150	0.141	0 189	
5	0	0.525	0.704	0.	
2	1	0.375	0.281	0.189	
6	0	0.600	0.844	0.	
6	1	0.600	0.844	0.189	
11	1	1.500	1.549	0.189	
7	1	0.750	0.986	0.189	
4	1	0.525	0.563	0.189	
0	1	0.075	0.	0.189	
2	1	0.375	0.281	0.189	
6	1	0.675	0.845	0.189	
6	2	0.825	0.845	0.377	
7	1	0.525	0.986	0.189	
3	2	0.600	0.422	0.377	
8	1	1.575	1.126	0.189	
1	2	0.150	0.141	0.377	
4	5	0.375	0.563	0.943	
0	6	0.150	0.	1.132	
1	1	0.300	0.141	0.189	
3	0	0.825	0.422	0.	
2	0	0.300	0.281	0.	
5	1	0.525	0.704	0.189	
4	1	0.525	0.563	0.189	
3	0	0.375	0 422	0	
2	0	0.300	0.281	0	
10	2	1.050	1.408	0.377	
5	1	0.900	0.704	0.189	
4	0	0.300	0.563	0.	
14	0	2.475	1.971	0.	
3	1	0.750	0.422	0.189	

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te Utrecht	Windkracht per M² in kilogrammen te Helder.	Waterstand onder A... in meters aan den Leeghwater.	het Hoofddorp.	den Lijnden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1862.						
37	28 Juni	W.N.W.	6.	7.5	4.77	4.74	4.73
38	1 Juli	W.N.W.	3.5	8.	4.75	4.71	4.68
39	25 „	Z.W.	15.5	13.	4.90	4.76	4.70
40	27 Augustus	N.O.	3.7	7.7	4.65	4.74	4.81
41	19 September	O.N.O.	3.2	3.3	4.67	4.75	4.80
42	20 „	N.O.	3.2	2.5	4.67	4.74	4.79
	1863.						
43	19 Januari	W.N.W.	31.5	44.2	5.00	4.82	4.76
44	7 Maart	Z.W.	8.	6.4	4.97	4.86	4.81
45	16 „	N.O.	4.	6.	4.90	4.95	4.99
46	28 „	W.N.W.	18.5	14.7	5.03	4.92	4.86
47	29 „	W.N.W.	14.	13.	4.97	4.90	4.86
48	8 April	Z.	1.5	4.8	4.83	4.80	4.76
49	21 „	Z.W.	5	8.4	4.94	4.88	4.83
50	22 „	Z.W.	25.	27.5	5.39	4.87	4.65
51	23 „	W.N.W.	5.	7.5	4.89	4.87	4.86
52	27 „	Z.W.	8.	7.1	4.94	4.85	4.80
53	29 „	N.W.	5.5	9.5	4.84	4.84	4.84
54	3 Mei	O.N.O.	3.7	2.6	4.77	4.85	4.91
55	5 „	Z.W.	8.5	10.2	4.90	4.83	4.76
56	9 „	O.N.O.	1.5	5.3	4.80	4.86	4.90
57	13 „	Z.W.	7.	9.7	4.96	4.85	4.80
58	14 „	Z.W.	10.2	12.5	4.99	4.84	4.79
59	16 „	Z.W.	5.2	8.1	4.91	4.84	4.79
60	19 „	O.N.O.	21.5	28.	4.67	4.87	5.00
61	21 „	O.N.O.	3.5	8.9	4.75	4.86	4.91
62	22 „	O.	4.2	8.2	4.79	4.86	4.89
63	24 „	O.N.O.	4.7	3.2	4.78	4.86	4.91
64	26 „	O.	2.	3.4	4.82	4.86	4.89
65	30 „	N.W.	1.7	2.1	4.88	4.88	4.88
66	7 Juni	Z.Z.W.	11.	10.5	4.88	4.78	4.73
67	9 „	Z.W.	8.7	12.7	4.89	4.79	4.73
68	13 „	Z.Z.O.	4.5	4.1	4.85	4.82	4.81
69	17 November	Z.	3.7	6.8	4.92	4.88	4.85
	1864.						
70	22 Maart	N.O.	6.7	7.6	4.88	4.96	4.99
71	23 „	O.N.O.	5.	5.4	4.87	4.94	4.99
72	15 April	O.Z.O.	6.5	7.6	4.92	4.95	4.96
73	16 „	O.Z.O.	9.	12.7	4.90	4.95	4.97
74	21 „	O.Z.O.	8.	5.4	4.84	4.91	4.95

…g in centimeters tusschen …e plaatsen van kolom			Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 … M.)	7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	1	2	0.225	0.141	0.377	
	3	3	0.300	0.422	0.566	
	6	1	1.050	0.845	0.189	
	7	1	0.675	0.986	0.189	
	5	2	0.600	0.704	0.377	
	5	1	0.525	0.704	0.189	
	6	16	1.350	0.845	3.018	
	5	0	0.825	0.704	0.	
	4	0	0.375	0.563	0.	
	6	8	0.825	0.845	1.409	
	4	6	0.525	0.563	1.132	
	4	2	0.225	0.563	0.377	
	5	0	0.450	0.704	0.	
	22	1	3.900	3.091	0.189	
	1	3	0.150	0.141	0.566	
	5	1	0.675	0.704	0.189	
	0	3	0.	0.	0.566	
	6	2	0.600	0.845	0.377	
	7	0	0.525	0.986	0.	
	4	2	0.450	0.563	0.377	
	5	1	0.825	0.704	0.189	
	5	1	1.125	0.704	0.189	
	5	1	0.525	0.704	0.189	
	13	3	1.500	1.830	0.566	
	5	3	0.825	0.704	0.566	
	3	3	0.525	0.422	0.566	
	5	2	0.600	0.704	0.377	
	3	2	0.300	0.422	0.377	
	0	1	0.	0	0.189	
	5	2	0.750	0.704	0.377	
	6	1	0.750	0.845	0.189	
	1	2	0.225	0.141	0.377	
	3	2	0.300	0.422	0.377	
	3	1	0.600	0 422	0.189	
	5	2	0.525	0.704	0.377	
	1	6	0.225	0.141	1.132	
	2	9	0.375	0.281	1.698	
	4	6	0.525	0.563	1.132	

Volgnummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A. in meters aan		
			Utrecht.	Helder.	den Leeghwater.	het Hoofddorp	den Lijnden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1864.						
75	7 Mei	Z.	1.5	2.6	4.85	4.83	4.82
76	9 „	O.Z.O.	12.5	11.6	4.74	4.85	4.91
77	10 „	O.Z.O.	6.	11.5	4.72	4.79	4.82
78	26 „	N.N.W.	13.5	16.2	4.78	4.80	4.82
79	6 Juni	Z.Z.W.	6.7	7.3	4.85	4.80	4.78
80	18 „	Z.Z.W.	10.2	9.3	4.90	4.82	4.78
81	20 „	Z.Z.W.	2.2	5.5	4.86	4.82	4.80
82	23 „	Z.W.	7.2	8.8	4.90	4.84	4.80
83	25 „	Z.W.	5.7	7.3	4.89	4.85	4.81
84	5 Juli	W.Z.W.	9.	9.	4.87	4.84	4.82
85	31 „	Z.Z.O	4.	4.6	4.85	4.82	4.80
86	31 September	O.Z.O.	1.5	2.3	4.83	4.81	4.80
87	2 October	O.Z.O.	12.	8.1	4.72	4.77	4.79
88	3 „	O.	5.5	7.1	4.72	4.76	4.79
89	4 „	O.Z.O.	7.5	8.2	4.71	4.76	4.79
90	5 „	O.Z.O.	7.7	6.	4.72	4.76	4.78
91	6 „	O.Z.O.	2.5	2.6	4.71	4.76	4.78
92	29 „	O.Z.O.	11.5	14.5	4.77	4.85	4.89
93	30 „	O.N.O.	4.	8.8	4.75	4.83	4.89
94	14 November	Z.Z.O.	9.5	12.2	5.05	4.98	4.95
	1865.						
95	20 April	O.N.O.	3.2	5.4	4.79	4.83	4.85
96	21 „	O.	4.7	3.1	4.78	4.83	4.86
97	22 „	O.N.O.	3.	0.9	4.80	4.83	4.85
98	24 September	O.	1.5	3.4	4.83	4.85	4.87
99	4 October	O.Z.O.	1.7	2.1	4.83	4.85	4.87
	1866.						
100	23 April	O.N.O.	13.4	11.5	4.81	4.90	4.98
101	30 „	O.N.O.	14.5	15.1	4.74	4.85	4.98
102	24 Mei	O.N.O	11.5	9.7	4.78	4.87	4.94
103	25 „	O.N.O.	12.5	12.3	4.79	4.87	4.93
104	31 „	O.Z.O.	5.2	6.	4.85	4.89	4.92
	1867.						
105	23 Februari	W.N.W.	10.	10.2	4.97	4.91	4.90
106	17 Juni	N.N.W.	4.	5.2	4.77	4.78	4.80
107	8 Juli	N.W.	6.	13.5	4.80	4.80	4.80
108	15 „	Z.W.	3.	1.8	4.85	4.81	4.78

…ang in centimeters tusschen de plaatsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5800 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
1	1	0.150	0.141	0.189	
6	8	0.825	0.845	1.409	
3	4	0.525	0.422	0.754	
2	3	0.150	0.281	0.566	
2	1	0.375	0.281	0.189	
4	2	0.600	0.563	0.377	
2	1	0.300	0.281	0.189	
4	1	0.450	0.563	0.189	
4	0	0.300	0.563	0.	
2	1	0.225	0.281	0.189	
2	1	0.225	0.281	0.377	
1	3	0.150	0.141	0.566	
2	3	0.375	0.281	0.566	
3	2	0.300	0.422	0.377	
3	5	0.375	0.422	0.943	
2	2	0.300	0.281	0.377	
5	3	0.375	0.281	0.566	
4	5	0.600	0.563	0.943	
6	3	0.600	0.845	0.566	
3	6	0.525	0.422	1.132	
2	1	0.300	0.281	0.189	
3	2	0.375	0.422	0.377	
2	1	0.225	0.281	0.189	
2	1	0.150	0.281	0.189	
2	3	0.150	0.281	0.566	
8	3	0.675	1.126	0.566	
13	2	0.825	1.830	0.377	
7	2	0.675	0.986	0.377	
6	2	0.600	0.845	0.377	
3	3	0.300	0.422	0.566	
1	5	0.450	0.141	0.943	
2	3	0.075	0.281	0.566	
0	4	0.	0.	0.754	
3	1	0.300	0.422	0.189	

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A[illegible] in meters aan		
			Utrecht.	Helder.	den Leegh-water.	het Hoofd-dorp.	den Lijnden
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8
	1868.						
109	10 Februari	Z.W.	12.	11.7	5.03	4.95	4.90
110	1 Maart	W.	15.	20.5	5.07	4.97	4.93
111	23 „	Z.W.	12.	10.5	5.04	4.93	4.87
112	9 April	N.O.	18.	16.	4.78	4.87	4.90
113	20 „	Z.	18.5	16.	4.90	4.83	4.77
114	30 „	W.Z.W.	25.5	21.	5.06	4.87	4.81
115	20 Juni	O.Z.O.	2.5	3.7	4.86	4.91	4.93
116	28 September	Z.	11.5	17.5	4.95	4.86	4.81
117	29 „	Z.Z.O.	9.	10.	4.93	4.86	4.84
118	30 „	Z.Z.O.	13.5	19.5	4.98	4.86	4.80
119	3 October	O.Z.O.	10.5	13.	4.81	4.87	4.90
120	21 November	O.Z.O.	3.	4.3	4.91	4 91	4.90
121	22 „	Z.Z.O.	11.	12.	4.90	4.88	4.84
122	22 December	Z.	21.	16.5	5.16	4.95	4.85
123	23 „	Z.Z.W.	10.5	10.	5.11	4.90	4.82
	1869.						
124	21 Maart	O.	12.5	9.5	4.80	4.86	4.90
125	21 April	Z.	5.5	8.	4.99	4.94	4.90
126	27 „	O.	7.5	6.	4.84	4.89	4.93
127	28 „	O.	7.5	6.1	4.83	4.88	4.92
128	30 „	N.O.	8.5	10.5	4.84	4.88	4.92
129	4 Mei	O.	8.	7.5	4.83	4.87	4.91
130	5 „	O.Z.O.	3.	2.7	4.85	4.87	4.88
131	15 „	O.N.O.	15.	14.5	4.74	4 82	4.89
132	18 „	Z.W.	11.5	9.5	4.87	4.82	4.78
133	25 „	O.Z.O.	2.	5.3	4.80	4.82	4.83
134	2 Juli	O.	7.5	7.2	4.79	4.84	4.87
135	3 „	O.Z.O.	8.	5.7	4.80	4.84	4.87
136	18 „	O.Z.O.	7.	4.5	4.87	4.89	4.90
137	23 September	Z Z.W.	19.5	18.5	5.06	4.92	4.86
138	24 „	W.	5.5	6.4	4.96	4.89	4.84
139	25 „	Z.	10.	11.	4.96	4.87	4.81
140	13 October	Z.Z.O.	8 5	8.5	4.95	4.86	4.81

in centimeters tusschen plaatsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
5	0	0.600	0.704	0.	
4	4	0.750	0.563	0 754	
6	1	0.825	0.845	0.189	
3	0	0.675	0.422	0.	
6	4	0.525	0.845	0.754	
6	2	1.425	0.845	0.773	
2	7	0.375	0.281	1.320	
5	4	0.675	0.704	0.754	
2	3	0.525	0.281	0.566	
6	5	0.900	0.845	0.943	
3	6	0.450	0.422	1.132	
1	4	0.	0.141	0.754	
4	5	0.150	0.563	0.943	
10	6	1.575	1.408	1.132	
8	4	1.575	1.126	0.754	
4	3	0.450	0.563	0.566	
4	3	0.375	0.563	0.566	
4	3	0.375	0.563	0.566	
4	2	0.375	0.563	0.377	
4	1	0.300	0.563	0.189	
4	2	0.300	0.563	0.377	
1	2	0.150	0.141	0.377	
7	2	0.600	0.986	0.377	
4	2	0.375	0.563	0.377	
1	2	0.150	0.141	0.377	
3	2	0.375	0 422	0.377	
3	3	0.300	0.422	0.566	
1	2	0.150	0.141	0 377	
6	2	1.050	0.845	0.377	
5	3	0.525	0.704	0.566	
6	5	0.675	0.845	0.943	
5	3	0.675	0.704	0.566	

STAAT B.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT A NAAR DE WIN[D]-KRACHT, BIJ WINDEN JUIST IN DE RICHTING DER KANALEN.

Nummers uit Staat A.	Windrichting.	Windkracht in K.G.			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom 5 tot geheele getallen.	Verhang van kolom 8 en 9 dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom.	Aanmerki[ng]
		Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leegh-water en Hoofd-dorp	Hoofd-dorp en Lijnden	Leegh-water en Lijnden.	Cru-quius en Hoofd-dorp.			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
50	Z.W.	25.	27.5	26.3	3.900	3.091	3.645	—	26	3.65	Kolom … gevonde… het d… versch… waters… tussch… Leeghw… en Lij… welke … den in S… A zijn g… geven.
35	Z.W.	20.	24.5	22.3	2.475	1.971	2.316	—	22	2.32	
12	Z.W.	15.	26.7	20.9	1.500	1.549	1 527	—			
112	N.O.	18.	16.	17.	0.675	0.422	0 591	—	18	1.18	
21	Z.W.	18.5	14.7	16.6	1.575	1.126	1.429	—			
39	Z.W.	15.5	13.	14.3	1.050	0.845	0.985	—	14½	0.99	
13	Z.W.	13.2	13.2	13.2	0.750	0.986	0.837	—			
11	Z.W.	10.2	15.5	12.9	0.600	0.844	0.690	—			
109	Z.W.	12.	11.7	11.9	0.600	0.704	0.640	—	12	0.77	
10	Z.W.	7.	15.7	11.4	0.600	0.844	0.690	—			
58	Z.W.	10.2	12.5	11.4	1.125	0.704	0.985	—			
111	Z.W.	12.	10.5	11.3	0.825	0.845	0.837	—			
33	Z.W.	7.	15.	11.	0.900	0 704	0.837	—			
67	Z.W.	8.7	12.7	10.7	0.750	0.845	0.788	—			
14	Z.W.	9.	12.	10.5	0.525	0.563	0.542	—			
132	Z.W.	11.5	9.5	10.5	0.375	0 563	0.443	—			
36	Z.W.	10.	10.2	10.1	0.750	0 422	0.640	—	10	0.68	
107	N.W.	6.	13.5	9.8	—	—	—	0.754			
128	N.O.	8.5	10.5	9.5	0.300	0.563	0.394	—			
55	Z.W.	8.5	10.2	9.4	0.525	0.986	0.690	—			
24	Z.O.	10.5	8.	9.3	—	—	—	1.132			
6	N.O.	9.7	8.2	9.	0.600	0.141	0.443	—			

[ST]AAT B.

[R]ANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT A NAAR DE WINDKRACHT, BIJ WINDEN JUIST IN DE RICHTING DER KANALEN.

Windrichting.	Windkracht in K.G.			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom 5 tot geheele getallen.	Verhang van kolom 8 en 9 dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom.	Aanmerkingen.
	Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leeghwater en Hoofddorp.	Hoofddorp en Lijnden.	Leeghwater en Lijnden.	Cruquius en Hoofddorp.			
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8	9.	10.	11.	12.
Z.W.	7.	9.7	8.4	0.825	0.704	0.788				
N.O.	7.7	8.9	8.3	0.525	0.704	0.591				
Z.W.	7.5	9.	8.3	0.825	0.422	0.690				
N.O	5.7	10.8	8.3	0.525	0.704	0.591		8	0.62	
Z.W.	6.7	9.5	8.1	0.300	0.563	0.394				
Z.W.	7.2	8.8	8.	0.450	0.563	0.492				
N.O.	7.	8.6	7.8	0.675	0.845	0.739				
Z.W.	8.	7.1	7.6	0.675	0.704	0.690				
N.O.	3.7	11.3	7.5	0.525	0.563	0.542				
N.W.	5.5	9.5	7.5	—	—	—	0.566			
Z.W.	8.	6.4	7.2	0.825	0.704	0.788				
N.O	6.7	7.6	7.2	0.600	0.422	0.542		7	0.60	
Z.W	5.	8.4	6.7	0.450	0.704	0.542				
Z.W.	5.2	8.1	6.7	0.525	0.704	0.591				
Z.W.	5.7	7.3	6.5	0.300	0.563	0.394				
N.O.	3.7	7.7	5.7	0.675	0.986	0.788		5	0.55	
N.O.	4.	6.	5.	0.375	0.563	0.443				
N.O.	3.2	2.5	2.9	0.525	0.704	0.591				
N.O.	1.2	3.8	2.5	0.525	0.986	0.690				
Z.W.	3.	1.8	2.4	0.300	0.422	0.345				
N.O.	1.5	2.9	2.2	0.375	0.422	0.394		2	0.36	
N.W.	1.7	2.1	1.9	—	—	—	0.189			
N.O.	1.3	1.2	1.3	0.225	0.141	0.197				
N.O.	0.5	1.5	1.	0.300	0.281	0.296		1	0.30	
N.O.	1.2	0.7	1.	0.300	0.281	0.296				

STAAT C.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT A NAAR DE WINDKRACHT, BIJ WINDEN DIE EEN HOEK VAN 45 GRADEN MET DE KANAALRICHTINGEN MAKEN.

Nummers uit Staat A.	Windrichting.	Windkracht in K.G			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom 5 tot geheele getallen.	Verhang van kolom 8 en 9 dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom	Aanmerking
		Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leegh water en Hoofddorp	Hoofddorp en Lijnden.	Leeghwater en Lijnden.	Cruquius en Hoofddorp.			
1.	2.	3.	4.	5	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
122	Z.	21.	16.5	18.8	1.575	1.408	1.527	1.132			
110	W.	15.	20.5	17.8	0.750	0.563	0.690	0.754	18	0.92	
113	Z.	18.5	16.	17.3	0.525	0.845	0.640	0.754			
116	Z.	11.5	17.5	14.5	0.675	0.704	0.690	0.754	14½	0.72	
124	O.	12.5	9.5	11.	0.450	0.563	0.591	0.566			
139	Z.	10.	11.	10.5	0.675	0.845	0.739	0.943	10	0.60	
129	O.	8.	7.5	7.8	0.300	0.563	0.394	0.377			
134	O.	7.5	7.2	7.4	0.375	0.422	0.394	0.377			
125	Z.	5.5	8.	6.8	0.375	0.563	0.443	0.566	7	0.47	
126	O.	7.5	6.	6.8	0.375	0.563	0.443	0.566			
127	O.	7.5	6.1	6.8	0.375	0.563	0.443	0.377			
88	O.	5.5	7.1	6.3	0.300	0.422	0.345	0.377			
62	O.	4.2	8.2	6.2	0.525	0.422	0.493	0.566			
138	W.	5.5	6.4	6.	0.525	0.704	0.591	0.566	5	0.40	
69	Z.	3.7	6.8	5.3	0.300	0.422	0.345	0.377			
96	O.	4.7	3.1	3.9	0.375	0.422	0.394	0.377			
48	Z.	1.5	4.3	2.9	0.225	0.563	0.345	0.377			
64	O.	2.	3.4	2.7	0.300	0.422	0.345	0.377			
98	O.	1.5	3.4	2.5	0.150	0.281	0.197	0.189			
75	Z.	1.5	2.6	2.1	0.150	0.141	0.148	0.189	2	0.18	
7	N.	1.	1.8	1.4	0.150	0.141	0.148	0.189			

BIJLAGE V. STAAT A.

VERHANGEN OP DE ZUIDERZEE DOOR DEN WI

Tusschen Enkhuizen

De afstand dezer plaatsen is 20500 M. en de gemidd

Volgnummer.	Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen
			te Enkhuizen.	te Urk.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
1.	2.	3	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1	Februari 10	vloed	÷ 30	÷ 44	14	0.70	O.	18	Enhuizen lig W.t.N. van U
2	20	vloed	+ 23	+ 31	8	0.40	W.Z.W.	13	
3		eb	+ 20	+ 27	7	0.35	Z.W.	20	Tijdens dage windstilte g
4	23	vloed	+ 29	+ 33	4	0.20	W.N.W.	7	deze maand
5		eb	+ 21	+ 30	9	0.45	W.	8	hoogwaterlij 0.08 M ÷ vol
6	24	vloed	+ 36	+ 52	16	0.80	W.	12	Enkhuizen e
7		eb	+ 37	+ 44	7	0.35	W.	6	M ÷ volzee te en de laag
8	25	vloed	+ 33	+ 40	7	0.35	W.	8	lijn door 0.37
9		eb	+ 27	+ 38	11	0.55	W.	10	volzee te En zen en 0.33 volzee te Ur
10	27	vloed	+ 5	+ 17	12	0.60	W.Z.W.	19	
11		eb	+ 3	+ 11	8	0.40	W.Z.W.	20	De eerste d van Februari de zee met ij
12	Maart 6	vloed	÷ 2	÷ 3	1	0.05	Z.O.	10	en konden d in rekening
13	8	vloed	+ 10	+ 12	2	0.10	W.Z.W.	12	
14		ed	+ 20	+ 23	3	0.15	W.Z.W.	21	De windri is die te E
15	10	vloed	+ 45	+ 38	÷ 7	÷ 0.35	N.W.	7	zen en de
16		eb	+ 15	+ 25	10	0.50	W.	13	kracht die t der waarge

TSTAAN IN FEBRUARI, MAART EN APRIL 1871.

k bij vloed en eb.

pte der zee 3.90 M. onder gewoon laagwater.

Datum	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
		te Enkhuizen.	te Urk.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Maart								
13	vloed	+ 13	+ 20	7	0.35	W.Z.W.	12	Alleen die dagen zijn genomen waarop de wind juist in de richting der beide plaatsen waaide of wel daarmede een hoek van 45 graden maakte, terwijl de winden die met deze beide richtingen niet meer dan éénestreek (11°15') verschilden, nog zijn beschouwd geworden als in die richtingen gewaaid te hebben.
	eb	0	0	0	0	W.	11	
31	vloed	+ 10	+ 17	7	0.35	W.	10	
	eb	+ 5	+ 12	7	0.35	W.	8	
April								
1	vloed	+ 49	+ 56	7	0.35	N.W.	19	
	eb	+ 66	+ 75	9	0.45	N.W.	18	
2	vloed	+ 57	+ 65	8	0.40	N.W.	10	
	eb	+ 56	+ 64	8	0.40	N.W.	8	
5	vloed	+ 22	+ 24	2	0.10	N.W.	7	
	eb	+ 24	+ 31	7	0.35	N.W.	5	
10	vloed	+ 5	+ 4	1	0.05	O.	5	
	eb	+ 9	+ 3	6	0.30	O.	5	
13	eb	+ 12	+ 14	2	0.10	N.W.	7	
20	vloed	+ 9	+ 14	5	0.25	W.Z.W.	13	
	eb	÷ 3	+ 4	7	0.35	W.	16	
21	vloed	+ 15	+ 28	13	0.65	W.N.W.	18	
	eb	+ 10	+ 11	1	0.05	W.	5	

STAAT A.

VERHANGEN OP DE ZUIDERZEE DOOR DEN WI

Tusschen de van Ewijcksluis in den An

De afstand dezer plaatsen is 81000 M. en de gemidd

Volgnummer.	Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater (zie in kolom 10). te Ewijcksluis.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater (zie in kolom 10). te Stavoren.	Verhang in centim. Over den geheelen afstand.	Verhang in centim. per kilometer.	Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	Februari								
1	18	vloed	+ 13	+ 20	7	0.23	W.	6	De van Ewijcksl
2		eb	+ 8	+ 19	11	0.37	W.	7	ligt juist ten W
									ten van Stavore
3	19	vloed	+ 19	+ 24	5	0.17	W.	8	
4		eb	+ 11	+ 28	17	0.57	W.	10	Tijdens dagen v
									windstilte ging
5	20	vloed	0	+ 28	28	0.93	W.t.Z.	17	deze maanden
6		eb	+ 14	+ 32	18	0.60	W.	16	hoogwaterlijn d
									0.20 M ÷ volze
7	22	vloed	÷ 8	+ 13	16	0.53	W.	6	Ewijcksluis en 0.
8		eb	+ 1	+ 8	7	0.23	W.	10	M ÷ volzee te S
									voren en de la
9	23	vloed	+ 25	+ 34	9	0.30	N.W.t.W.	7	waterlijn door 0.
10		eb	+ 16	+ 33	17	0.57	N.W.t.W.	19	M ÷ volzee t
									Ewijcksluis en 0.
11	24	vloed	+ 23	+ 42	19	0.63	W.t.N.	12	M ÷ volzee te S
12		eb	+ 13	+ 39	26	0.87	W.	10	voren.
13	25	vloed	+ 22	+ 37	15	0.50	W.	8	Ook hier moes
14		eb	+ 24	+ 38	14	0.47	N.W.t.W.	10	de eerste dagen
									Februari weg
15	27	vloed	÷ 10	+ 21	31	1.03	W.t.Z.	19.5	ijsbezetting bui

TSTAAN IN FEBRUARI, MAART EN APRIL 1871.

lownapolder en Stavoren bij vloed en eb.

pte der zee 3.00 M. onder gewoon laagwater.

Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
		te Ewijcksluis.	te Stavoren.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Februari								
28	eb	+ 26	+ 44	18	0.60	W.	14	beschouwing blijven.
Maart								
8	vloed	÷ 6	+ 23	29	0.97	Z.W.	17	De windrichting
	eb	+ 1	+ 5	4	0.13	Z.W.	9	is die welke te van Ewijcksluis en
13	vloed	+ 8	+ 14	6	0.20	W.t.Z.	11	te Stavoren is waargenomen; de
28	eb	+ 28	+ 20	8	0.27	N.O.t.N.	9	windkracht is die te Helder.
April								
1	vloed	+ 34	+ 44	10	0.33	N.W.	20	Even als bij de lijn Enkhuizen
10	eb	+ 10	+ 4	6	0.20	O.	5	Urk zijn ook hier slechts die dagen
16	eb	÷ 8	+ 16	24	0.80	W.	16	genomen, dat de wind in de rich-
20	vloed	÷ 2	+ 14	16	0.53	W.t.Z.	12	ting der plaatsen
	eb	0	+ 17	17	0.57	W.t.Z.	13	waaide of daarmede 45° maakte.
21	eb	+ 14	+ 23	9	0.30	W.	9	

Staat B.

OVERZICHT VAN HET OP DE ZUIDERZE[illegible]

Tusschen Enkhuizen en Urk, waar de bodem 3.90 M. onder laagwater ligt.

Bij winden juist in de richting der plaatsen waaiende.				Bij winden die een hoek van 45° make[illegible] met de richting der plaatsen.			
Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.	Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gem[illegible] deld verh[illegible]
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
27		0.05					
33		0.05					
4		0.20		15		÷ 0.35	
28		0.30		25		0.10	
7	5 tot 10	0.35	0.31	29	5 tot 10	0.10	0.12
8		0.35		26		0.35	
20		0.35		24		0.40	
5		0.45					
32		0.65					
				12		0.05	
18		0.—		13		0.10	
19		0.35		30		0.25	
16	10 tot 15	0.50	0.44	17	10 tot 15	0.35	0.26
9		0.55		2		0.40	
6		0.80		23		0.40	
				14		0.15	
				3		0.35	
31		0.35		21		0.35	
1	15 tot 20	0.70	0.53	11	15 tot 20	0.40	0.38
				22		0.45	
				10		0.60	

OOR DEN WIND ONTSTANE VERHANG.

Tusschen de van Ewijcksluis en Stavoren, waar de bodem 3.00 M. onder laagwater ligt.

Bij winden juist in de richting der plaatsen waaiende				Bij winden die een hoek van 45° maken met de richting der plaatsen.			
mmers van aat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.	Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.
9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
3		0.17					
22		0.20					
1		0.23		18		0.13	
26	5 tot 10	0.30	0.33	20	5 tot 10	0.27	0.23
2		0.37		9		0.30	
13		0.50					
7		0.53					
19		0.20					
8		0.23					
24		0.53					
4		0.57					
25	10 tot 15	0.57	0.58	14	10 tot 15	0.47	0.47
16		0.60					
11		0.63					
12		0.87					
6		0.60					
23		0.80		21		0.33	
5	15 tot 20	0.93	0.84	10	15 tot 20	0.57	0.62
15		1.03		17		0.97	

BIJLAGE VI. STAAT VAN STORMVLOEDEN OP EENIGE PLAATSEN ONZER KUST;
OVERGENOMEN UIT HET VERSLAG AAN DEN KONING OVER DE OPENBARE WERKEN IN 1868.

Plaatsen.	Hoogten in meters boven A.P. door de Noordzee bereikt in den storm van											Gemiddeld.	
	September 1853.	Januari 1855.	Mei 1860.	December 1862.	Januari 1863.	December 1863.	Januari 1865.	Februari 1867.	December 1867.	6—7 Dec. 1868.	26—29 Dec. 1868	+ A.P.	+ volzee.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Statenzijl . .	3.78	4.83	2.98	4.03	4.18	4.98	2.88	2.60	3.75	2.50	3.00	3.59	2.21
Zoutkamp. .	3.18	4.18	2.58	3.68	3.68	4.08	2.98	2.15	3.50	2.40	2.50	3.12	2.14
Munnikezijl.	3.21	3.99	2.67	3.71	3.55	4.59	3.21	2.15	3.69	2.07	2.67	3.23	2.14
Petten . . .	2.68	2.28	1.68	2.68	2.58	3.18	3.08	1.98	2.68	1.18	1.88	2.35	1.81
Katwijk. . .	3.25	3.50	2.40	3.00	2.80	2.50	onbekend	2.20	3.50	2.50	1.80	2.75	1.80
Vlissingen. .	2.76	4.83	2.98	3.60	3.30	2.70	2.07	4.59	3.47	3.22	2.63	3.29	1.28

NOTA. De stormvloed van Februari 1825 is hier niet overgenomen, omdat de waterhoogten te Vlissingen en Katwijk ontbreken. Het peil van volzee is aangenomen volgens het Jaarboekje voor de leden van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs; als:

te Statenzijl op 1.88 M. + A.P.
„ Zoutkamp „ 0.98 „ + „
„ Munnikezijl „ 1.09 „ + „
„ Petten „ 0.54 „ + „
„ Katwijk „ 0.95 „ + „
en „ Vlissingen „ 2.01 „ + „

ERRATA.

			staat:	lees:
Blz. 128	reg.	5 v. o.	dus $\varphi = C_0 e^{dx}$	dus $y = C_6 e^{dx}$
〃 129	〃	7 v. o.	$= \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}}$	$= \sqrt{-\frac{C_2}{C_3}}$
〃 135	〃	9 v. b. form. (31)	$x^{-\frac{C_2}{C_1}+1}$	$x^{+\frac{C_2}{C_1}+1}$
			$\varphi^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\varphi^2}$
〃 136	〃	5 v. b.	$\frac{d}{dx} \cdot \frac{x}{\varphi y}$	$\frac{d}{dx} \cdot \frac{\varphi y}{x}$
〃 137	〃	16 v. b.	$(\alpha+1)^{l/l}$	$(\alpha+1)^{l/-1}$.

Op blz. 308, regel 11 van boven, staat: 27 millim.
lees: 109 millim.

ERRATA.

Blz. 366, reg. 6 van boven, staat: zuid-wester storm, moet zijn: zuid-westen storm.
„ 366, „ 8 „ „ „ 107 M. „ „ 1.07 M.
„ 366, „ 22 „ „ „ verkeer daarvan, „ „ verkeer daarover.
„ 367, „ 7 „ „ „ 203000 M, „ „ 20300 M.
„ 368, in de toelichting, reg. 13 van onder, staat: 17 ÷ AP., moet zijn: 1.7 ÷ AP.
„ 368, „ „ „ „ 6 „ „ „ 24 ÷ AP., „ „ 2.4 ÷ AP.
„ 369, reg. 9 van onder, staat: W., moet zijn: W.t.N.
„ 370, datum der stormen, 11 Dec. 1868, staat: ÷ 3429, moet zijn: ÷ 3.429.
„ 384, kolom 2, reg. 3 van onder, staat: 239, moet zijn: 2.39.
„ 385, „ 3, „ 9 „ „ „ 105, „ „ 1.05.
„ 385, „ 4, „ 4 „ „ „ 060, „ „ 0.60.
„ 385, „ 9, „ 8 „ „ „ 1667, „ „ 1.667.
„ 386, „ 4, „ 7 „ „ „ Z.W.t.W. „ „ Z.W.t.Z.
„ 388, „ 1 en 2, bij vergissing het pand met de lengte van Blz. 22 herhaald, en tusschen 13 en 14 Mei een regel evenzoo opengelaten.
„ 394, „ 8, achter 28 Febr. 1862, staat: 487, moet zijn: 4.87.
„ 395, „ 14, „ 18 Mei 1862, „ 0422, „ „ 0.422.
„ 395, „ 15, „ 14 Mei 1861, „ 0189, „ „ 0.189.
„ 396, „ 4, „ 28 Maart 1863, „ 185, „ „ 18.5.
„ 401, „ 15, „ 1 Maart 1868, „ 0754, „ „ 0.754.
402, „ 7, regel 6 van onder, „ 0422, „ „ 0.422.

In te naaijen achter het Zesde Deel der Verslagen en Mededeelingen van de Afdeeling Natuurkunde.